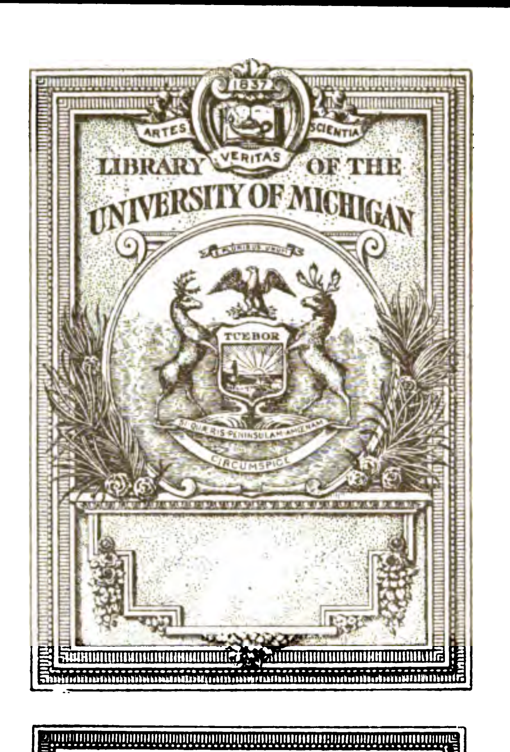

1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE



GRUNDRISS

DER

EXPERIMENTALPHYSIK.

ZUM GEBRAUCH

BEIM

UNTERRICHT AUF HÖHEREN LEHRANSTALTEN UND ZUM SELBSTSTUDIUM

VON



E. JOCHMANN.

VERMEHRT UM

ELEMENTE DER ASTRONOMIE UND MATHEMATISCHEN GEOGRAPHIE

VON

O. HERMES.

MIT 340 HOLZSCHNITTEN.

FÜNFTE VERBESSERTE AUFLAGE.

BERLIN 1877.
VERLAG VON WINCKELMANN & SÖHNE.

Vorrede des Herausgebers.

Am 22. Januar d. J. starb in Liegnitz, im Kreise der Seinigen, Dr. Emil Jochmann, seit einer Reihe von Jahren Lehrer der Physik am hiesigen Köllnischen Gymnasium und, im Namen der physikalischen Gesellschaft zu Berlin, Herausgeber der „Fortschritte der Physik“, — „ein gleich begeisterter wie begabter Forscher, der nicht nur die Wissen„schaft durch seine gediegenen Schriften förderte, sondern auch seine um„fassenden Kenntnisse in seltenem Masse seinen Schülern mitzutheilen „verstand, denen er durch Reinheit des Charakters zugleich ein edles „Vorbild der Nachahmung war“ — *). In seinem literarischen Nachlass fand sich ein vollständig ausgearbeitetes und bis in die letzten Jahre mit ergänzenden Notizen versehenes Lehrbuch der Physik vor. Mit dem Verfasser nahe befreundet und längere Zeit während seiner Erkrankung mit der Vertretung in seinen Lehrstunden beauftragt, hatte ich Gelegenheit, dieses Lehrbuch, welches er seinem Unterricht zu Grunde legte, genau kennen und hochschätzen zu lernen, und erklärte ich mich darum gern bereit, dem Wunsche der Seinigen durch die Herausgabe desselben zu entsprechen. Der Verstorbene selbst hatte auf meine Anfrage einige Zeit vor seinem Tode gegen mich die Absicht ausgesprochen, das Werk nicht länger ungedruckt für sich behalten zu wollen, und hat sich wohl nur durch seine zunehmende Kränklichkeit von der Ausführung dieser Absicht abhalten lassen.

Den Text irgendwie umzuändern, ausser soweit es durch die nothwendige Durchführung des metrischen Systems geboten war, trug ich gerechtes Bedenken, da ich das Lehrbuch mit der grössten Sorgfalt durchgearbeitet vorfand, und nur an einzelnen Stellen sah ich mich veranlasst, kurze erklärende Notizen oder Zusätze, mit H. unterzeichnet**), unter dem Text hinzuzufügen. Dagegen fiel mir zumeist die Sorge der Herstellung der Figuren zu. Der Verfasser hatte nur zu den ersten Abschnitten bis

*) Worte des Nachrufs seiner Amtsgenossen.
**) Nur in den beiden ersten Auflagen.

§ 68 in besonderen Beilagen Figuren gezeichnet, welche für den Druck bestimmt schienen, trotzdem aber zum Theil einen nochmaligen Entwurf vor der Zeichnung auf die Holzstöcke erforderten. Für die späteren Figuren war mir meist ein nur geringer Anhalt durch flüchtige Skizzen am Rande des Textes gegeben, und fehlte mir zum Theil sogar, besonders bei den Zeichnungen zusammengesetzterer Apparate, jeder Anhalt, selbst wenn der zugehörige Text auf eine bestimmte, zu ergänzende Figur durch Buchstaben für einzelne Theile derselben hinzudeuten schien. Hier war mir ein freier Spielraum gelassen und konnte meine Aufgabe wesentlich nur darin bestehen, den ersten vom Verfasser gezeichneten Figuren entsprechend, die darzustellenden Apparate nur in ihren wesentlichsten Theilen, befreit von allem unnöthigen, ihr Verständniss erschwerenden Beiwerk, leicht übersichtlich für den Beschauer, wiederzugeben. Ja um die richtige Auffassung eines Apparates möglichst zu erleichtern, habe ich selbst hier und da in einer Figur Theile, wenn sie sich allzu sehr deckten, getrennt, in verschiedener Weise angeordnet uud anders dargestellt, als sie im Apparat enthalten sind.

Für derartige Abweichungen vom gewöhnlichen Gebrauch erfreute ich mich des Einverständnisses mehrerer Fachmänner, im Besonderen der Herren Professoren Helmholtz, Paalzow und Quincke. Indem ich allen diesen für ihren bereitwilligen Rath, sowie Herrn Professor Foerster, der mir mit grosser Gefälligkeit die Werthe der erdmagnetischen Elemente an die Hand gab, meinen besten Dank ausspreche, habe ich nur den Wunsch hinzuzufügen, dass das vorliegende Lehrbuch auch ausserhalb der Grenzen der Anstalt, in welcher es seinen Ursprung gefunden hat, sich die gebührende Anerkennung gewinnen möge.

Berlin, October 1871.

Oswald Hermes.

(Zur dritten Auflage.)

Die neue Auflage enthält, ausser einigen Zusätzen und Verbesserungen im Text, vorzugsweise eine Reihe neugezeichneter Figuren, unter denen ich die der magnetischen Meridiancurven auf Seite 271 glaube hervorheben zu dürfen, weil für diese die von Herrn Dr. F. August dargestellte epicykloidische Projektion der Erdoberfläche *), obschon in einer modificirten Form des Netzes, soviel mir bekannt, zuerst zu einem wissenschaftlichen Zweck verwerthet worden ist. Auch ist ein alphabetisches Sachregister beigefügt worden.

October 1874.

---

*) Zeitschr. der Gesellsch. für Erdkunde, Bd. IX, Berlin, 1874.

(Zur vierten Auflage.)

Der neuen Auflage habe ich Elemente der Astronomie und mathematischen Geographie hinzugefügt, die ich im Anschluss an einige im Nachlass des Verfassers des Grundrisses vorgefundene Notizen zum Gebrauch beim Unterricht bearbeitet habe. Dieselben dürften zur Vervollständigung der meisten Lehrbücher der Physik dienen können und sind darum, sowie um ihre Verwerthung auch für die Besitzer der früheren Auflagen des Grundrisses zu erleichtern, gleichzeitig in einer Separatausgabe erschienen. Sie enthalten im Wesentlichen die Elemente der Astronomie, soweit deren Kenntniss für die Schüler in den oberen Klassen der höheren Lehranstalten als unentbehrlich zu erachten ist. Als ausführlicher vom Verfasser bearbeitet lagen mir nur die beiden ersten Abschnitte dieser Elemente vor, von welcher Bearbeitung ich möglichst Gebrauch gemacht habe; für die folgenden Abschnitte jedoch beschränkten sich die mir zugänglichen schriftlichen Notizen des Verfassers auf wenig mehr als eine kurze Zusammenstellung der Ueberschriften. Aus den ausführlicheren Mittheilungen über astronomische Fragen im Grundriss selbst, die sich zum Theil auch in den Notizen vorfanden, und von denen ich nur die Keppler'schen Gesetze und die Erscheinungen bei totalen Sonnenfinsternissen hervorhebe, lässt sich vielleicht der Schluss ziehen, dass der Verfasser zuletzt den Gedanken aufgegeben hat, seinen Grundriss durch die Elemente der Astronomie zu vervollständigen. Ich behalte mir für späterhin die Umarbeitung einzelner Paragraphen des Grundrisses vor, um Texteswiederholungen möglichst zu vermeiden.

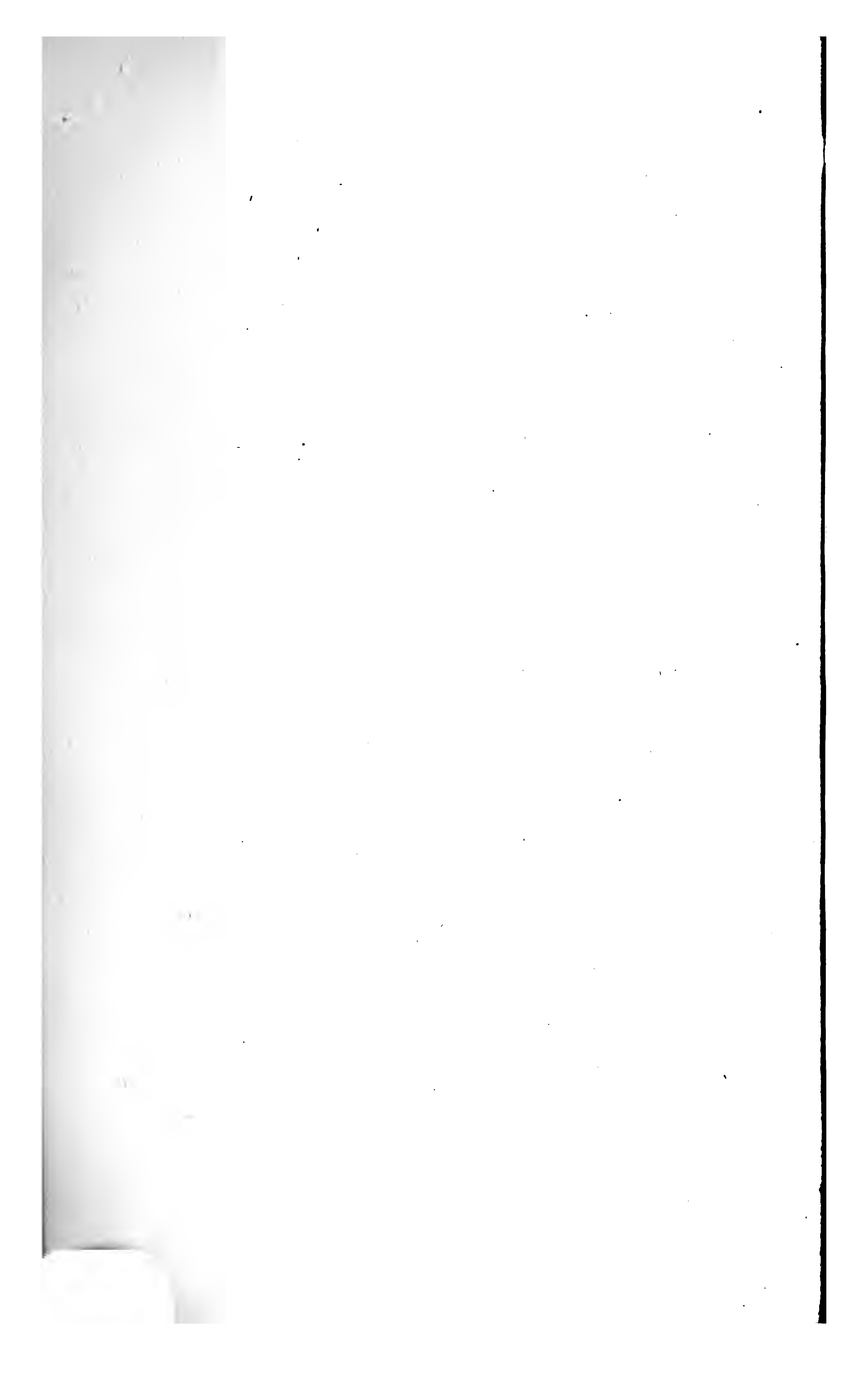
Juni 1876.

(Zur fünften Auflage.)

In der gegenwärtigen Auflage sind die Elemente der Astronomie und mathematischen Geographie in engeren Zusammenhang mit dem Grundriss gebracht worden; ausserdem hat die Auflage durch Hinzufügung und Erneuerung von Figuren eine wesentliche Verbesserung erfahren.

Steglitz, September 1877.

Dr. O. Hermes,
Professor am Köllnischen Gymnasium
zu Berlin.



Inhaltsverzeichniss.

Einleitung.

Erster Abschnitt.

Allgemeine Eigenschaften der Körper. Verschiedenheit der Aggregatzustände.

Zweiter Abschnitt.

Einige Grundbegriffe der Chemie und Krystallographie.

Seite

Dritter Abschnitt.

Mechanik.

A. Allgemeine Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung, insbesondere Statik und Dynamik fester Körper.

Anwendung der allgemeinen Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung auf die einfachen Maschinen und auf die Theorie des Schwerpunktes.

Gesetze der Central- und Pendelbewegung. Allgemeine Massenanziehung.

Gesetze des Stosses.

Seite

B. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung tropfbar flüssiger Körper (Hydromechanik).

Gleichgewicht flüssiger Körper, insbesondere unter dem Einfluss der Schwerkraft.

Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern. Capillaritätserscheinungen.

Bewegungserscheinungen der tropfbaren Flüssigkeiten.

C. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung luftförmiger Körper (Pneumatik).

D. Allgemeine Gesetze der Wellenbewegung flüssiger und elastischer Körper.

Seite

Vierter Abschnitt.

Akustik oder Lehre vom Schall.

Fünfter Abschnitt.

Optik oder Lehre vom Licht.

Vom Ursprung und der Ausbreitung des Lichtes.

Gesetze der regelmässigen Reflexion oder Spiegelung des Lichtes.

Gesetze der Lichtbrechung oder Refraktion.

Farbenzerstreuung oder Dispersion des Lichtes.

Das Auge und das Sehen.

Mikroskop und Fernrohr.

Polarisation und Doppelbrechung.

Sechster Abschnitt.

Wärmelehre.

1. Wärmegrad oder Temperatur.

2. Ausdehnung der Körper durch die Wärme.

Siebenter Abschnitt.

Elektricität und Magnetismus.

1. Reibungselektricität.

2. Magnetismus.

Elemente der Astronomie und mathematischen Geographie.

Erster Abschnitt.

Axenumdrehung der Erde.

Zweiter Abschnitt.

Bewegung der Erde um die Sonne.

Dritter Abschnitt.

Mathematische Geographie.

Vierter Abschnitt.

Das Sonnensystem.

A. Die Sonne.

Einleitung.

§ 1. **Physik** oder **Naturlehre** ist derjenige Theil der Naturwissenschaft, welcher die Gesetze der Naturerscheinungen, d. h. der sinnlich wahrnehmbaren Eigenschaften und Veränderungen der Naturkörper, zum Gegenstand hat. Im engeren Sinne beschränkt sich die Physik auf die Betrachtung der Erscheinungen der leblosen Natur, indem die Lebenserscheinungen der organischen Naturkörper in einer besonderen Wissenschaft, der Physiologie, behandelt werden. In engem Zusammenhang mit der Physik steht die Chemie. Dieselbe betrachtet nämlich eine besondere Klasse von Naturerscheinungen, bei welcher durch Vereinigung, Trennung und veränderte Anordnung der kleinsten Körpertheilchen Naturkörper mit durchaus veränderten Eigenschaften gebildet werden (wie z. B. Kochsalz oder Chlornatrium durch Vereinigung von gasförmigem Chlor und metallischem Natrium)

Obgleich demnach die Chemie ihrem Wesen nach als ein Zweig der Physik betrachtet werden muss und nicht scharf von derselben abgegrenzt werden kann, so erscheint es doch bei der grossen Mannigfaltigkeit dieser Klasse von Naturerscheinungen angemessen, die Chemie als besondere Wissenschaft von der Physik im engeren Sinne zu trennen, und es sollen die chemischen Erscheinungen im Folgenden nur insoweit berücksichtigt werden, als dies zum Verständniss der übrigen physikalischen Gesetze unerlässlich ist (§§ 15—20 b, 229, 243, 339—344).

§ 2. Als Mittel zur Erkenntniss der Gesetze der Naturerscheinungen dienen die Beobachtung und der Versuch. Während die beschreibende Naturwissenschaft sich vorzugsweise auf Beobachtung der Naturgegenstände gründet, verdankt die Physik die vorzüglichsten Erweiterungen ihrer Erkenntnisse, soweit sich dieselben auf die irdischen, dem Versuch zugänglichen Naturkörper beziehen, dem letzteren. Der grosse Vorzug, welchen der Versuch darbietet, besteht einerseits darin, dass wir durch denselben die Naturerscheinungen in einer zweckmässigen Ordnung und Reihenfolge der Untersuchung unterwerfen können, andererseits darin, dass wir durch willkürliche Abänderung der Umstände die zum Eintritt einer Erscheinung erforderlichen wesentlichen Bedingungen von den zufälligen begleitenden Nebenumständen zu unterscheiden im Stande sind. Endlich gewährt der Versuch den Vortheil, dass wir durch denselben die Wirkung gegebener Ursachen nicht nur der Art nach (qualitativ) zu erkennen, sondern auch dem Grade nach (quantitativ) zu messen vermögen.

Alle Naturerkenntniss würde ein Haufwerk einzelner zusammenhangsloser Thatsachen bleiben, wenn nicht die sinnliche Wahrnehmung mit der denkenden, theoretischen Naturbetrachtung verknüpft wäre, welche die Gesetzmässigkeit und den ursächlichen Zusammenhang der Naturerscheinungen zu erforschen und dieselben nach Zahl und Mass zu erkennen bemüht ist. Bei diesem Aufsuchen der Naturgesetze werden zur Erklärung einer Klasse von Naturerscheinungen Hypothesen oder Annahmen über den Grund derselben aufgestellt, deren Brauchbarkeit und Wahrscheinlichkeit um so grösser ist, eine je grössere Zahl von Erscheinungen durch dieselben erklärt, d. h. unter sich und mit anderen bekannten Erscheinungen in gesetzmässigen Zusammenhang gebracht wird.

Erster Abschnitt.

Allgemeine Eigenschaften der Körper. Verschiedenheit der Aggregatzustände.

§ 3. Ausdehnung, Undurchdringlichkeit. Die Naturlehre betrachtet die Körper nicht wie die Mathematik lediglich in Hinsicht auf ihre räumliche Ausdehnung, sondern sie betrachtet die Eigenschaften des Stoffes oder der Materie, welche den Raum erfüllt. Ein Naturkörper ist demnach ein mit Stoff erfüllter Raum. Die geometrische Grösse des erfüllten Raumes heisst der Rauminhalt oder das Volumen des Körpers, die Quantität der Materie, aus welcher derselbe gebildet ist, seine Masse. (§ 11.)

Die erste Grundeigenschaft der Körper ist demnach die Raumerfüllung oder Ausdehnung. Insofern nicht zwei Körper denselben Raum gleichzeitig erfüllen können, schreibt man denselben Undurchdringlichkeit zu.

Selbst wenn, wie bei der Mischung zweier Flüssigkeiten oder Luftarten, oder bei der chemischen Vereinigung, eine wirkliche Durchdringung zweier Körper stattzufinden scheint, so darf dieselbe doch nur als eine Nebeneinanderlagerung der kleinsten, einzeln nicht mehr wahrnehmbaren Theilchen betrachtet werden.

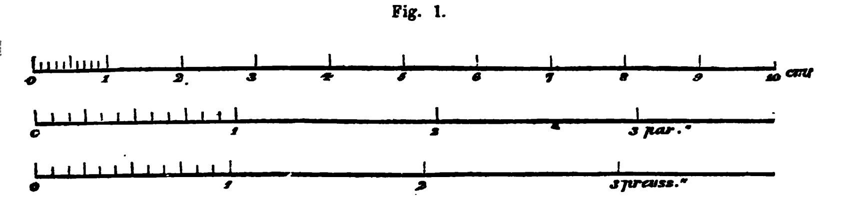
§ 4. Längen-, Flächen- und Raummass. Da jede Grösse nur durch eine gleichartige gemessen werden kann, so ist für die Messung der räumlichen Dimensionen der Körper die Wahl einer bestimmten Längeneinheit erforderlich. Man wählt dazu das Meter, dessen Länge annähernd dem zehnmillionsten Theil eines Meridianquadranten der Erde gleichkommt.

1 Meter (m) = 10 Decimeter (dm) = 100 Centimeter (cm) = 1000 Millimeter (mm)
1 Kilometer = 10 Hektometer = 100 Dekameter = 1000 Meter.

Zur Vergleichung des metrischen Masssystems mit dem noch häufig gebrauchten alten Pariser Fussmass und mit dem früheren preussischen oder rheinländischen Mass dienen folgende Zahlen:

1^m = 3,07844 par.′ = 3,1862 preuss.′
1^{mm} = 0,443296 par.‴ = 0,458813 preuss.‴
1 par′. = $0,32484^m$, 1 Toise = 6 par.′ = $1,94904^m$
1 preuss.′ = $0,31385^m$ = 0,96618 par.′ (Annähernd preuss.′: par.′ = 29 : 30)
1 Meile = 7500^m, 1 geogr. Meile = 22843,41 par.′ = 23643 preuss.′ = $7420,439^m$.

Fig. 1.



Die Masse für Flächen- und Rauminhalt werden von dem Längenmass abgeleitet. Als Flächeneinheit dient das Quadratmeter, als Raumeinheit das Cubikmeter (stère) oder häufiger das Cubikdecimeter (Liter) und seine Unterabtheilungen.

1 Cubikmeter = 1000 Liter = 32,34588 preuss. Cub.'

1 preuss. Cub.' = 30,91584 Liter.

§ 5. Theilbarkeit. Die Theilung eines Körpers in kleinere Raumtheile kann zwar der geometrischen Vorstellung nach ins Unbegrenzte fortgesetzt werden. In Wirklichkeit sind aber der Theilung durch mechanische Mittel Grenzen gesetzt, einerseits durch die Unvollkommenheit unserer Instrumente, andererseits dadurch, dass die Theilchen sich durch ihre Kleinheit der sinnlichen Wahrnehmung entziehen. Als Beispiele sehr feiner Zertheilung dienen Polirpulver, wie das zum Poliren der Glas- und Metallspiegel gebräuchliche Eisenoxyd (Englisch Roth), ferner gewisse Farb- und Riechstoffe (Anilinfarbstoffe, Moschus), von welchen noch Milliontheile eines Milligramms (§ 12) durch den Gesichts- oder Geruchssinn wahrgenommen werden können, dennoch muss jedes Theilchen dieser Körper noch als eine chemische Verbindung einfacherer Theile betrachtet werden, die auf chemischem Wege von einander geschieden werden können.

Theils physikalische, theils chemische Erscheinungen machen die Annahme in hohem Grade wahrscheinlich, dass alle Körper aus räumlich getrennten Theilchen zusammengesetzt sind, welche weder durch mechanische noch durch chemische Einwirkungen in noch kleinere Theilchen zerlegt werden können. Diese kleinsten untheilbaren Theilchen der Materie werden Atome genannt (*ἄτομον* von *τέμνω*, ich schneide). Moleküle heissen im Allgemeinen kleine Körpertheilchen, die noch in einfachere Bestandtheile zerlegbar sind (*moles*, *molecula*). Die Erscheinungen nöthigen ferner zu der Annahme, dass die Atome oder Moleküle eines Körpers den Raum nicht stetig erfüllen, sondern durch Zwischenräume getrennt sind, die im Allgemeinen wegen ihrer Kleinheit ebenso wenig wie die Atome selbst unmittelbar wahrgenommen werden können. — Bei vielen festen Körpern sind jedoch auch grössere, mit blossem Auge oder bei hinreichender Vergrösserung durch das Mikroskop sichtbare Zwischenräume oder Poren vorhanden, welche das Eindringen flüssiger oder luftförmiger Körper gestatten.

§ 6. Aggregatzustände. Alle Naturkörper lassen sich nach der Verschiedenheit des Zusammenhangs ihrer Theile oder ihres Aggregatzustandes (*aggregare* zusammenhäufen, vereinigen) in drei Hauptklassen unterscheiden: feste, tropfbar flüssige und luftförmige Körper. Die festen Körper haben eine selbständige Gestalt, indem zwischen ihren Theilen ein solcher Zusammenhang stattfindet, dass eine mehr oder minder beträchtliche äussere Kraft erforderlich ist, um dieselben von einander zu trennen oder ihre gegenseitige Lage zu verändern. Die

tropfbar flüssigen Körper besitzen zwar noch einen bestimmten Rauminhalt, der durch Druck und Wärme verhältnissmässig geringe Aenderungen erleidet, aber es fehlt ihnen die selbständige Gestalt, indem der Zusammenhang ihrer Theile ein so geringer ist, dass schon die kleinste Kraft hinreicht, eine Verschiebung derselben in ihrer gegenseitigen Lage, mithin eine Formänderung des flüssigen Körpers zu bewirken. Die luftförmigen Körper endlich haben mit den tropfbaren Flüssigkeiten die leichte Verschiebbarkeit der Theilchen gemein, besitzen aber kein bleibendes Volumen mehr, indem ihre Theilchen das Bestreben zeigen, sich möglichst weit von einander zu entfernen, weshalb sie den ihnen gebotenen Raum jederzeit ganz erfüllen.

Die meisten Körper können, namentlich durch Einwirkung der Wärme, aus einem in den anderen Aggregatzustand übergeführt werden; viele Substanzen, z. B. Wasser, Schwefel, Quecksilber, sind in allen drei Aggregatzuständen bekannt. (Siehe das Nähere unter der Wärmelehre §§ 203—224.)

§ 7. Anziehungs- und Abstossungskräfte, Cohäsion und Adhäsion. Die Ursachen der gegenseitigen Einwirkung verschiedener Körper oder verschiedener Theile desselben Körpers werden im Allgemeinen Kräfte genannt. Die zwischen zwei Körpertheilen wirksame Kraft ist eine anziehende oder abstossende, je nachdem sie dieselben in der Richtung ihrer Verbindungslinie einander zu nähern oder von einander zu entfernen strebt. So gehört z. B. die Schwerkraft (§ 10), welche den Fall der Körper oder ihre Annäherung an den Mittelpunkt des Erdkörpers bewirkt, zu den Anziehungskräften. Von den Kräften, welche wie die Schwerkraft oder wie magnetische Anziehungs- und Abstossungskräfte auf beträchtliche Entfernungen wirken, unterscheiden sich die sogenannten Molekularkräfte dadurch, dass ihre Wirkung sich nur auf unmessbar kleine Entfernungen oder auf die unmittelbar benachbarten Körpertheile erstreckt. Zur Klasse der Molekularkräfte gehören insbesondere die Cohäsion und Adhäsion.

Cohäsion ist die Anziehung, welche zwischen den benachbarten Theilchen eines festen Körpers stattfindet und welche, wenn man dieselben durch eine äussere Kraft von einander zu entfernen strebt, die Trennung der Theile verhindert. Bei den flüssigen Körpern ist die Cohäsion in geringerem Grade vorhanden und fehlt ganz bei den luftförmigen Körpern. Umgekehrt wird, wenn man die Theile eines festen oder flüssigen Körpers durch einen äusseren Druck einander zu nähern sucht, zwischen den benachbarten Molekülen eine Abstossungskraft erzeugt, welche einer weiteren Annäherung entgegenwirkt. Dieselben sind daher nur in geringerem Grade zusammendrückbar.

Adhäsion heisst die zwischen den Theilchen zweier verschiedener, einander unmittelbar berührender Körper wirkende Anziehungskraft, durch welche dieselben an einander haften.

Adhäsion zweier eben geschliffener Metall- oder Glasplatten (Musschenbroek's Adhäsionsplatten). Alles Kleben, Leimen, Kitten, Schreiben beruht auf Adhäsion. Zwischen Adhäsion und Cohäsion ist kein wesentlicher Unterschied. So geht die Adhäsion zwischen zwei frisch geschnittenen Kautschukflächen, zwischen zwei durch starken Druck auf einander gepressten Bleiplatten, zwischen zwei Eisenstäben beim Zusammenschweissen in der Glühhitze in Cohäsion über, indem beide Körper sich zu einem einzigen festen Körper vereinigen.

§ 8. Elasticität, Dehnbarkeit und Sprödigkeit, Härte. Es giebt in der Natur keinen Körper von absolut starrer, unveränderlicher

Gestalt. Auch die Gestalt fester Körper wird durch die Einwirkung äusserer Kräfte verändert, doch besitzen dieselben in mehr oder minder hohem Grade die Eigenschaft der **Elasticität**, d. h. die Eigenschaft, nach dem Aufhören der Einwirkung dieser äusseren Kräfte zu ihrer ursprünglichen Gestalt zurückzukehren, wenn die Kräfte selbst und die durch dieselben verursachte Aenderung in der Anordnung der Theile eine gewisse Grenze nicht überschritten haben. Kautschuk, Stahl, Elfenbein besitzen diese Eigenschaften in hohem Grade. Die Grenze, welche von den äusseren Kräften nicht überschritten werden darf, ohne dass eine bleibende Aenderung in der Lagerung der Theile eintritt, heisst **Elasticitätsgrenze**. So lange die äusseren Kräfte innerhalb dieser Grenze bleiben, gilt das Gesetz, dass die Grösse der bewirkten **Formänderung** (Ausdehnung, Zusammendrückung, Biegung, Drehung) im gleichen Verhältniss mit der Grösse der wirksamen Kräfte wächst — so ist die Ausdehnung, welche ein elastischer Metalldraht oder eine Gummischnur durch ein angehängtes Gewicht erleidet, der Grösse des Gewichts proportional.

Wird die Elasticitätsgrenze überschritten, so erfolgt **entweder** eine stetige bleibende Gestaltsänderung des Körpers, ohne dass der Zusammenhang der Theile sogleich gänzlich gelöst wird — in diesem Fall heisst der Körper **dehnbar, geschmeidig, biegsam** (Wachs, Gold, Blei) — **oder** der Zusammenhang der Theile wird plötzlich an einer Stelle gänzlich unterbrochen, indem der Körper **reisst** oder **bricht** — in diesem Fall heisst derselbe **spröde** (Glas, Stahl, Marmor).

Härte ist der Widerstand, welchen ein Körper dem Eindringen in seine Oberfläche (Ritzen) entgegensetzt. **Harte** Körper sind in der Regel zugleich spröde, weiche Körper aber, welche leicht geritzt werden, geschmeidig. Der härteste Körper, welcher alle anderen ritzt, aber von keinem geritzt wird, ist der Diamant (krystallisirter Kohlenstoff).

Mineralogische Härteskala von **Mohs**: Talk, Gyps (Steinsalz), Kalkspath, Flussspath, Apatit, Feldspath (Orthoklas), Quarz, Topas, Korund, Diamant. Das krystallisirte **Bor** kommt an Härte dem Diamant gleich. Letzterer kann nur mit Diamantpulver geschliffen werden. Der gepulverte **Korund** (Schmirgel) dient zum Schleifen des Glases und der meisten Edelsteine.

Der Grad der Elasticität, Sprödigkeit und Dehnbarkeit der Körper hängt wesentlich von der Temperatur ab. Wachs ist bei niederer Temperatur hart und spröde, bei höherer Temperatur weich und geschmeidig. Die meisten Metalle werden, kalt gehämmert und gewalzt, spröde und brüchig, können aber in der Glühhitze wegen ihrer Geschmeidigkeit leicht bearbeitet werden. Manche Körper gehen bei steigender Temperatur durch alle Grade der Erweichung allmählich aus dem festen in den flüssigen Aggregatzustand über (Glas, Harze, Fette).

§ 9. **Elasticitätsmodul, Festigkeit.** Wird ein prismatischer Stab durch ein angehängtes Gewicht innerhalb der Grenze der vollkommenen Elasticität gedehnt, so ist die Verlängerung, welche er erfährt, der Grösse des angehängten Gewichts proportional (§ 8). Verfertigt man aus verschiedenen Substanzen Stäbe von gleichem Querschnitt, so erleiden dieselben durch Belastung mit gleichen Gewichten ungleiche Ausdehnung. Denkt man sich einen Stab von 1□^{mm} Querschnitt mit einem Gewicht von 1 Kilogramm (§ 12) belastet, so wird derselbe dadurch um einen gewissen Bruchtheil seiner ursprünglichen Länge ausgedehnt. Die Zahl, welche die Grösse dieses Bruchtheils angiebt, heisst der **Elasticitätsmodul**. Folgende Tabelle enthält die Elasticitätsmoduln einiger Metalle für 1□^{mm} Querschnitt nach den Versuchen von **Wertheim**:

Blei	1727	Platin	15518
Gold	5584	Engl. Stahl	17278
Silber	7140	Gussstahl	19561
Kupfer	10519	Eisen	20794.

Festigkeit ist der Widerstand, welchen ein Körper der gänzlichen Trennung seiner Theile entgegensetzt. Nach der verschiedenen Wirkungsweise der äusseren Kräfte, welche den Zusammenhang der Theile zu trennen streben, unterscheidet man absolute oder Zugfestigkeit, Widerstand gegen das Zerreissen, relative oder Bruchfestigkeit, Widerstand gegen das Zerbrechen, rückwirkende Festigkeit, Widerstand gegen das Zerdrücken, Schub- oder Scheerfestigkeit, Widerstand gegen die Trennung der Theile in seitlicher Richtung, Torsionsfestigkeit, Widerstand gegen das Zerdrehen.

Seile müssen dem Zerreissen, Säulen dem Zerdrücken, horizontale Tragbalken dem Zerbrechen, Radwellen dem Zerdrehen Widerstand leisten. In der Praxis darf die Belastung nie bis zur Grenze der Festigkeit, sondern höchstens bis zur Grenze der Elasticität (§ 8) gesteigert werden. Wertheim fand für die Grenze der Elasticität und Zugfestigkeit bei Drähten von 1 □mm Querschnitt folgende Zahlen:

	Grenze der Elasticität.	Grenze der Zugfestigkeit.		Grenze der Elasticität.	Grenze der Zugfestigkeit.
Blei	0,25kgr	2,07kgr	Kupfer	12,0kgr	40,30kgr
Zinn	0,45	2,45	Platin	26,0	34,10
Zink	0,75	12,80	Eisen	32,5	61,10
Gold	13,5	27,00	Stahl	42,5	70,00
Silber	11,25	29,00	Gussstahl	55,6	80,00

Durch Ausglühen verlieren die meisten Metalldrähte beträchtlich an Festigkeit.

§ 10. Schwerkraft. Die Erfahrung lehrt, dass alle Körper, welche sich in der Nähe der Erdoberfläche befinden, das Bestreben zeigen, zu fallen, d. h. dass sie sich in derjenigen Richtung nach der Erde hin bewegen, welche ein Faden annimmt, an dem ein Bleiloth aufgehängt ist, so lange sie nicht an dieser Bewegung durch eine feste Unterlage oder Aufhängung gehindert werden. Da nicht angenommen werden kann, dass ein Körper von selbst, d. h. ohne äussere Ursache, aus dem Zustand der Ruhe in den der Bewegung nach einer bestimmten Richtung übergehe, so müssen wir eine ausserhalb des Körpers gelegene Ursache der Fallbewegung annehmen. Da diese an jedem Punkte der Oberfläche des kugelförmigen Erdkörpers nach dem Mittelpunkte der Erde gerichtet ist, so suchen wir die Ursache des Falls der Körper in einer von der Erde auf dieselben ausgeübten Anziehungskraft, welche Schwerkraft genannt wird. Die Eigenschaft der Körper, vermöge deren sie der Wirkung der Schwerkraft unterworfen sind, heisst ihre Schwere. Die Richtung der Schwerkraft heisst vertikal, eine Ebene, welche auf der Richtung der Schwerkraft senkrecht steht, oder jede in dieser Ebene gezogene Linie horizontal.

Da alle Körper (im luftleeren Raum [§ 98]) gleich schnell fallen, so betrachtet man die Schwere als eine allgemeine Eigenschaft der Körper, welche allen in gleichem Grade zukommt (§ 32).

§ 11. Widerstand, Gleichgewicht, Gewicht. Ein auf einer horizontalen Ebene ruhender Körper wird durch den Widerstand der Unterlage am Fallen verhindert, indem die Einwirkung, welche er von der

Schwerkraft erfährt, durch eine gleichgrosse und entgegengesetzte Einwirkung von Seiten der festen Theile der Unterlage aufgehoben wird. Man sagt von einem Körper, der unter gleichzeitiger Einwirkung zweier gleicher und entgegengesetzter Kräfte in Ruhe verharrt, er befinde sich im Zustand des Gleichgewichts. In gleicher Weise, wie der auf einer horizontalen Unterlage ruhende, ist ein an einem vertikalen Faden aufgehängter Körper im Gleichgewicht, so lange die Festigkeit des Fadens hinreicht, um die Wirkung der Schwerkraft aufzuheben. Die Grösse des Druckes, welchen die Unterlage von dem auf ihr ruhenden, oder des Zuges, welchen der Faden von dem an ihm hängenden Körper erleidet, heisst das Gewicht des Körpers. Dasselbe ist erstens von der Stärke der Einwirkung, welche jedes einzelne Theilchen des Körpers von der Schwerkraft erfährt, zweitens aber von der Menge der Theilchen, aus denen der Körper zusammengesetzt ist, oder von seiner Masse abhängig. Das Gewicht ist nämlich gleich der Summe der Anziehungen, welche alle Theilchen des Körpers von der Erde erfahren, und da alle einzelnen Theilchen gleich stark angezogen werden, so ist es der Menge derselben oder der Masse des Körpers proportional. Es können daher die Massen zweier Körper verglichen werden, indem man ihre Gewichte vergleicht. Das dazu dienende Instrument ist die Wage (§ 53).

§ 12. Da es nicht möglich ist, die absolute Anzahl der Massentheilchen oder Atome anzugeben, aus denen ein Körper zusammengesetzt ist, so wählt man als Masseneinheit die Masse eines bestimmten Körpers, z. B. eines Cubikcentimeters reinen Wassers im Maximum der Dichtigkeit (§ 201) und vergleicht mit dieser die Massen aller übrigen Körper. Bezeichnet m die Masse eines Körpers, p sein Gewicht und g die Anziehung, welche die Masseneinheit von der Erde erleidet, oder das Gewicht der Masseneinheit, so ist:

$$p = m \cdot g; \qquad m = \frac{p}{g}.$$

Da, wie später (§ 56, 1) gezeigt werden wird, die Schwerkraft nicht an allen Punkten der Erdoberfläche mit völlig gleicher Stärke wirkt, mithin auch das Gewicht ein und desselben Körpers mit der geographischen Breite und mit der Höhe über dem Meeresspiegel wechselt, so soll als Gewichtseinheit dasjenige Gewicht gewählt werden, welches ein Cubikcentimeter reinen Wassers im Maximum seiner Dichtigkeit unter 45° Breite im Meeresniveau besitzt. Dieses Gewicht heisst Gramm.

1 Gramm (gr) = 10 Decigramm (dgr) = 100 Centigramm (cgr) = 1000 Milligramm (mgr)
1000 Gramm = 1 Kilogramm (kgr)
1 preuss. Pfund ℔. = $^1/_2$ kgr = 500 gr

1 Liter Wasser wiegt demnach 1 Kilogramm, 1 preuss. Cub.′ Wasser wiegt (bei 4° C.) 30,91584 kgr oder 61,8317 ℔.

§ 13. Dichtigkeit, specifisches Gewicht. Ein Körper ist um so dichter, je mehr Massentheilchen er in einem bestimmten Volumen enthält. Dichtigkeit ist das Verhältniss zwischen Masse und Volumen, oder die Masse der Volumeneinheit. Ist also m die Masse, v der Rauminhalt, d die Dichtigkeit eines Körpers, so ist:

$$m = d \cdot v; \qquad d = \frac{m}{v}; \qquad v = \frac{m}{d}.$$

Man pflegt die Dichtigkeit fester und flüssiger Körper, verglichen mit der des destillirten Wassers bei 4° C., ihr specifisches Gewicht zu nennen. Da die Gewichte in demselben Verhältniss stehen wie die Massen

(§ 11), so giebt das specifische Gewicht das Verhältniss zwischen dem absoluten Gewicht eines Körpers und dem Gewicht eines gleichen Volumens Wasser an.

Da 1 Cubikcentimeter Wasser 1 gr wiegt, so giebt das specifische Gewicht zugleich das Gewicht eines Cubikcentimeters der Substanz in Grammen an.

Die Dichtigkeit der luftförmigen Körper, welche in der Regel sehr viel geringer ist als die der festen und flüssigen Körper, wird gewöhnlich mit der der atmosphärischen Luft oder des Wasserstoffgases, des leichtesten aller Gase, verglichen. Atmosphärische Luft (im Wesentlichen ein Gemenge aus 21 Raumtheilen Sauerstoffgas und 79 Raumtheilen Stickstoffgas [§ 19]) ist bei 0° und unter dem Druck einer Atmosphäre (§ 90) 773 mal, Wasserstoffgas unter gleichen Umständen 11162 mal leichter als Wasser.

Ueber die bei Bestimmung der Dichtigkeit der Gase und Dämpfe zu berücksichtigenden Umstände vergl. §§ 94 und 202.

Am leichtesten ist das specifische Gewicht flüssiger Körper zu bestimmen, indem man nur die Flüssigkeiten, deren specifische Gewichte verglichen werden sollen, nach einander in dasselbe Gefäss von unveränderlichem Rauminhalt, z. B. ein Fläschchen mit sorgfältig eingeschliffenem Glasstöpsel bringt und abwägt. Wird z. B. das Fläschchen so gross gewählt, dass es genau 100 gr Wasser fasst, so hat man nur das in Grammen ausgedrückte Gewicht der das Fläschchen füllenden Flüssigkeit durch 100 zu dividiren, um das specifische Gewicht zu erhalten. Fasst dasselbe z. B. 79,5 gr Weingeist, so ist das specifische Gewicht des Weingeistes gleich 0,795. Ueber andere Methoden zur Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger und fester Körper s. unter Hydrostatik (§§ 77—80).

§ 14. Tabelle der specifischen Gewichte einiger Körper.

A. Feste Körper.

Körper	Spec. Gew.
Platin, gehämmert	21,3
Platin, geschmolzen	21,15
Iridium, geschmolzen	21,15
Irid-Platin, natürl. kryst.	22,6—22,8
Gold, gemünzt	19,33
Gold, geschmolzen	19,26
Blei, geschmolzen	11,38
Silber, rein, gewalzt	10,5
Silber, mit $^1/_{10}$ Kupfer gemünzt	10,39
Kupfer, gehämmert	8,9
Schmiedeeisen, Stahl	7,6—7,8
Gusseisen, weiss	7,5—7,7
Gusseisen, grau	6,6—7,4
Zink, gehämmert	7,2
Zinn	7,29
Antimon	6,72
Arsen	5,96
Natrium	0,97
Kalium	0,865
Lithium	0,594
Jod	4,95
Diamant	3,50—3,53
Marmor	2,84
Bergkrystall	2,68
Flintglas	3,3—3,78
Crownglas	2,5
Schwefel	2,0
Phosphor	1,9
Elfenbein	1,9
Wachs	0,97
Buchsbaumholz	1,3
Kork	0,24

B. Flüssige Körper.

Körper	Spec. Gew.
Quecksilber, Quecksilbermethyl	13,596
Brom	3,187
Schwefelsäurehydrat	1,9426
Salpetersäurehydrat	1.54
Olivenöl	0,915
Petroleum	0,891
Terpentinöl	0,871
Alkohol, absolut	0,795
Naphtha	0,758
Aether	0,736

C. Gase. Dichtigkeit bezogen auf

Gas	Atmosph. Luft.	Wasserstoffgas.
Atmosph. Luft*)	1	14,45
Sauerstoff	1,1056	16
Stickstoff	0,9714	14
Wasserstoff	0,0692	1
Chlor	2,47	35,5
Kohlensäure	1,529	22
Ammoniak	0,597	8,5
Chlorwasserstoff	1,247	18
Cyan	1,80	26
Wasserdampf	0,622	9

*) Das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft bei 0° und 760 mm Barometerstand, bezogen auf Wasser bei 4° C., ist 0,001293 (vergl. § 13).

Zweiter Abschnitt.

Einige Grundbegriffe der Chemie und Krystallographie.

§ 15. Chemische Grundstoffe und Verbindungen. Alle Naturkörper sind aus einer gewissen Anzahl von Grundstoffen oder chemischen Elementen zusammengesetzt, deren man bis jetzt 63 kennt. Durch Vereinigung zweier oder mehrerer von diesen Grundstoffen entsteht ein neuer zusammengesetzter Körper oder eine chemische Verbindung, deren Eigenschaften von denen ihrer Bestandtheile verschieden sind. So verbinden sich Sauerstoffgas und Wasserstoffgas zu flüssigem Wasser, Chlorgas und Natrium-Metall zu Chlornatrium oder Kochsalz. Die Verbindung heisst eine binäre, ternäre, quaternäre, je nachdem sie 2, 3, 4 Grundstoffe enthält. Die Kraft, durch welche die Bestandtheile eines chemisch zusammengesetzten Körpers mit einander vereinigt und in Verbindung erhalten werden, heisst chemische Verwandtschaftskraft oder Affinität. Der Grad dieser Affinität zwischen den verschiedenen Grundstoffen ist verschieden. Ein Grundstoff vermag den anderen aus seiner Verbindung mit einem dritten zu verdrängen, wenn er zu letzterem eine grössere Affinität besitzt. So verdrängt Natrium bei Berührung mit Wasser aus diesem einen Theil des Wasserstoffs, welcher sich gasförmig abscheidet, und bildet, indem es an seine Stelle tritt, Natronhydrat (s. unten § 19).

Um die Zusammensetzung chemischer Verbindungen aus ihren Grundstoffen möglichst kurz und übersichtlich darzustellen, werden die Grundstoffe durch abgekürzte Symbole bezeichnet, welche von den Anfangsbuchstaben ihrer (lateinischen) Namen hergenommen sind. Durch diese Zeichen werden gleichzeitig die Gewichtsverhältnisse ausgedrückt, nach welchen sie, wie im folgenden Paragraphen näher erläutert wird, in ihre Verbindungen eintreten. So bedeutet das Zeichen H (Hydrogenium) 1 Gewichtstheil Wasserstoffgas, O (Oxygenium) 16 Gewichtstheile Sauerstoffgas, Na (Natrium) 23 Gewichtstheile Natrium u. s. f. Die Namen, Zeichen und Mischungsgewichte der wichtigeren chemischen Grundstoffe sind in der unten folgenden Tabelle enthalten.

Die Vereinigung zweier Grundstoffe erfolgt bisweilen schon durch blosse Berührung bei gewöhnlicher Temperatur. Der Regel nach ist zu einer chemischen Einwirkung erforderlich, dass sich wenigstens einer der beiden auf einander wirkenden Stoffe im flüssigen oder luftförmigen Aggregatzustand befinde. In vielen Fällen ist ein erhöhter Temperaturgrad zur Einleitung des Processes erforderlich. Die chemische Vereinigung ist in der Regel von einer Wärmeentwickelung begleitet. Besonders intensiv pflegt dieselbe bei den Oxydations- (Verbrennungs-) Processen zu sein, die in einer Vereinigung der Grundstoffe mit Sauerstoff bestehen (vergl. § 243).

§ 16. Tabelle der wichtigeren chemischen Grundstoffe. Man unterscheidet metallische und nichtmetallische Grundstoffe, ohne jedoch zwischen beiden Gruppen eine scharfe Grenze ziehen zu können. Die Metalle stimmen im Allgemeinen im festen Aggregatzustand (mit Ausnahme des Quecksilbers), in der Undurchsichtigkeit, dem Metallglanz und beträchtlicher Festigkeit und Dehnbarkeit, grosser Leitungsfähigkeit für Wärme und Elektricität (§§ 232, 263, 319), sowie in gewissen chemischen Eigenschaften überein. Die sogenannten Leichtmetalle (Metalle der Alkalien und Erden) sind durch grosse Affinität zum Sauer-

stoff (leichte Oxydirbarkeit) und geringes specifisches Gewicht ausgezeichnet. Unter den in der folgenden Tabelle aufgeführten Schwermetallen besitzen die 6 letzten die geringste Affinität zum Sauerstoff, sind daher schwer oxydirbar und werden Edelmetalle genannt. Das Quecksilber ist das einzige bei gewöhnlicher Temperatur flüssige Metall.

Namen.	Zeichen.	Mischungsgewicht.	Namen.	Zeichen.	Mischungsgewicht.
Nichtmetalle.			Schwermetalle.		
Sauerstoff			Mangan	Mn	55
(Oxygenium)	O	16	Chrom	Cr	52,2
Wasserstoff			Eisen (Ferrum)	Fe	56
(Hydrogenium)	H	1	Kobalt	Co	58,7
Stickstoff			Nickel	Ni	58,7
(Nitrogenium)	N	14	Zink	Zn	65
Schwefel (Sulphur)	S	32	Cadmium	Cd	112
Selen	Se	79	Indium	In	35,9(?)
Tellur	Te	128	Kupfer	Cu	63,5
Chlor	Cl	35,5	Blei (Plumbum)	Pb	207
Brom	Br	80	Thallium	Tl	204
Jod	J	127	Uranium	U	120
Fluor	Fl	19	Wolfram	W	184
Phosphor	P	31	Arsen	As	75
Kohlenstoff (Carbo)	C	12	Antimon (Stibium)	Sb	129
Bor	Bo	11	Wismuth (Bismuthum)	Bi	210
Silicium	Si	22	Zinn (Stannum)	Sn	118
Leichtmetalle.			Titan	Ti	50
Kalium	K	39,1	Quecksilber		
Natrium	Na	23	(Hydrargyrum)	Hg	200
Cäsium	Cs	133	Silber (Argentum)	Ag	108
Rubidium	Rb	85,4	Gold (Aurum)	Au	196,7
Lithium	Li	7	Platin	Pt	197,1
Barium	Ba	137	Palladium	Pd	106
Strontium	Sr	87,5	Jridium	Jr	197
Calcium	Ca	40			
Magnesium	Mg	24			
Aluminium	Al	27,4			

§ 17. **Vereinigung der Grundstoffe nach bestimmten Gewichtsverhältnissen. Gesetz der multiplen Proportionen. Mischungsgewichte, Molekulargewichte, chemische Formeln.** Die Vereinigung zweier oder mehrerer Grundstoffe zu einer chemischen Verbindung findet stets nach bestimmten Gewichtsverhältnissen statt. So vereinigt sich 1 Gewichtstheil Wasserstoff mit 8 Gewichtstheilen Sauerstoff zu 9 Gewichtstheilen Wasser, 23 Gewichtstheile Natrium mit $35^1/_2$ Gewichtstheilen Chlor zu $58^1/_2$ Gewth. Chlornatrium oder Kochsalz u. s. f.

Bilden ferner zwei Grundstoffe mehrere verschiedene Verbindungen, so stehen die Gewichtsmengen, in welchen sie sich vereinigen, unter einander in sehr einfachen Zahlenverhältnissen. So bildet z. B. Stickstoff mit Sauerstoff folgende fünf Verbindungen:

Stickstoffoxydul	N_2O	=28 Gewth. Stickstoff u.	16	Gewth. Sauerstoff.
Stickstoffoxyd	N_2O_2	=28 „ „ „	32=2.16	„ „
Salpetrige Säure (Anhydrid)	N_2O_3	=28 „ „ „	48=3.16	„ „
Untersalpetersäure (Anhydrid)	N_2O_4	=28 „ „ „	64=4.16	„ „
Salpetersäure (Anhydrid)	N_2O_5	=28 „ „ „	80=5.16	„ „

Man erklärt dies am einfachsten durch die Annahme, dass in diesen Verbindungen dieselbe Anzahl von Stickstoffatomen mit je 1, 2, 3, 4, 5 Sauerstoffatomen (§ 5) vereinigt ist. Die in obiger Tabelle angegebenen *Mischungsgewichte* drücken demnach gleichzeitig die Gewichtsverhältnisse der Atome oder die *Atomgewichte* der Grundstoffe aus. Das Atomgewicht oder Mischungsgewicht des *Wasserstoffs* wird dabei, als das kleinste, als Einheit gewählt. Nimmt man nun (aus Gründen, die im folgenden Paragraphen erläutert werden) an, dass in jeder der genannten Verbindungen *zwei* Stickstoffatome enthalten sind, so können dieselben durch die beigesetzten Formeln N_2O, N_2O_2 u. s. f. bezeichnet werden, welche angeben, wie viele Stickstoffatome und wie viele Sauerstoffatome in jeder dieser Verbindungen vereinigt sind. Nennt man ferner den durch jede dieser Formeln ausgedrückten Atomcomplex ein *Molekül* der entsprechenden Verbindungen, so drücken die Formeln zugleich die *Molekulargewichte* der Verbindungen aus.

§ 18. **Dichtigkeiten und Molekulargewichte gasförmiger Verbindungen.** Die Dichtigkeiten der Grundstoffe im gasförmigen Aggregratzustand, z. B. des Wasserstoffgases, Stickstoffgases, Sauerstoffgases, Chlorgases (§ 14) stehen in demselben Verhältniss wie ihre chemischen Mischungsgewichte, so dass sie, wenn man die Dichtigkeit des Wasserstoffgases als Einheit wählt, durch dieselben Zahlen (1:14:16:35,5) ausgedrückt werden. Es folgt daraus, dass *in gleichen Raumtheilen gleich viele Atome jedes dieser Gase enthalten sind*, oder dass die chemisch einfachen Gase gleiches Atomvolumen besitzen.

Die chemische Vereinigung gasförmiger Grundstoffe findet stets nach einfachen Volumenverhältnissen statt. So verbindet sich 1 Raumtheil Wasserstoffgas H mit 1 Raumtheil Chlorgas Cl zu 2 Raumtheilen Chlorwasserstoffgas HCl; ferner 2 Raumth. Wasserstoffgas H_2 mit 1 Raumtheil Sauerstoffgas O zu 2 Raumth. Wasserdampf H_2O; 3 Raumtheile Wasserstoffgas H_3 mit 1 Raumtheil Stickstoffgas zu 2 Raumtheilen Ammoniakgas NH_3 u. s. f., *so dass das Molekulargewicht der Verbindung jedesmal 2 Raumtheilen im Gaszustande entspricht*. Es folgt daraus, dass *in gleichen Raumtheilen gleich viele Moleküle gasförmiger Verbindungen enthalten sind*, oder dass chemisch zusammengesetzte Gase gleiches Molekularvolumen besitzen. Die Dichtigkeiten der zusammengesetzten Gase und Dämpfe sind daher ihren Molekulargewichten proportional, wie aus folgender Tabelle ersichtlich ist, in welcher die Dichtigkeit des Wasserstoffgases = 2 gesetzt ist:

	Dichtigkeit.	Molekulargewicht.		Dichtigkeit.	Molekulargewicht.
Wasserstoff HH	2	2.1 = 2	Wasserdampf H_2O	18	2.1 + 16 = 18
Stickstoff NN	28	2.14 = 28	Ammoniak NH_3	17	3.1 + 14 = 17
Sauerstoff OO	32	2.16 = 32	Grubengas CH_4	16	12 + 4.1 = 16
Chlor ClCl	71	2.35,5 = 71	Oelbildendes Gas C_2H_4	28	2.12 + 4.1 = 28
Chlorwasserstoff HCl	36	1 + 35 = 36	Cyangas C_2N_2	52	2.12 + 2.14 = 52

Wie aus dieser Tabelle ersichtlich ist, muss man, um dasselbe Gesetz auch auf die einfachen Gase auszudehnen, die Annahme machen, dass das Molekulargewicht der einfachen Grundstoffe gleich ihrem doppelten Atomgewicht ist, oder dass sich im unverbundenen Zustande je 2 (beim Phosphor und Arsen je 4) Atome zu einem Molekül vereinigen, eine Annahme, die übrigens auch durch andere Gründe rein chemischer Natur unterstützt wird. Nach dem angegebenen Gesetz ist es möglich, die Dichtigkeit gasförmiger Verbindungen von bekannter Zusammensetzung aus ihrem Mischungsgewicht vorauszuberechnen.

§ 19. Verbindungen des Sauerstoffs, Oxyde. Der Sauerstoff, ein farbloses und geruchloses Gas, bildet einen der Hauptbestandtheile der Erdatmosphäre. Diese besteht im Wesentlichen aus einem Gemenge von 21 Raumtheilen Sauerstoffgas und 79 Raumtheilen Stickstoffgas nebst einem geringen, veränderlichen, im Mittel etwa 0,5 Procent betragenden Gehalt an Kohlensäure und einem ebenfalls wechselnden Gehalt an Wasserdampf (§ 218). Der Sauerstoff vermag sich mit allen übrigen bekannten Grundstoffen, mit Ausnahme des Fluors, zu vereinigen. Die Verbindungen des Sauerstoffs heissen Oxyde; der Process der Vereinigung mit Sauerstoff heisst Oxydation, der entgegengesetzte Process der Abscheidung der Grundstoffe aus ihren Verbindungen mit Sauerstoff Reduktion. Manche Grundstoffe vereinigen sich mit dem Sauerstoff schon durch blosse Berührung bei gewöhnlicher Temperatur. Bei anderen erfolgt die Vereinigung bei erhöhter Temperatur unter lebhafter Wärme- und Lichtentwickelung im Verbrennungsprocess (§ 243), wie beim Kohlenstoff, Schwefel, Phosphor. In anderen Fällen endlich findet die Oxydation nur langsam statt, wie bei vielen Metallen, oder nur auf indirektem Wege, wie beim Stickstoff. Der Sauerstoff ist zur Unterhaltung aller Verbrennungsprocesse, sowie des menschlichen und thierischen Lebens (Athmung), wesentlich erforderlich.

Die wichtigste Verbindung des Wasserstoffs mit dem Sauerstoff ist das Wasser H_2O. Der Wasserstoff ist ein farb- und geruchloses Gas, welches unter allen bekannten Gasen die geringste Dichtigkeit besitzt. Dasselbe ist brennbar, indem sich bei seiner Verbrennung zwei Raumtheile Wasserstoffgas mit einem Raumtheil Sauerstoffgas zu Wasser verbinden, welches durch Abkühlung des bei der Verbrennung gebildeten Wasserdampfes im flüssigen Zustand niedergeschlagen werden kann. Durch den galvanischen Strom wird das Wasser in seine Bestandtheile zerlegt (§ 339). Eine zweite, höhere Oxydationsstufe des Wassers ist das Wasserstoffsuperoxyd H_2O_2.

Die übrigen nichtmetallischen Grundstoffe bilden im Allgemeinen zahlreichere verschiedene Verbindungen mit Sauerstoff. So kann sich z. B., wie bereits oben (§ 17) erwähnt, der Stickstoff auf indirektem Wege in fünf verschiedenen Verhältnissen mit Sauerstoff vereinigen. Die sauerstoffreicheren Verbindungen oder höheren Oxydationsstufen haben in der Regel die Eigenschaft, sich mit Wasser zu Säuren (s. unten § 20b) zu vereinigen und werden deshalb säurebildende Oxyde oder wasserfreie Säuren (Anhydride) genannt, wie z. B. die wasserfreie Schwefelsäure, Phosphorsäure, Salpetersäure. Dieselben ertheilen dem Wasser durch ihre Vereinigung mit demselben einen intensiv sauren Geschmack und saure Reaktion, d. h. die Eigenschaft, gewisse blaue Pflanzenfarbstoffe, z. B. Lakmus, zu röthen.

Durch Verbrennung des Schwefels entsteht schwefligsaures Gas SO_2, welches durch seinen intensiv stechenden Geruch und bleichende Eigenschaften kenntlich ist und sich unter geeigneten Umständen mit einer neuen Quantität Sauerstoff zu wasserfreier Schwefelsäure SO_3 verbindet. Diese ist ein fester Körper und bildet weisse faserige, seidenglänzende Krystalle. Sie besitzt grosse Affinität zum Wasser, mit welchem sie sich unter lebhafter Wärmeentwickelung zu flüssigem Schwefelsäurehydrat vereinigt ($H_2O + SO_3 = H_2SO_4$). Mehrere andere Oxydationsstufen des Schwefels können nur in der Vereinigung mit Wasser als Säuren bestehen.

Durch Verbrennung des Phosphors entsteht wasserfreie Phosphorsäure P_2O_5, ein fester Körper, welcher weisse schneeähnliche Flocken bildet.

Derselbe vereinigt sich, wie die wasserfreie Schwefelsäure, unter lebhafter Wärmeentwickelung mit Wasser zu flüssiger Phosphorsäure H_3PO_4 ($3H_2O + P_2O_5 = 2H_3PO_4$). Durch unvollständige Oxydation des Phosphors entstehen phosphorige und unterphosphorige Säure. (Der Phosphor, ein fester gelblicher Körper von wachsähnlicher Consistenz, besitzt sehr giftige Eigenschaften und wird seiner leichten Entzündlichkeit wegen zum Reibfeuerzeug benutzt [§ 241].)

Unter den oben (§ 17) angeführten Oxydationsstufen des Stickstoffs ist die sauerstoffreichste die wasserfreie Salpetersäure N_2O_5, welche im isolirten Zustand schwer darstellbar und wenig beständig ist, aber durch Vereinigung mit Wasser die flüssige Salpetersäure (Salpetersäurehydrat) HNO_3 bildet ($H_2O + N_2O_5 = 2HNO_3$). Ebenso entsteht durch Vereinigung der gasförmigen Verbindung N_2O_3 mit Wasser salpetrige Säure (Salpetrigsäurehydrat) HNO_2 ($H_2O + N_2O_3 = 2HNO_2$). Chlor, Jod und Brom bilden mehrere Oxydationsstufen, die jedoch meist nur in Verbindung mit Wasser, als Säuren, beständig sind.

Kohlenstoff (Holzkohle, Steinkohle, Graphit, im krystallisirten Zustande als Diamant) verbrennt an der Luft zu Kohlensäure CO_2, einem farblosen Gase, welches schwerer als atmosphärische Luft und zur Unterhaltung der Athmung und Verbrennung untauglich ist. Von Wasser wird dasselbe bei niederer Temperatur und namentlich unter erhöhtem Druck ziemlich leicht absorbirt und ertheilt demselben einen angenehmen, schwach säuerlichen Geschmack. (Vergl. auch § 212.) Durch unvollständige Verbrennung der Kohle bei mangelhaftem Luftzutritt entsteht das brennbare, bei der Einathmung äusserst giftig wirkende Kohlenoxydgas CO.

Das Oxyd des Siliciums, die Kieselsäure SiO_2, bildet einen Hauptbestandtheil der meisten krystallinischen Gesteine (Silikate), aus welchen die feste Erdrinde zusammengesetzt ist. Im reinen Zustand kommt dieselbe als Quarz, krystallisirt als Bergkrystall vor.

§ 20. Metalloxyde, basische Oxyde. Die Metalle besitzen einen sehr verschiedenen Grad der Verwandtschaft zum Sauerstoff. Während sich die meisten Leichtmetalle schon bei gewöhnlicher Temperatur mit demselben vereinigen und deshalb zum Schutz gegen Oxydation unter Steinöl aufbewahrt werden müssen, erfolgt die Oxydation der Schwermetalle erst bei erhöhter Temperatur oder nur langsam und auf indirektem Wege, z. B. durch Berührung mit Wasser (Rosten des Eisens) und mit Säuren. Die Edelmetalle besitzen die geringste Verwandtschaft zum Sauerstoff. Ihre Oxyde zerfallen schon durch erhöhte Temperatur in Metall und Sauerstoff.

Sind mehrere Oxydationsstufen eines Metalls bekannt, so werden die niedrigste in der Regel als Oxydul oder Suboxyd, die zweite als Oxyd, die höheren als Superoxyde bezeichnet; manche Metalle besitzen auch säurebildende Oxyde (§ 19), z. B. Manganoxydul MnO, Manganoxyd (-sesquioxyd) Mn_2O_3, Mangansuperoxyd (-dioxyd, Braunstein) MnO_2, Mangansäure MnO_3, Uebermangansäure Mn_2O_7. Die meisten Metalloxyde besitzen die Eigenschaft, in Berührung mit Säuren Salze zu bilden (§ 20b) und heissen dann basische Oxyde oder Basen.

Zu den basischen Oxyden gehören insbesondere die Oxyde der Alkalimetalle (K, Na, Rb, Cs, Li). Dieselben lösen sich im Wasser auf, indem sie sich mit demselben zu Hydraten (Hydroxyden) oder sogenannten Alkalien verbinden, so bildet z. B. Kaliumoxyd oder Kali (K_2O) Kalihydrat, Natriumoxyd oder Natron (Na_2O) bildet Natronhydrat $\left(\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\right\} O + \left.\begin{matrix}Na\\Na\end{matrix}\right\} O = 2\left.\begin{matrix}Na\\H\end{matrix}\right\} O\Big)$. Die wässrigen Lösungen der Alkalien haben einen laugenhaft ätzenden (alkalischen) Geschmack und alkalische Reaktion, d. h. die Eigenschaft, durch Säuren geröthetes Lakmuspapier wieder blau zu färben.

Die Metalle der alkalischen Erden (Ca, Sr, Ba) bilden basische Oxyde, welche im Wasser nur sehr wenig löslich sind und mit Kohlensäure unlösliche Verbindungen bilden, unter denen die wichtigste die kohlensaure Kalkerde (Kalkstein, Kalkspath, Marmor) CaO,CO_2 ist.

§ 20a. Verbindungen des Chlors, Jods, Broms, Schwefels u. s. w. Das Chlor ist ein grünlich gelbes Gas von eigenthümlichem erstickendem Geruch, beim Einathmen in geringer Menge stark zum Husten reizend. Wegen seiner zer-

störenden Einwirkung auf organische Farbstoffe und miasmatische Ausdünstungen ist dasselbe vielfach als Bleich- und Desinfektionsmittel im Gebrauch. In Verbindung mit Natrium bildet dasselbe Kochsalz. Das im Meerwasser und in manchen Soolquellen in geringer Menge enthaltene **Brom** bildet eine leicht flüchtige, dunkel rothbraune Flüssigkeit, deren rothbrauner Dampf bei sehr unangenehmem Geruch ähnliche Wirkungen besitzt wie Chlor. Das ebenfalls im Meerwasser enthaltene **Jod** ist bei gewöhnlicher Temperatur ein fester, grauer, metallglänzender Körper, welcher sich bei gewöhnlicher Temperatur allmählich mit eigenthümlichem Geruch verflüchtigt, bei höherer Temperatur schmilzt und sich in violettblauen Dampf verwandelt. Die leicht zersetzbaren Verbindungen des Jods und Broms mit dem Silber finden namentlich in der Photographie (§ 152) Anwendung.

Der **Wasserstoff** bildet mit **Chlor**, **Jod** und **Brom** gasförmige Verbindungen (HCl, HJ, HBr), welche vom Wasser leicht und in grosser Menge aufgenommen werden und demselben einen intensiv **sauren Geschmack** und **saure Reaktion**, d. h. die Eigenschaft ertheilen, blaues Lakmuspapier zu röthen (s. oben § 19). Die Lösungen dieser Gase im Wasser sind unter dem Namen **Chlorwasserstoffsäure** (Salzsäure), **Jod-** und **Bromwasserstoffsäure** bekannt. Viele Metalle vermögen aus diesen Säuren den **Wasserstoff** abzuscheiden, indem sie **an seine Stelle treten** und sich mit dem Chlor, Jod oder Brom zu **Chloriden**, **Jodiden**, **Bromiden** oder sogenannten **Haloidsalzen** vereinigen, die meist im Wasser auflöslich sind und demselben einen **salzigen** Geschmack ertheilen, z. B. $HCl + Na = NaCl + H$, $2HCl + Zn = ZnCl_2 + 2H$.

Bei Berührung der genannten **Säuren** mit basischen **Metalloxyden** findet ein gegenseitiger Austausch der Bestandtheile statt, **indem das Metall an die Stelle des Wasserstoffs der Säure tritt** und dieser sich mit dem Sauerstoff des Oxyds zu Wasser vereinigt, z. B. $2HCl + ZnO = ZnCl_2 + H_2O$, $HCl + \left.\begin{matrix}Na\\H\end{matrix}\right\} O = NaCl + \left.\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\right\} O$. Die **Säuren** und **Alkalien neutralisiren** bei dieser Vereinigung ihre Eigenschaften gegenseitig. Der saure Geschmack der Chlorwasserstoffsäure und der alkalische Geschmack der Natronlösung ist verschwunden und an seine Stelle ein rein salziger getreten, der von dem gebildeten Chlornatrium oder Kochsalz herrührt. Ebenso ist die saure und alkalische Reaktion verschwunden, Lakmuspapier wird durch die entstandene Salzlösung weder geröthet noch gebläut.

Bei dieser Wechselwirkung der Säuren und basischen Metalloxyde treten die Atome mancher Metalle, wie z. B. Na, an Stelle je **eines** Wasserstoffatoms, andere, wie Zn, vermögen zwei, ja selbst drei und vier Wasserstoffatome zu ersetzen, oder sich mit 2, 3, 4 Chloratomen zu vereinigen ($NaCl$, $ZnCl_2$, $AuCl_3$, $SnCl_4$). Man unterscheidet demnach 1-, 2-, 3-, 4werthige Metalle. Die Bildung der Chloride u. s. w. kann auch durch direkte Vereinigung der Metalle mit Chlor, Jod, Brom erfolgen.

Mit **Schwefel** vereinigt sich der Wasserstoff zu **Schwefelwasserstoffgas** H_2S, welches höchst unangenehm, wie faule Eier riecht, giftige Eigenschaften besitzt, sich ziemlich leicht in Wasser auflöst und demselben seinen Geruch und Geschmack mittheilt. Die Lösung hat eine schwach saure Reaktion. Mit **Metalloxyden** zersetzt sich der Schwefelwasserstoff in ähnlicher Weise, wie die oben genannten Säuren, indem er **Schwefelmetalle** (Sulfide) und Wasser bildet ($CuO + H_2S = CuS + H_2O$). Während die meisten Chloride, Jodide und Bromide in Wasser auflöslich sind, sind die Sulfide der Schwermetalle unlöslich im Wasser, der Schwefelwasserstoff erzeugt daher in den Lösungen vieler Metallsalze unlösliche Niederschläge von Schwefelmetall, welche ihn zur Auffindung gewisser Metalle in ihren Lösungen besonders geeignet machen. — Die Sulfide können auch durch direkte Vereinigung der Metalle mit Schwefel dargestellt werden.

Mit **Stickstoff** bildet der Wasserstoff das **Ammoniak** NH_3, eine gasförmige Verbindung von charakteristischem stechendem Geruch, welche von kaltem Wasser in grosser Menge absorbirt wird (vergl. §§ 107, 212). Die wässrige Lösung zeigt eine stark **alkalische Reaktion** und bildet mit Säuren salzartige Verbindungen, als ob sie ein basisches Oxyd $\left(\left.\begin{matrix}NH_4\\NH_4\end{matrix}\right\} O\right)$ enthielte, in welchem die Atomgruppe HN_4 (**Ammonium**) die Stelle eines einwerthigen Metalls vertritt, z. B. Ammoniumchlorid oder Salmiak $NH_4Cl = NH_3 + HCl$. Man nennt eine solche Atomgruppe, welche in ihren Verbindungen ein einfaches Metall zu ersetzen vermag, ein **zusammengesetztes Radikal**.

§ 20b. Sauerstoffsäuren und Sauerstoffsalze. Wie der Wasserstoff mit Chlor, Jod, Brom u. s. w. Säuren bildet, welche durch ihren sauren Geschmack, durch die Eigenschaft, Pflanzenfarbstoffe zu röthen und mit Metalloxyden salzartige Verbindungen zu erzeugen, charakterisirt sind, so tritt derselbe auch mit gewissen zusammengesetzten sauerstoffhaltigen Atomgruppen zu Verbindungen zusammen, welche ganz ähnliche Eigenschaften besitzen und Sauerstoffsäuren genannt werden. Man kann sich dieselben durch die Vereinigung säurebildender Oxyde (sogenannter wasserfreier Säuren) mit Wasser entstanden denken. So entsteht, wie oben (§ 19) gezeigt, die Schwefelsäure H_2SO_4 durch Vereinigung der Verbindung SO_3, die Salpetersäure HNO_3 durch Vereinigung der Verbindung NO_5, die Phosphorsäure H_3PO_4 durch Vereinigung der Verbindung P_2O_5 mit Wasser. Der in diesen Säuren enthaltene Wasserstoff kann wie in der Chlorwasserstoffsäure durch Metalle vertreten werden, wodurch Sauerstoffsalze dieser Metalle entstehen. So löst sich z. B. Zink in verdünnter Schwefelsäure unter Entwickelung von Wasserstoff auf und die Lösung enthält Zinksulfat oder schwefelsaures Zinkoxyd ($H_2SO_4 + Zn = ZnSO_4 + 2H$), wobei wieder ein Zinkatom an Stelle von zwei Wasserstoffatomen getreten ist. Bei Berührung von Sauerstoffsäuren mit Metalloxyden werden durch gegenseitigen Austausch der Bestandtheile Metallsalze und Wasser gebildet ($H_2SO_4 + ZnO = ZnSO_4 + H_2O$). Die so entstandenen Metallsalze erhalten ihre Namen von den Säuren und Metalloxyden, durch deren Wechselwirkung sie entstanden sind, z. B. schwefelsaures Zinkoxyd oder Zinksulfat, salpetersaures Kali oder Kaliumnitrat. (Man kann sich ein Metallsalz durch Vereinigung eines basischen Metalloxyds und einer wasserfreien Säure entstanden denken, z. B. schwefelsaures Kupferoxyd $CuSO_4 = CuO + SO_3$, salpetersaures Kali $2KNO_3 = K_2O + N_2O_5$.) Die Sauerstoffsäuren und Alkalien neutralisiren durch ihre Vereinigung zu Salzen ihre Eigenschaften gegenseitig. So entsteht durch Vermischung von Schwefelsäure und Kalihydrat neutrales schwefelsaures Kali K_2SO_4 $\left(\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\right\} SO_4 + 2\begin{matrix}K\\H\end{matrix}\Big\} O = \begin{matrix}K\\K\end{matrix}\Big\} SO_4 + 2\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\Big\} O\Big)$. Durch die entstandene Lösung dieses Salzes wird Lakmuspapier weder geröthet noch gebläut, der saure und alkalische Geschmack ist verschwunden und ein salziger Geschmack an seine Stelle getreten. (Ist die vorhandene Kalimenge zur Neutralisation der Schwefelsäure nicht hinreichend, so entsteht saures schwefelsaures Kali, in welchem nur ein Wasserstoffatom der Säure durch Kalium ersetzt ist, $\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\Big\} SO_4 + \begin{matrix}K\\H\end{matrix}\Big\} O = \begin{matrix}K\\H\end{matrix}\Big\} SO_4 + \begin{matrix}H\\H\end{matrix}\Big\} O$.)

Eine stärkere Säure vermag die schwächere aus ihren Verbindungen zu verdrängen; so entsteht durch Einwirkung von Schwefelsäure auf kohlensaures Kali, schwefelsaures Kali und Kohlensäure, $H_2SO_4 + K_2CO_3 = K_2SO_4 + H_2CO_3$ — letztere Verbindung zerfällt aber sogleich in Wasser H_2O und Kohlensäuregas CO_2, welches entweicht. — Durch Einwirkung von Schwefelsäure auf Chlornatrium (Kochsalz) entsteht schwefelsaures Natron nnd Chlorwasserstoffsäure (Salzsäure), $H_2SO_4 + 2NaCl = Na_2SO_4 + 2HCl$ u. s. f. Ebenso vermag ein basisches Oxyd, welches stärkere basische Eigenschaften besitzt, ein schwächeres aus seiner Verbindung abzuscheiden. Zwei in einer Lösung befindliche Salze tauschen häufig ihre metallischen Bestandtheile aus, wenn dadurch eine unlösliche Verbindung gebildet wird, z. B. salpetersaures Silberoxyd und Chlornatrium, $AgNO_3 + NaCl = NaNO_3 + AgCl$; das gebildete Chlorsilber ist im Wasser unlöslich und fällt als weisser Niederschlag zu Boden, während die Lösung salpetersaures Natron enthält.

§ 21. Legirung, Lösung, Löslichkeit. Von den eigentlichen chemischen Verbindungen sind die Mischungen verschiedener Substanzen zu unterscheiden, welche nicht nach bestimmten Gewichtsverhältnissen stattfinden, wie z. B. die durch Zusammenschmelzen verschiedener Metalle entstehenden Metalllegirungen und Amalgame (Legirungen des Quecksilbers mit anderen Metallen.) Doch sind auch in Metalllegirungen häufig bestimmte chemische Verbindungen enthalten, welche sich beim langsamen Erkalten der geschmolzenen Legirung im krystallinischen Zustand abscheiden (vergl. § 203). Ebenso sind viele Flüssigkeiten in beliebigen Verhältnissen mischbar, ohne bestimmte chemische Verbindungen einzu-

gehen, z. B. Wasser und Weingeist, Weingeist und Aether, fette Oele unter einander u. s. w., während z. B. Wasser und Oel nicht mischbar sind.

Zu diesen unbestimmten Verbindungen sind ferner die Lösungen fester Körper in Flüssigkeiten zu rechnen. Die Metallsalze z. B. sind theils in Wasser auflöslich, wie Chlornatrium, theils unauflöslich, wie schwefelsaures Bleioxyd. Viele Salze werden von heissem Wasser in grösserer Menge aufgenommen als von kaltem, wie salpetersaures Kali (Kalisalpeter), schwefelsaures Natron, bei anderen variirt die Löslichkeit nur wenig mit der Temperatur, wie beim Kochsalz. Die Lösung heisst gesättigt, wenn sie soviel von dem aufgelösten Körper enthält, als sie bei der stattfindenden Temperatur aufzunehmen im Stande ist. Aus einer heiss gesättigten Salpeterlösung muss sich also beim Erkalten ein Theil des gelösten Salzes in festem Zustand abscheiden. Dasselbe findet statt, wenn die Lösung durch Eindampfen oder durch allmähliches Verdunsten an der Luft sich bis zur Sättigung concentrirt hat und die Verdampfung fortdauert.

§ 22. Krystallisation. Geht die Abscheidung eines festen Körpers aus seiner Lösung oder das Erstarren eines geschmolzenen Körpers langsam und ruhig vor sich, so ordnen sich die Moleküle des festen Körpers in regelmässiger Weise, so dass derselbe eine bestimmte regelmässige, von ebenen Flächen begrenzte Form annimmt oder einen Krystall bildet. Der Krystall besitzt nicht nur eine äusserlich bestimmte Form, sondern auch eine innerliche regelmässige Struktur, die sich in einer mehr oder minder leichten und vollkommenen Spaltbarkeit nach bestimmten Richtungen zu erkennen giebt, welche mit der äusseren Form des Krystalls in genauer Beziehung stehen und in der Regel gewissen Krystallflächen parallel sind (Glimmer, Gyps, Kalkspath). Feste Körper, welche keine äusserlich regelmässig ausgebildete Krystallform, aber doch eine regelmässige innere Struktur besitzen, heissen krystallinisch (Marmor), feste Körper ohne krystallinische Struktur heissen amorph (Glas).

Jeder Krystall ist von ebenen Flächen begrenzt. Die Durchschnittslinien zweier Flächen heissen Kanten, die Endpunkte der Kanten, in welchen drei oder mehrere Kyrstallflächen zusammenstossen, Ecken.

Wenn ein Krystall, wie es häufig vorkommt, durch äussere Hindernisse in seiner regelmässigen Ausbildung gehemmt wird, können sich einige Flächen stärker entwickeln als die anderen, wodurch die Regelmässigkeit der Krystallform gestört wird, dabei gilt aber das Gesetz, dass die Flächen auch bei ungleichmässiger Entwickelung immer sich selbst parallel bleiben, mithin auch die Neigungswinkel, unter denen zwei benachbarte Flächen sich durchschneiden, und demnach auch die Kantenwinkel immer genau dieselbe unveränderliche Grösse behalten.

§ 23. Die Krystallform ist je nach der chemischen Natur der Stoffe verschieden. Jeder Substanz kommt in der Regel auch eine bestimmte Krystallform zu. Dieselbe ist eine einfache oder zusammengesetzte, je nachdem alle Flächen des Krystalls einander gleichwerthig sind, oder verschiedenartige Flächen an demselben Krystall vorkommen. Jede zusammengesetzte Krystallform lässt sich auf eine Combination mehrerer einfacher Krystallformen zurückführen. Alle einfachen Krystallformen, deren Combinationen an demselben Krystall vorkommen, lassen sich auf geometrischem Wege von einer gemeinsamen Grundform ableiten oder gehören demselben Krystallsystem an. Man unterscheidet sechs Krystallsysteme, deren Hauptformen im Folgenden zusammengestellt sind. Um die Eigenthümlichkeiten der verschiedenen Krystallsysteme deutlich hervortreten zu lassen

und dio Zurückführung der verschiedenen Formen desselben Systems auf eine Grundform zu erleichtern, denkt man sich im Innern der Krystalle gewisse gerade Linien oder Axen gezogen, welche zwei gleiche gegenüberliegende Ecken oder die Mitten gegenüberliegender Flächen oder Kanten verbinden. Die Krystallsysteme werden am besten nach den Axensystemen unterschieden, auf welche ihre Formen bezogen werden können.

1. Das reguläre oder gleichaxige System. Drei gleiche, einander rechtwinklig schneidende Axen.

2. Das quadratische oder zwei- und einaxige System. Drei rechtwinklige Axen, von denen zwei einander gleichwerthig, die dritte oder Hauptaxe kürzer oder länger ist.

3. Das hexagonale oder drei- und einaxige System. Drei gleiche Axen liegen in einer Ebene und durchschneiden einander unter Winkeln von 60°, die vierte oder Hauptaxe steht auf dieser Ebene senkrecht und ist von der Länge der Nebenaxe unabhängig.

4. Das rhombische oder ein- und einaxige System. Drei rechtwinklige ungleiche Axen.

5. Das klinorhombische oder zwei- und eingliedrige System. Drei ungleiche Axen, von denen zwei einander unter schiefen Winkeln durchschneiden, die dritte auf ihrer Ebene senkrecht steht.

6. Das klinorhomboïdische oder ein- und eingliedrige System. Drei ungleiche, einander schiefwinklig schneidende Axen.

§ 24. 1. Reguläres System. Als Grundform dieses Systems kann das reguläre Oktaëder (Fig. 2) betrachtet werden, welches von acht gleichseitigen Dreiecken begrenzt wird. Die drei gleichen rechtwinkligen Axen verbinden je zwei gegenüberliegende Ecken des Krystalls. Alle Kanten und alle Ecken sind untereinander gleichwerthig (Alaun).

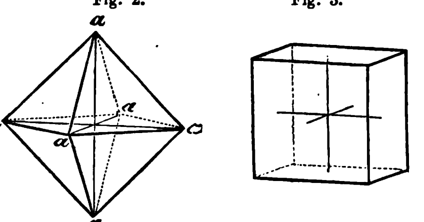


Fig. 2. Fig. 3.

Eine zweite Form des regulären Systems ist das reguläre Hexaëder oder der Würfel (Fig. 3), welcher von 6 gleichen quadratischen Flächen begrenzt wird, und in welchem die Axen die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender Flächen verbinden. Die Würfelflächen entsprechen in ihrer Lage den Ecken des Oktaëders, die Würfelecken den Flächen des Oktaëders. In der Combination beider Formen werden daher die Oktaëderecken durch die Würfelflächen oder die Würfelecken durch die Oktaëderflächen abgestumpft (Steinsalz).

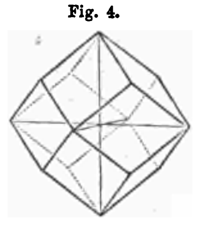


Fig. 4.

Das Rhombendodekaëder oder Granatoëder (Fig. 4) wird von 12 Rhombenflächen begrenzt, welche in ihrer Lage sowohl den 12 Kanten des Oktaëders als denen des Würfels entsprechen. Alle 24 Kanten sind einander gleich, dagegen sind zwei verschiedene Arten von Ecken vorhanden, von denen die 6 spitzeren vierkantigen in ihrer Lage den Oktaëderecken, die 8 stumpferen dreikantigen den Würfelecken entsprechen. Um den Zusammenhang der drei Formen noch deutlicher zu übersehen, bemerke man, dass, wenn man sich in den 12 Rhombenflächen des Dodekaëders die längeren Diagonalen gezogen denkt, dieselben den Oktaëderkanten, die 12 kürzeren Diagonalen dagegen den Würfelkanten in ihrer Lage entsprechen. Das Rhombendodekaëder tritt daher in seiner Combination mit dem Würfel oder Oktaëder als Abstumpfung der Kanten dieser Formen auf (Granat).

Hemiëdrische Formen des regulären Systems. Unter hemiëdrischen Krystallformen versteht man solche Formen, die aus einem vollflächigen oder holoëdrischen Krystall dadurch entstehen, dass die abwechselnden Flächen desselben sich bis zum Verschwinden der anderen Hälfte der Flächen ausdehnen. So entsteht das Tetraëder (Fig. 5) durch hemiëdrische Ausbildung der abwech-

selnden Flächen des (in der Figur hineingezeichneten) Oktaëders. Während bei holoëdrischen Krystallen jeder Fläche eine gegenüberliegende parallele Fläche entspricht, sind beim Tetraëder, welches von vier gleichseitigen Dreiecken begrenzt wird, keine parallelen Flächen vorhanden. Das Tetraëder gehört also zu der nicht parallelflächig hemiëdrischen Abtheilung des regulären Krystallsystems, während eine andere Gruppe von Krystallformen parallelflächige Hemiëdrie zeigt. In Verbindung mit dem Würfel erscheint das Tetraëder als Abstumpfung von 4 abwechselnden Würfelecken (Boracit § 286).

Fig. 5.

§ 25. 2. Quadratisches System. Die Grundform ist das Quadratoktaëder oder die doppelt vierseitige Pyramide mit quadratischer Basis (Fig. 6). Dasselbe wird von 8 gleichschenkligen Dreiecken begrenzt, deren Spitzen zu je vier in einem Endpunkt der Hauptaxe zusammentreffen und die beiden Endecken *a a* bilden, welche von den vier Seitenecken *b b*, den Endpunkten der Nebenaxen, verschieden sind. Die Kanten sind ebenfalls zweierlei, nämlich 8 gleiche Endkanten und 4 unter sich gleiche, aber von jenen verschiedene Seitenkanten. Eine zweite Form dieses Systems ist die quadratische Säule (Fig. 7), welche an den Enden entweder jederseits durch eine zur Hauptaxe senkrechte Endfläche oder durch eine vierseitige Pyramide (als Combination mit dem Quadratoktaëder) begrenzt sein kann.

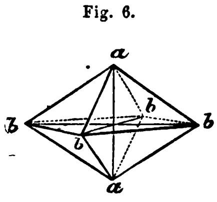
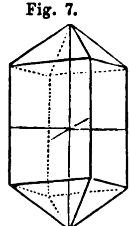
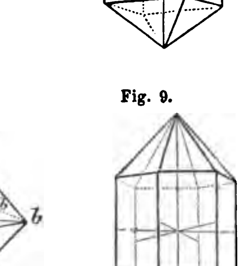


Fig. 6.

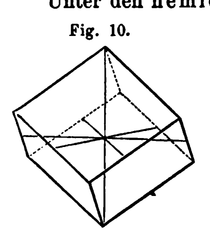

Fig. 7.

3. Hexagonales System. Die Grundform ist das Dihexaëder oder die doppelt sechsseitige Pyramide (Fig. 8). Dieselbe wird von 12 gleichschenkligen Dreiecken begrenzt, deren Spitzen zu je 6 in den beiden Endpunkten der Hauptaxe zusammenstossen und die sechskantigen Endecken bilden. Die 6 Seitenkanten begrenzen als Basis ein regelmässiges Sechseck. Eine zweite Form ist die sechsseitige Säule, die an den Enden entweder jederseits durch eine zur Säulenaxe senkrechte Endfläche oder, in Combination mit dem Dihexaëder, durch sechsseitige Pyramiden begrenzt sein kann (Bergkrystall Fig. 9).

Fig. 8.


Fig. 9.

Unter den hemiëdrischen Formen des hexagonalen Systems ist die wichtigste das Rhomboëder (Fig. 10), welches durch hemiëdrische Ausbildung der abwechselnden Flächen des Dihexaëders entsteht und von 6 Rhombenflächen begrenzt wird. Die Kanten sind zweierlei, nämlich 6 Endkanten, welche zu je drei in den Endecken, den Endpunkten der Hauptaxe, zusammentreffen, und 6 im Zickzack laufende Seitenkanten. Die drei unter Winkeln von 60° sich schneidenden Nebenaxen verbinden die Mitten je zweier gegenüberliegender Seitenkanten des Rhomboëders. Das Rhomboëder ist die Hauptkrystallform des Kalkspaths, bei welchem die beiden Endecken die stumpferen, die Seitenecken die spitzeren sind (vergl. § 184). Eine hemiëdrische Form der sechsseitigen Säule ist die dreiseitige Säule. (Vergl. ferner §§ 194 und 286.)

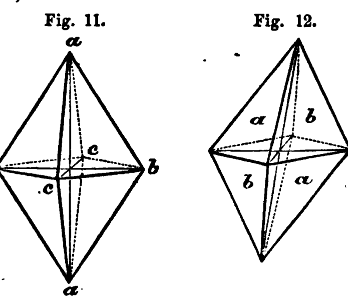

Fig. 10.

Die Krystalle des quadratischen und hexagonalen Systems stimmen in dem gemeinsamen Merkmal einer Hauptaxe und in ihren optischen Eigenschaften überein (§ 185).

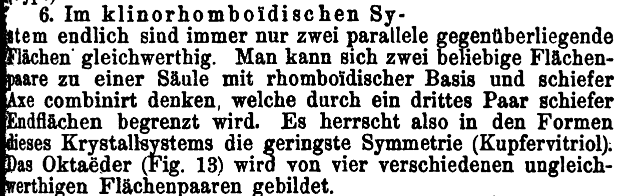
4. Rhombisches System. Die Grundform ist ein Oktaëder mit rhombischer Basis (Fig. 11), welches von 8 ungleichseitigen Dreiecken begrenzt wird. Da alle 3 Axen ungleich sind, so sind dreierlei verschiedene Ecken und auch drei Arten von Kanten vorhanden. Ausserdem kommen in diesem System drei Gruppen

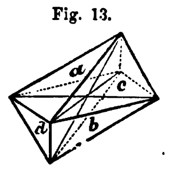
von Säulen mit rhombischer Basis und dreierlei Endflächen vor, welche auf den drei Axen senkrecht stehen (Schwefel, Salpeter).

5. Klinorhombisches System. Als Grundform kann ein Oktaëder mit rhombischer Basis (Fig. 12) betrachtet werden, dessen Pyramidenaxe gegen die Basis unter schiefem Winkel geneigt ist. Die Flächen desselben sind aber nicht gleichwerthig, und dasselbe muss in der That als eine Combination zweier schiefer rhombischer Säulen (*aa*, *bb*) aufgefasst werden. Ueberhaupt kommen in diesem Krystallsystem keine für sich geschlossenen Formen mehr vor, sondern nur rhombische Säulen und einzelne Endflächen (Gyps).



6. Im klinorhomboïdischen System endlich sind immer nur zwei parallele gegenüberliegende Flächen gleichwerthig. Man kann sich zwei beliebige Flächenpaare zu einer Säule mit rhomboïdischer Basis und schiefer Axe combinirt denken, welche durch ein drittes Paar schiefer Endflächen begrenzt wird. Es herrscht also in den Formen dieses Krystallsystems die geringste Symmetrie (Kupfervitriol). Das Oktaëder (Fig. 13) wird von vier verschiedenen ungleichwerthigen Flächenpaaren gebildet.





§ 26. Dimorphismus und Isomorphismus. In der Regel kommt jeder chemischen Verbindung eine bestimmte, einfache oder zusammengesetzte Krystallform zu, oder die verschiedenen an ihr vorkommenden Krystallformen lassen sich doch auf eine und dieselbe Grundform eines Krystallsystems zurückführen. Manche Stoffe besitzen aber die merkwürdige Eigenschaft, unter verschiedenen Umständen zweierlei Krystallformen anzunehmen, die zwei ganz verschiedenen Krystallsystemen angehören. Solche Körper werden dimorph genannt.

Der Dimorphismus steht in engem Zusammenhang mit der chemischen Erscheinung der Allotropie, welche darin besteht, dass ein und derselbe Körper unter gewissen Umständen durch eine veränderte Anordnung seiner Moleküle verschiedene physikalische Eigenschaften erlangen und ein verschiedenes chemisches Verhalten zeigen kann. Solche allotrope und zugleich dimorphe Körper sind z. B. der Kohlenstoff, welcher als Diamant im regulären, als Graphit im hexagonalen Systeme krystallisirt, der Schwefel, welcher in der Natur in Rhombenoktaëdern krystallisirt vorkommt und auch aus seiner Auflösung in Schwefelkohlenstoff in Krystallen dieser Form erhalten wird, während der geschmolzene Schwefel beim Erstarren klinorhombische Säulen bildet, ferner der kohlensaure Kalk, welcher als Kalkspath in der rhomboëdrischen Abtheilung des hexagonalen Systems krystallisirt, als Arragonit dagegen in Formen des rhombischen Systems.

Umgekehrt kommt es nicht selten vor, dass zwei verschiedene chemische Verbindungen von analoger Zusammensetzung in derselben Form krystallisiren. Solche Körper heissen isomorph.

So fand Mitscherlich, dass die schwefelsauren, selensauren, chromsauren und mangansauren Salze derselben Basis (z. B. K_2SO_4, K_2SeO_4, K_2CrO_4, K_2MnO_4) isomorph sind; ebenso die phosphorsauren und arsensauren Salze. Thonerde, Eisenoxyd und Chromoxyd (Al_2O_3, Fe_2O_3, Cr_2O_3) krystallisiren in Rhomboëdern mit gleichen Kantenwinkeln, ferner die kohlensauren Salze der Kalkerde, Talkerde (Magnesiumoxyd), des Eisenoxyduls, Manganoxyduls und Zinkoxyds. Isomorphe Körper vermögen sich öfters in ihren Verbindungen gegenseitig zu vertreten und kommen in Mineralien häufig zusammenkrystallisirt vor, wie z. B. kohlensaure Kalkerde und Magnesia in Bitterspath oder Dolomit, welcher nicht selten auch kohlensaures Eisen- und Manganoxydul enthält.

Dritter Abschnitt.

Mechanik.

§ 27. Die Mechanik behandelt im Allgemeinen die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung der Körper. Man unterscheidet die Statik oder Lehre vom Gleichgewicht und Dynamik oder Lehre von der Bewegung.

Die Hydromechanik behandelt insbesondere die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung tropfbar flüssiger, die Aëromechanik oder Pneumatik die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung luftförmiger Körper. Erstere zerfällt in Hydrostatik und Hydrodynamik (Hydraulik), letztere in Aërostatik und Aërodynamik.

A. Allgemeine Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung, insbesondere Statik und Dynamik fester Körper.

§ 28. Ruhe und Bewegung. Ein Körper ruht, wenn er seine Lage im Raum unveränderlich beibehält, er bewegt sich, wenn er dieselbe verändert. Wir beurtheilen die Ruhe oder Bewegung eines Körpers zunächst nach der Aenderung seiner Lage gegen die umgebenden Körper, indess ist unser Urtheil hierbei vielfachen Täuschungen ausgesetzt, da von vorn herein nicht feststeht, welcher von zwei Körpern, die ihre gegenseitige Lage ändern, der ruhende und welcher der bewegte sei, oder ob sich endlich beide bewegen. Da wir stets nur die relative Ruhe und Bewegung der Körper beobachten können, so sind wir nicht selten geneigt, den ruhenden Körper für den bewegten zu halten und umgekehrt.

Täuschungen bei Kahn- und Eisenbahnfahrten. — Am unwiderstehlichsten ist die Täuschung, vermöge deren uns der Erdboden mit den auf demselben befindlichen Körpern zu ruhen und die Himmelskugel mit den Gestirnen sich um denselben zu drehen scheint. Jahrtausende waren erforderlich, bevor man auf Grund astronomischer Forschungen das Umgekehrte als richtig erkannte.

§ 29. Eintheilung der Bewegungen nach Richtung und Geschwindigkeit. Die Bewegung eines Körpers ist geradlinig oder krummlinig, je nachdem derselbe seine Richtung fortwährend unverändert beibehält, oder dieselbe stetig ändert. Der von dem Körper im Raume durchlaufene Weg heisst die Bahn der Bewegung. Betrachten wir zunächst der Einfachheit halber die Bewegung eines materiellen Punktes oder eines Körpers von verschwindend kleinen Dimensionen, so reducirt sich seine Bahn auf eine gerade oder krumme Linie. Bei der krummlinigen Bewegung wird die Richtung in jedem Punkte der Bahn durch die an dieselbe gezogene Tangente angegeben.

Gleichförmig ist die Bewegung, wenn in gleichen Zeiten immer gleiche Strecken der Bahn zurückgelegt werden, ungleichförmig, wenn dies nicht der Fall ist. Eine ungleichförmige Bewegung heisst beschleunigt, wenn die in gleichen Zeitabschnitten zurückgelegten Strecken fortwährend wachsen, verzögert, wenn dieselben abnehmen. Das Verhält-

niss des in einem gewissen Zeitabschnitt zurückgelegten Weges zur Grösse dieses Zeitabschnitts heisst **Geschwindigkeit.**

Es ist selbstverständlich, dass, um Längen und Zeiträume in ein Verhältniss setzen zu können, eine bestimmte **Längeneinheit** und eine bestimmte **Zeiteinheit** gewählt werden muss. Wählt man z. B. Meter und Sekunde als Längen- und Zeiteinheit, so bewegt sich ein Punkt mit der Geschwindigkeit 10, wenn er in jeder Sekunde 10 Meter, mithin in 2 Sekunden 20 m, in 3 Sekunden 30 m u. s. w. durchläuft. Bei der **gleichförmigen Bewegung** bleibt das Verhältniss zwischen dem durchlaufenen Raum und der dazu erforderlichen Zeit ein unveränderliches. Die Geschwindigkeit wird daher durch den **in einer Zeiteinheit** (Sekunde) durchlaufenen Raum angegeben. Bei der **ungleichförmigen Bewegung** dagegen ist das Verhältniss ein stetig veränderliches. Um daher die Geschwindigkeit in einem gegebenen Zeitpunkt anzugeben, muss das Verhältniss zwischen einer unendlich kleinen Wegstrecke und der unendlich kleinen Zeit ermittelt werden, welche erforderlich ist, um dieselbe zu durchlaufen.

§ 30. **Gleichförmige Bewegung.** Ein Körper, welcher sich mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit von v Meter in jeder Sekunde bewegt, legt in 2 Sekunden $2\,v$, in 3 Sekunden $3\,v$ Meter u. s. w. zurück. Bezeichnet daher v (velocitas) die Geschwindigkeit der Bewegung und t (tempus) die Zeit, d. i. die **Anzahl der Sekunden**, welche erforderlich ist, um eine gewisse Strecke s (spatium) zu durchlaufen, so ist:

$$1.\ s = vt, \text{ mithin } 2.\ v = \frac{s}{t};\ 3.\ t = \frac{s}{v}.$$

Um die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung zu bestimmen, hat man den Raum (in Metern) durch die Zeit (in Sekunden) zu dividiren. Legt z. B. ein Eisenbahnzug in 10 Sekunden eine Strecke von 125 m zurück, so ist seine Geschwindigkeit $v = 12{,}5$ und um eine Meile oder 7500 m zu durchlaufen, würde derselbe $\frac{7500}{12{,}5} = 600$ Sekunden oder 10 Minuten gebrauche

§ 31. **Beharrungsvermögen.** Jede **Aenderung** im Bewegungszustand eines Körpers kann nur durch eine auf denselben wirkende äussere Ursache oder **Kraft** (§ 7) veranlasst werden. Es kann daher ein Körper weder aus dem Zustand der **Ruhe** in den der **Bewegung**, noch auch umgekehrt aus Bewegung in Ruhe übergehen, ohne dass eine Ursache dazu vorhanden ist. Ebenso kann die **Geschwindigkeit** oder die **Richtung** einer Bewegung nur durch eine äussere Kraft **abgeändert** werden. So lange daher auf einen bewegten Körper keine Kraft wirkt, ist seine Bewegung eine **gleichförmige** und **geradlinige.** Die Eigenschaft der Materie, ohne Einwirkung äusserer Kräfte in ihrem Bewegungszustand zu beharren, heisst **Beharrungsvermögen.**

Ein in Bewegung begriffener Eisenbahnzug muss durch die Reibung der Bremsen zum Stillstehen gebracht werden. Der Reiter fliegt über den Kopf des Pferdes, wenn dieses im schnellen Lauf plötzlich anhält. Die Bewegungen der Körper auf der Erdoberfläche werden in der Regel durch die entgegenwirkenden Kräfte der **Reibung** und des **Luftwiderstandes** (§§ 42 und 87 Anm.) allmählich verzögert und aufgehoben. Bei den Bewegungen der Himmelskörper im Weltraum finden diese Bewegungshindernisse nicht statt, weshalb auch keine Verzögerung ihrer Bewegungen eintritt.

§ 31a. **Ungleichförmige Bewegung.** Eine auf einen bewegten Körper wirkende Kraft **vermehrt** oder **vermindert** die Geschwindigkeit, je nachdem ihre Richtung mit derjenigen der bereits bestehenden Bewegung **zusammenfällt** oder ihr **entgegengesetzt** ist. Die in einer gewissen

Zeit erzeugte Aenderung der Geschwindigkeit — Beschleunigung oder Verzögerung — ist um so grösser, je stärker die beschleunigende oder verzögernde Kraft ist. Dieselbe dient daher als Mass für die Grösse oder Intensität der Kraft. Eine Kraft ist doppelt so gross als die andere, wenn sie in gleicher Zeit eine doppelt so grosse Geschwindigkeitsänderung zu erzeugen vermag.

Ist die Richtung der auf den bewegten Körper wirkenden Kraft derjenigen der bereits bestehenden Bewegung weder gleich noch entgegengesetzt, sondern gegen dieselbe unter einem beliebigen Winkel geneigt, so bewirkt dieselbe eine Aenderung in der Richtung der Bewegung und die Bewegung wird eine krummlinige (§ 35).

Bei gleichbleibender Intensität einer Kraft ist die durch dieselbe bewirkte Geschwindigkeitsänderung der Dauer ihrer Wirkung proportional. Eine Kraft von mässiger Intensität vermag daher in sehr kurzer Zeit nur eine sehr geringe Geschwindigkeit zu erzeugen. (Versuch mit einem unter einer Münze plötzlich fortgeschnellten oder langsam fortgezogenen Kartenblatt.)

Diejenigen Kräfte, welche nur sehr kurze Zeit hindurch, aber mit grosser Intensität wirken, so dass sie eine plötzliche Aenderung der Richtung oder Geschwindigkeit der Bewegung herbeiführen, werden Momentankräfte genannt. Solche Momentankräfte kommen z. B. beim Stosse der Körper zur Wirkung (§ 65). In Folge ihrer kurzen Wirkungsdauer kann nur das Endresultat der Wirkung beobachtet werden, welches in der Erzeugung einer gleichförmigen und geradlinigen Bewegung besteht, wenn nicht noch andere, dauernde Kräfte vorhanden sind, welche die Richtung und Geschwindigkeit der Bewegung stetig abändern (Wurfbewegung §§ 33, 35). In der That findet auch im Augenblick des Stosses selbst nicht eine im mathematischen Sinne momentane, sondern eine stetige, aber in sehr kurzer Zeit sehr schnell verlaufende Aenderung der Bewegung statt.

§ 32. Gleichförmig beschleunigte Bewegung. Fallbewegung. Wächst die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers immer in gleichen Zeiten um gleich viel, so heisst seine Bewegung eine gleichförmig beschleunigte. Der Zuwachs der Geschwindigkeit während einer Sekunde heisst die Beschleunigung. Als Beispiel dient die vertikal abwärts gerichtete Bewegung eines unter dem Einfluss der Schwerkraft frei fallenden Körpers (§ 10). Dieselbe ist gleichförmig beschleunigt, weil die Schwerkraft fortwährend mit gleicher Stärke wirkt, mithin in gleichen Zeittheilen stets einen gleichen Zuwachs der Geschwindigkeit erzeugt. Die Beschleunigung durch die Schwerkraft ist an derselben Stelle der Erdoberfläche für alle Körper gleich gross. Die von einem frei fallenden Körper nach einer Sekunde erlangte Endgeschwindigkeit beträgt (unter 45° Breite, in Meeresniveau — vergl. § 63)

$$9{,}808^{\text{m}} = 30{,}193 \text{ par.}' = 31{,}25 \text{ preuss.}'$$

Dieselbe wird mit dem Buchstaben g (gravitas) bezeichnet. Die nach 2, 3, 4....t Sekunden erlangte Endgeschwindigkeit ist demnach $2g$, $3g$, $4g$....tg. Am Anfang der ersten Sekunde beginnt der fallende Körper seine Bewegung mit der Geschwindigkeit 0, am Ende der ersten Sekunde hat er die Geschwindigkeit g erreicht. Da die Geschwindigkeit gleichförmig wächst, so ist der in der ersten Sekunde durchlaufene Raum eben so gross, als ob sich der Körper während dieser Zeit mit der mittleren Geschwindigkeit $\frac{1}{2}g$ bewegt hätte, d. h. gleich $\frac{1}{2}g$ (vergl. unten die Anmerkung). Ebenso findet man die in der zweiten, dritten, vierten Sekunde durchlaufenen Räume gleich $\frac{3}{2}g$, $\frac{5}{2}g$, $\frac{7}{2}g$.... Der während der beiden ersten Sekunden

durchlaufene Raum ist $\frac{1}{2}g + \frac{3}{2}g = \frac{4}{2}g$, während der **drei** ersten Sekunden $\frac{1}{2}g + \frac{3}{2}g + \frac{5}{2}g = \frac{9}{2}g$ u. s. f. Man erhält demnach folgendes Schema:

Anzahl der Sekunden.	Endgeschwindigkeit.	Fallraum in den einzelnen Sekunden.	Ganzer Fallraum seit Anfang der Bewegung.
1	g	$\frac{1}{2}g$	$\frac{1}{2}g$
2	$2g$	$\frac{3}{2}g$	$\frac{4}{2}g$
3	$3g$	$\frac{5}{2}g$	$\frac{9}{2}g$
4	$4g$	$\frac{7}{2}g$	$\frac{16}{2}g$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
t	tg	$(t-\frac{1}{2})g$	$\frac{1}{2}t^2g.$

Es ergiebt sich daraus, dass die am Schluss der einzelnen Sekunden erlangten Endgeschwindigkeiten im einfachen Verhältniss der Fallzeiten, die ganzen Fallräume aber proportional den Quadraten der Fallzeiten wachsen. Bezeichnet v die nach t Sekunden erlangte Endgeschwindigkeit, s den Fallraum, so hat man die beiden Hauptformeln für die Fallbewegung:

1. $v = gt$; 2. $s = \frac{1}{2}gt^2$.

Daraus folgt ferner:

1a. $t = \frac{v}{g}$; 2a. $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$;

3. $v = \sqrt{2gs}$; 3a. $s = \frac{v^2}{2g}$.

Bedeutung und Gebrauch dieser Formeln können leicht in Worten angegeben und durch Zahlenbeispiele erläutert werden.

Anmerkung. Um die Richtigkeit der oben ausgesprochenen Behauptung, dass der Fallraum in der ersten Secunde $\frac{1}{2}g$, in der zweiten $\frac{3}{2}g$ u. s. w. sei, streng zu erweisen, kann folgende Betrachtung dienen. Man denke sich eine Sekunde in sehr viele gleiche Theile getheilt, deren Anzahl n sei. Dann sind, wie aus der Definition der gleichförmig beschleunigten Bewegung folgt, die Geschwindigkeiten am Ende dieser einzelnen Zeitabschnitte $1\frac{g}{n}$, $2\frac{g}{n}$, $3\frac{g}{n} \ldots n\frac{g}{n}$. Während der ersten $n$tel Sekunde wächst die Geschwindigkeit von 0 bis zu $\frac{g}{n}$, mithin ist der in dieser Zeit durchlaufene Raum > 0 und $< \frac{1}{n} \cdot \frac{g}{n}$ oder $< \frac{g}{n^2}$; ebenso liegt der in der zweiten $n$tel Sekunde durchlaufene Raum zwischen den Grenzen $\frac{g}{n^2}$ und $2\frac{g}{n^2}$ u. s. f., endlich der in der letzten $n$tel Sekunde durchlaufene Raum

zwischen $(n-1)\frac{g}{n^2}$ und $n\frac{g}{n^2}$. Also ist der während der ganzen ersten Sekunde durchlaufene Fallraum

$$\text{grösser als } (0+1+2+\ldots+n-1)\frac{g}{n}$$

$$\text{und kleiner als } (1+2+3+\ldots+n)\frac{g}{n}$$

oder, indem man die in den Klammern stehenden arithmetischen Reihen summirt, grösser als $\frac{n-1}{n}\cdot\frac{g}{2}$ und kleiner als $\frac{n+1}{n}\cdot\frac{g}{2}$. Da man aber die Anzahl der Zeitabschnitte n beliebig gross annehmen kann, so fallen beide Grenzwerthe, wenn man n über jede Grenze wachsen lässt, in dem Werth $\frac{g}{2}$ zusammen. Es ist klar, dass man dieselben Betrachtungen auf eine beliebige ganze oder gebrochene Zahl von Sekunden ausdehnen kann, wobei man als gemeinschaftlichen Grenzwerth $\frac{1}{2}gt^2$ erhält.

Galilei bediente sich zur Bestätigung der von ihm (1602) aufgefundenen Fallgesetze einer mit glattem Pergament ausgekleideten, unter einem kleinen Winkel gegen den Horizont geneigten Fallrinne, in welcher er Metallkugeln herabrollen liess (§ 41). Zur Veranschaulichung der gleichförmig beschleunigten Bewegung dient ferner Atwood's Fallmaschine. An den Enden eines über eine Rolle geschlungenen Fadens sind zwei gleiche Massen aufgehängt, welche sich im Gleichgewicht befinden (§ 47). Durch ein auf eine von beiden gelegtes Uebergewicht werden dieselben in Bewegung gesetzt. Die Bewegung, mit welcher das schwerere Gewicht herabsinkt, ist ebenfalls eine gleichförmig beschleunigte, die Beschleunigung ist aber um so kleiner, je kleiner das Uebergewicht im Verhältniss zu den mitbewegten Massen, und kann durch verschiedene Grösse des Uebergewichts willkürlich abgeändert werden. Sinkt das Gewicht längs einer vertikalen in Centimeter getheilten Skala herab, so können die den einzelnen Sekundenschlägen eines Pendels (§ 63) entsprechenden Fallräume leicht abgelesen werden, oder man kann umgekehrt die Fallzeiten beobachten, welche erforderlich sind, damit das Gewicht von einer gegebenen Höhe herabsinke. Wird nach einer bestimmten Anzahl von Sekunden das Uebergewicht entfernt, so geht von diesem Augenblick ab die beschleunigte Bewegung in eine gleichförmige über, so dass man die erlangte Endgeschwindigkeit bestimmen kann.

Alle Körper erlangen durch die Schwerkraft gleiche Beschleunigung. Beim Fallen in der Luft wird jedoch ihre Bewegung durch den Widerstand der Luft (§ 87 Anm.) in ungleichem Masse verzögert, indem die Grösse dieses Widerstandes von der Grösse und Gestalt der Oberfläche des fallenden Körpers abhängt. Eine Flaumfeder und ein Stück Blei fallen daher in der Luft mit ungleicher, im leeren Raum aber mit gleicher Geschwindigkeit (§ 98, 9).

§ 33. Senkrechter Wurf. Unter Wurfbewegung versteht man im Allgemeinen die Bewegung eines Körpers, welcher, nachdem er durch irgendwelche Ursache eine Anfangsgeschwindigkeit in beliebiger Richtung erhalten hat, der alleinigen Wirkung der Schwerkraft überlassen wird. Wird der Körper mit der Anfangsgeschwindigkeit c vertikal abwärts geworfen, so erhält seine Geschwindigkeit, wie beim freien Fall, in jeder Sekunde den Zuwachs g (§ 32). Die Geschwindigkeit eines vertikal aufwärts geworfenen Körpers dagegen wird durch die seiner Bewegung entgegenwirkende Schwerkraft in jeder Sekunde um ebenso viel vermindert. Im ersten Fall ist die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte, im letzteren eine gleichförmig verzögerte. Es ergiebt sich daher die Geschwindigkeit des Körpers nach 1, 2, 3....t Sekunden gleich $c \pm g$, $c \pm 2g$, $c \pm 3g \ldots c \pm t.g$, wo die oberen Vorzeichen für den abwärts, die unteren für den aufwärts gerichteten Wurf gelten. Ferner ergeben sich, wie in § 32, die in den einzelnen Sekunden durchlaufenen

Räume gleich $c \pm \frac{1}{2}g$, $c \pm \frac{3}{2}g$ u. s. f. und die ganzen seit Anfang der Bewegung durchlaufenen Räume $c \pm \frac{1}{2}g$, $2c \pm \frac{4}{2}g \ldots . t . c \pm \frac{1}{2}t^2 . g$. Mithin erhält man für den senkrechten Wurf die Formeln:

$$1.\quad v = c \pm g t$$

$$2.\quad s = c t \pm \frac{1}{2} g t^2$$

$$3.\quad v^2 = c^2 \pm 2 g s.$$

Der aufwärts geworfene Körper bewegt sich mit abnehmender Geschwindigkeit und kommt zur Ruhe, nachdem seine Geschwindigkeit durch die entgegenwirkende Schwerkraft ganz aufgehoben, oder wenn $v = 0$ geworden ist. Bezeichnet T die Zeit des Ansteigens, so muss $c - g\,T = 0$, mithin

$$T = \frac{c}{g}$$

sein. Die grösste Höhe S, welche der geworfene Körper erreicht, ergiebt sich, indem man diesen Werth für t in die Formel 2 einsetzt:

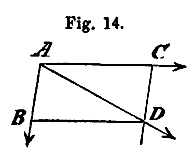
$$S = \frac{c^2}{2g}.$$

Zum Herabfallen von der Höhe S ist (nach Formel 2a, § 32) dieselbe Zeit erforderlich, welche der Körper zum Ansteigen brauchte, und die Endgeschwindigkeit, mit welcher er den Ausgangspunkt wieder erreicht, ist (Formel 3, § 32) gleich der Anfangsgeschwindigkeit c. Die Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangt, wenn er von einer Höhe S frei herabfällt, würde also hinreichen, um denselben wieder bis zu der Höhe S emporzutreiben.

Den Formeln 1 und 2 zufolge kann man die Bewegung des geworfenen Körpers aus der Summe oder Differenz zweier Bewegungen zusammengesetzt denken, von denen die eine, gleichförmige, durch die dem Körper mitgetheilte Anfangsgeschwindigkeit, die andere, gleichförmig beschleunigte, durch die Wirkung der Schwerkraft veranlasst wird.

§ 34. **Zusammengesetzte Bewegung, Parallelogramm der Bewegungen.** Wirken auf einen Körper gleichzeitig zwei Bewegungsursachen, so heisst seine Bewegung eine zusammengesetzte. Die Bewegungen, welche beide Ursachen einzeln wirkend ihm ertheilt haben würden, heissen die Componenten der Bewegung, die aus beiden zusammengesetzte die resultirende. Wirken beide Bewegungsursachen in gleicher Richtung, so ist die resultirende Geschwindigkeit gleich der Summe, wirken beide in entgegengesetzter Richtung, so ist sie gleich der Differenz der Geschwindigkeiten, welche beide Ursachen einzeln wirkend dem Körper ertheilt haben würden.

Fig. 14.



Ein Punkt A (Fig. 14) bewege sich auf der Geraden AB mit gleichförmiger Geschwindigkeit, so dass er in einer Sekunde von A nach B gelangt. Gleichzeitig aber werde diese Gerade mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Richtung AC fortbewegt, so dass sie während einer Sekunde aus der Lage AB in die Lage CD über-

geführt wird. In Folge dieser zusammengesetzten Bewegung ist der Punkt, wie leicht ersichtlich, während einer Sekunde von A nach D gelangt und zwar hat er die Diagonale AD des Parallelogramms $ABCD$ mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufen.

Aus der Zusammensetzung zweier gleichförmiger Bewegungen von verschiedener Richtung resultirt demnach wieder eine gleichförmige Bewegung, welche der Richtung und Geschwindigkeit nach durch die Diagonale eines Parallelogramms dargestellt wird, dessen Seiten die Richtungen und Geschwindigkeiten der Componenten angeben. Dieses Parallelogramm heisst Parallelogramm der Bewegungen.

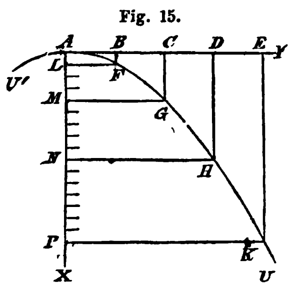
Die verschiedenen Fälle der Zusammensetzung der Bewegungen werden durch das Beispiel eines mit dem Strom, gegen den Strom oder quer über den Strom geruderten Kahnes erläutert.

Umgekehrt kann man sich jede gleichförmige Bewegung in zwei Componenten von vorgeschriebener Richtung zerlegt denken.

Es ist klar, dass aus der Zusammensetzung zweier geradliniger, gleichförmig beschleunigter Bewegungen, welche in A mit der Anfangsgeschwindigkeit Null beginnen, wieder eine gleichförmig beschleunigte Bewegung entspringt. Die Richtung und Beschleunigung dieser Bewegung werden durch die Diagonale eines Parallelogramms dargestellt, dessen Seiten die Richtungen und Beschleunigungen der beiden Componenten angeben.

§ 35. Horizontaler und schiefer Wurf. Ein mit der Anfangsgeschwindigkeit c in horizontaler Richtung geworfener Körper wird durch die Wirkung der Schwerkraft stetig von seiner Bewegungsrichtung abgelenkt und beschreibt eine krummlinige Bahn, die Wurflinie, welche eine Parabel ist. Da der Körper in horizontaler Richtung in jeder Sekunde um die gleiche Strecke c fortrückt, während die in vertikaler Richtung durchlaufenen Strecken den Quadraten der Fallzeit proportional sind, so erhält man die Punkte der Bahn, welche der von A (Fig. 15) aus geworfene Körper nach 1, 2, 3 u. s. w. Sekunden erreicht hat, indem man auf der horizontalen Geraden AY von A aus die gleichen Strecken AB, BC, CD u. s. w. gleich der gegebenen Anfangsgeschwindigkeit c aufträgt, auf der Vertikalen AX dagegen die Stücke $AL = \frac{1}{2}g$, $AM = 4.\frac{1}{2}g$, $AN = 9.\frac{1}{2}g$ u. s. w. abschneidet und die Rechtecke $ABFL$, $ACGM$ u. s. w. construirt.

Fig. 15.



Betrachtet man die Abschnitte auf AX als Abscissen, die in ihren Endpunkten errichteten Senkrechten LF, MG u. s. w. als Ordinaten, so ergiebt sich aus dieser Construktion die geometrische Eigenschaft der Parabel, dass die Abscissen den Quadraten der Ordinaten proportional sind. Bezeichnet x die Abscisse, y die Ordinate, so hat man nach t Sekunden

$$y = ct, \qquad x = \frac{1}{2}g t^2,$$

mithin, durch Elimination von t,

$$y^2 = \frac{2c^2}{g}.x,$$

welche Beziehung zwischen x und y die Gleichung der Parabel ist und die so eben angegebene geometrische Eigenschaft ausdrückt. Der Punkt A heisst der

Scheitel, AX die Axe der Parabel. Geometrisch betrachtet besitzt dieselbe ausser dem ins Unbegrenzte fortlaufenden (absteigenden) Zweig AKU noch einen zweiten, zu diesem symmetrischen (aufsteigenden) Zweig $U'A$.

Wird ein Körper in der gegen den Horizont geneigten Richtung AB (Fig. 16) aufwärts geworfen, so kann sein Ort am Ende einer beliebigen Zahl von Sekunden durch eine ähnliche Construktion wie oben gefunden werden. Die Wurfbahn ist in diesem Fall ebenfalls eine Parabel, deren Scheitel aber nicht im Anfangspunkt der Bewegung gelegen ist. Der Winkel ZAY, unter welchem die Richtung des Wurfs gegen die Horizontale geneigt ist, heisst der Elevationswinkel. Wird dieser mit α bezeichnet, so kann man sich die Anfangsgeschwindigkeit $AB = c$ nach § 34 in eine horizontale Componente $AR = c \cos \alpha$ und eine vertikale $AS = c \sin \alpha$ zerlegt denken. Erstere wird durch die Schwerkraft nicht beeinflusst, letztere dagegen in jeder Sekunde um g vermindert. Für die horizontale und vertikale Entfernung vom Anfangspunkte A, welche der Körper nach t Sekunden erreicht hat, ergeben sich (§§ 30 u. 33) die Ausdrücke

Fig. 16.

$$y = c \cos \alpha \,.\, t,$$

$$x = c \sin \alpha \,.\, t - \frac{1}{2} g t^2.$$

Eliminirt man t aus diesen beiden Gleichungen, so lässt sich die Gleichung zwischen x und y leicht in die Form bringen

$$(y-b)^2 = \frac{2\, c^2 \cos^2 \alpha}{g} (a-x),$$

wenn der Kürze wegen $\frac{c^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = b$, $\frac{c^2 \sin^2 \alpha}{2g} = a$ gesetzt wird. Dieses ist die Gleichung einer Parabel, deren Scheitel G in der horizontalen Entfernung b und in der vertikalen Höhe a über dem Anfangspunkt gelegen ist. Mit Hilfe dieser Gleichung lassen sich ferner leicht folgende Fragen beantworten: Nach welcher Zeit wird der Scheitel der Bahn bei gegebenem Elevationswinkel und gegebener Anfangsgeschwindigkeit erreicht? Wie gross ist die horizontale Wurfweite oder die Entfernung, in welcher der Körper sich wieder in gleicher Höhe mit dem Ausgangspunkt befindet? Welches ist bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit die grösste erreichbare Wurfweite? Welchem Elevationswinkel entspricht dieselbe? Wie gross muss bei gegebenem Elevationswinkel die Anfangsgeschwindigkeit oder bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit der Elevationswinkel gewählt werden, um ein Ziel von gegebener Entfernung und Höhe zu treffen? (Die letztere Aufgabe gestattet eine doppelte Lösung — flacher Schuss und Bogenschuss).

Einfluss des Luftwiderstandes (§ 87 Anm.) auf die Wurfbahn — Ballistische Curve. — Die genaue Kenntniss der Flugbahn der Geschosse unter dem Einfluss des Luftwiderstandes ist von praktischer Wichtigkeit. Die Gesetze derselben werden äusserst complicirt, namentlich wenn das Geschoss, wie es bei den neueren gezogenen Geschützen der Fall ist, eine andere als kugelförmige Gestalt hat, und wenn demselben durch die Züge des Geschützrohres gleichzeitig mit der fortschreitenden Bewegung eine Rotationsbewegung um eine der Richtung des Rohres parallele Axe ertheilt wird.

§ 36. **Gleichgewicht der Kräfte an einem Punkt. Parallelogramm der Kräfte.** Wie zwei einem Körper gleichzeitig ertheilte Geschwindigkeiten durch eine resultirende Geschwindigkeit ersetzt werden können (§ 34), so kann man auch, wenn ein Körper der Einwirkung zweier oder mehrerer Kräfte ausgesetzt ist, eine Mittelkraft oder Resultirende angeben, welche die Seitenkräfte oder Componenten in ihrer gemeinschaftlichen Wirkung ersetzt. Wirken auf einen materiellen Punkt (§ 29) zwei gleich grosse, der Richtung nach entgegengesetzte Kräfte, so bleibt der Punkt in Ruhe oder er befindet sich im Zustand des Gleich-

gewichts (§ 11). Zwei in gleicher Richtung wirkende Kräfte können durch eine Resultirende ersetzt werden, welche ihrer Summe gleich ist. Die Resultirende zweier in entgegengesetzter Richtung wirkender ungleicher Kräfte ist gleich ihrer Differenz und nach der Seite der grösseren von beiden gerichtet. Schliessen endlich die Richtungen beider Componenten einen beliebigen Winkel ein, so kann man dieselben ihrer Grösse und Richtung nach durch die geraden Linien AB und AC (Fig. 17) darstellen. Die Diagonale AD des zwischen den Seiten AB und AC construirten Parallelogramms giebt dann der Grösse und Richtung nach die Resultirende an. Fügt man zu den Kräften AB und AC noch eine dritte Kraft AE hinzu, welche der Resultirenden AD an Grösse gleich, aber der Richtung nach entgegengesetzt ist, so wird dadurch die gemeinschaftliche Wirkung der beiden Componenten aufgehoben und die drei Kräfte AB, AC, AE sind am Punkte A im Gleichgewicht.

Fig. 17.

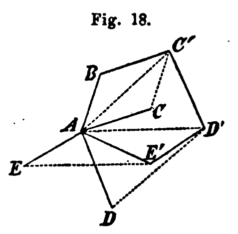
Da als Mass der Kräfte die Geschwindigkeiten dienen, welche beide Kräfte dem Punkte A in der Zeiteinheit zu ertheilen vermögen (§ 31a), so ergeben sich die ausgesprochenen Sätze als unmittelbare Folgerungen aus § 34. Der Punkt ist im Gleichgewicht, wenn die ihm von zwei Kräften ertheilten Geschwindigkeiten gleich gross und entgegengesetzt gerichtet sind; die Beschleunigung, welche zwei in gleicher oder entgegengesetzter Richtung wirkende Kräfte ihm ertheilen, ist gleich der Summe oder Differenz der Beschleunigungen, welche beide Kräfte für sich hervorgebracht haben würden. Werden endlich die Beschleunigungen der Componenten durch die Geraden AB und AC dargestellt, so stellt AD die resultirende Beschleunigung dar, welche durch eine gleich grosse und entgegengesetzte AE aufgehoben werden kann.

Sind die Kräfte AB, AC, AE im Gleichgewicht, so ist jede derselben gleich und der Richtung nach entgegengesetzt der Resultirenden der beiden anderen, also auch AB gleich und entgegengesetzt AF, AC gleich und entgegengesetzt AG. Zwischen drei im Gleichgewicht befindlichen Kräften und den von ihren Richtungen eingeschlossenen Winkeln findet die leicht zu beweisende Beziehung statt

$$\frac{AE}{\sin BAC} = \frac{AB}{\sin CAE} = \frac{AC}{\sin EAB}.$$

Wirken drei oder mehrere Kräfte gleichzeitig auf einen Punkt, so kann man sich zunächst zwei derselben durch eine Resultirende ersetzt denken, diese mit einer dritten vereinigen u. s. f. Eine einfache Construktion der Resultirenden beliebig vieler Kräfte, deren Richtigkeit leicht einleuchtet, ist folgende: Es seien die in A (Fig. 18) angreifenden Kräfte AB, AC, AD, AE gegeben. Man ziehe von B aus BC' gleich und gleichstimmig parallel AC, sodann $C'D'$ = und ∥ AD, endlich $D'E'$ = und ∥ AE, so stellt AE' die Resultirende der vier Kräfte dar. Es werden nämlich AB und AC durch AC', AC' und AD durch AD', AD' und AE durch AE' ersetzt. Fiele E' mit A zusammen, so wäre die Resultirende gleich Null und die Kräfte wären im Gleichgewicht (Kräftepolygon).

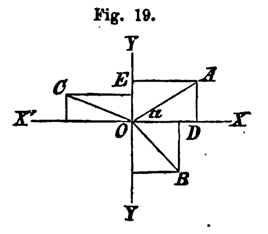
Fig. 18.



§ 37. Zerlegung der Kräfte. Wie man sich zwei auf einen materiellen Punkt wirkende Kräfte in eine Resultirende vereinigt denken kann, so kann man sich umgekehrt, wo es zweckmässig erscheint, die Wirkung einer Kraft durch die gleichzeitige Wirkung zweier Componenten ersetzt denken. Besonders häufige Anwendung findet der Fall der Zerlegung einer Kraft in zwei Componenten, deren Richtungen einen rechten Winkel einschliessen (§§ 41, 61 u. s. w.).

Soll die auf den Punkt O (Fig. 19) wirkende Kraft OA in zwei rechtwinklige Componenten zerlegt werden, deren Richtungen OX und OY gegeben sind, so hat man von A aus auf OX und OY die Senkrechten AD und AE zu fällen. Wird die Grösse der Kraft OA mit P und $\angle AOD$ mit a bezeichnet, so sind die Componenten $OD = P \cos a$ und $OE = P \sin a$. Wirken auf den Punkt O beliebig viele Kräfte OA, OB, OC, deren Richtungen in einer Ebene liegen, so kann man sich jede derselben durch zwei rechtwinklige Componenten ersetzt denken, deren Richtungen in die Linien XX' und YY' fallen. Betrachtet man dann die nach OX und OY gerichteten Componenten als positiv, die nach OX' und OY' gerichteten als negativ, so kann man die in die Gerade XX' fallenden unter sich und die in YY' fallenden unter sich algebraisch summiren und endlich die beiden so erhaltenen Summen wieder zu einer einzigen Resultirenden vereinigen, welche alle Kräfte in ihrer Wirkung ersetzt. Sind die auf O wirkenden Kräfte P_1, P_2, $P_3 \ldots$ und die Winkel, welche ihre Richtungen mit OX einschliessen a_1, a_2, $a_3 \ldots$, so werden die Summen der nach OX und OY gerichteten Kräfte beziehungsweise

Fig. 19.



$$A = P_1 \cos a_1 + P_2 \cos a_2 + P_3 \cos a_3 + \ldots$$
$$B = P_1 \sin a_1 + P_2 \sin a_2 + P_3 \sin a_3 + \ldots$$

Dabei werden die Vorzeichen von $\sin a$ und $\cos a$ für jede Kraft durch den Quadranten bestimmt, in welchem der Winkel a liegt, so dass z. B. $\sin BOX$ negativ ist. Ist $A = 0$ und $B = 0$, so findet Gleichgewicht zwischen den Kräften statt; anderenfalls hat man, wenn R die Grösse der Resultirenden und x den Winkel bezeichnet, welchen sie mit der Geraden OX einschliesst:

$$R \cos x = A \quad \text{und} \quad R \sin x = B,$$

woraus folgt:

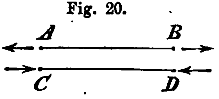
$$R^2 = A^2 + B^2;$$
$$\cos x = \frac{A}{R}; \qquad \sin x = \frac{B}{R}.$$

Es wird leicht ersichtlich, dass diese Betrachtungen auch auf den Fall ausgedehnt werden können, dass die Richtungen der Kräfte nicht in einer Ebene liegen, indem man dann jede Kraft nach drei auf einander senkrechten Richtungen in Componenten zerlegen kann.

§ 38. Gleichgewicht entgegengesetzter Kräfte an einem Faden oder einer Stütze. Spannung des Fadens; Zug- und Druckkräfte. Ein an seinem oberen Ende befestigter elastischer Faden wird durch eine angehängte schwere Masse ausgedehnt, indem seine Theilchen sich so weit von einander entfernen, bis die dadurch erzeugte Anziehung zwischen je zwei benachbarten Theilchen (§ 8) der Wirkung der Schwerkraft auf die angehängte Masse das Gleichgewicht hält. Die Spannung des Fadens oder die Anziehung, welche in diesem Gleichgewichtszustand zwischen zwei benachbarten Theilchen desselben stattfindet, ist gleich dem Gewicht der angehängten Masse (§ 11). Werden mehrere schwere Massen an demselben Faden aufgehängt, so ist die Spannung des Fadens gleich der Summe ihrer Gewichte.

In Folge seiner Spannung übt der Faden an seinem Aufhängungspunkt einen Zug aus, welcher dieser Spannung oder dem Gewicht der angehängten Masse gleich ist. Der Faden AB (Fig. 20) ist im Gleichgewicht, wenn an beiden Enden desselben gleich grosse und der Richtung nach entgegengesetzte Zugkräfte wirken. Ebenso ist ein fester Stab oder eine Stütze CD im Gleichgewicht unter dem Einfluss zweier gleicher und entgegengesetzt gerichteter Druckkräfte.

Fig. 20.



Es ist zweckmässig, die Zug- oder Druckkräfte, welche der Spannung eines Fadens oder dem Druck eines schweren Körpers auf seine Unterlage ver-

gleichbar sind, also durch **Gewichtseinheiten** ausgedrückt werden, und welche in der Regel unmittelbar nur auf **einzelne Punkte** oder auf die **Oberfläche** der Körper wirken, von denjenigen Kräften zu unterscheiden, welche wie die Schwerkraft auf alle Massentheile des Körpers in gleicher Weise beschleunigend wirken. Für die Zusammensetzung und Zerlegung der auf **einen Punkt** wirkenden Zug- und Druckkräfte gelten dieselben Gesetze, welche oben (§§ 36 u. 37) für das Gleichgewicht der Kräfte an einem Punkt im Allgemeinen entwickelt sind. Haben die auf die Theile eines festen Körpers wirkenden Zug- und Druckkräfte **verschiedene Angriffspunkte**, so kann das Gleichgewicht zwischen denselben nur mit Hilfe der Anziehungs- und Abstossungskräfte herbeigeführt werden, welche zwischen den Theilen des festen Körpers in Wirkung treten, sobald man die Gestalt des Körpers zu ändern, mithin seine Theile von einander zu entfernen oder einander anzunähern sucht. Ein durch zwei entgegengesetzte Kräfte gespannter Faden (Draht) erleidet jederzeit eine Drehung, wenn diese auch in vielen Fällen so gering ist, dass dieselbe ohne besonders geschärfte Beobachtungsmittel nicht bemerkt wird. Nur durch die **Anziehungskräfte**, welche aus der vergrösserten Entfernung der Theile des Fadens entspringen (§ 8), ist das Gleichgewicht der Theile möglich. Jedes einzelne Theilchen ist im Gleichgewicht, wenn es von den beiden benachbarten Theilchen gleiche Beschleunigungen in entgegengesetzten Richtungen erfährt. Die Anziehung je zweier auf einander folgender Theilchen, oder die Spannung des Fadens muss daher in der ganzen Länge desselben gleich gross sein, und die beiden Endpunkte des Fadens müssen gleiche Beschleunigungen nach entgegengesetzten Richtungen erfahren. — Ist an einem Faden eine Masse von m Atomen aufgehängt, deren jedes durch die Schwerkraft die Beschleunigung g erfährt, so wird die Spannung des Fadens durch das Produkt $m . g$ ausgedrückt. Denkt man sich am anderen Ende des Fadens eine Masse aus m' Atomen angebracht, deren jedes die Beschleunigung g' in entgegengesetzter Richtung erfährt, so ist zum Gleichgewicht erforderlich, dass

$$m . g = m' . g'$$

sei, oder es müssen die **Produkte aus den durch den Faden verbundenen Massen und den entsprechenden Beschleunigungen** einander gleich sein. —

Ganz dieselben Betrachtungen lassen sich auf den **Druck** anwenden, welchen eine **Stütze** erleiden muss, um die Annäherung zweier einander anziehender Massen, z. B. der Erde und des Mondes, zu verhindern. Besteht die Masse des Körpers A aus m Atomen, die des Körpers B aus m' Atomen und ist k die Beschleunigung, welche jedes Atom dem anderen in der Entfernung ertheilt, in welcher sich beide Körper befinden, so erfährt jedes der m' Atome des Körpers B von den m Atomen des Körpers A die Beschleunigung $g' = m . k$ in der Richtung nach A, jedes der m Atome des Körpers A dagegen erfährt von den m' Atomen des Körpers B im Ganzen die Beschleunigung $g = m' . k$ in der Richtung nach B. Soll die Annäherung beider Körper durch eine zwischen ihnen angebrachte feste Stütze verhindert werden, so muss diese von beiden Seiten den gleichen **Druck**

$$m . g = m' . g' = mm' k$$

erleiden und die beiden einander anziehenden Massen befinden sich mit Hilfe der Stütze im Gleichgewicht, da die auf beiden Seiten wirkenden Druckkräfte einander gleich und entgegengesetzt gerichtet sind. Der Druck auf die Stütze oder die **gegenseitige Anziehung** zwischen beiden Massen wird durch das Produkt $mm' k$ ausgedrückt.

Es ist hierbei vorausgesetzt worden, dass die Anziehung, welche jedes Atom des Körpers A auf jedes Atom des Körpers B **ausübt**, derjenigen gleich ist, welche es selbst von ihm **erfährt**, so dass die Beschleunigungen, welche beide Körper einander ertheilen, ihren Massen proportional sind. Dieser bisher durch alle Erfahrungen bestätigte Satz ist unter dem Namen des **Princips der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung** (Aktion und Reaktion) bekannt.

§ 39. **Gleichgewicht der Kräfte an einem starren Körper.** Zug- und Druckkräfte, welche auf verschiedene Punkte eines festen Körpers wirken, können, wie im vorhergehenden Paragraphen erläutert worden, nur mit Hilfe der Elasticitätskräfte im Gleichgewicht sein, welche zwischen den benachbarten Theilen des Körpers in Wirkung treten, deren Entfernungen die äusseren Kräfte zu vergrössern oder zu verringern streben. In den meisten Fällen ist die Formänderung, welche der Körper dabei durch die

äusseren Kräfte innerhalb der Elasticitätsgrenze (§ 8) erleidet, so gering, dass sie bei vielen praktischen Fragen über das Gleichgewicht ganz ausser Acht gelassen werden kann, oder dass man die Gestalt des Körpers als starr und unveränderlich betrachten darf. Hat ferner ein elastischer Körper durch die Einwirkung im Gleichgewicht befindlicher äusserer Kräfte eine merkliche Formänderung erlitten (wie z. B. ein gedehnter elastischer Faden, eine gespannte Uhrfeder), so wird das Gleichgewicht noch bestehen, wenn man sich den Körper in seiner veränderten Form starr geworden, d. h. seine Theile auf unveränderliche Weise mit einander verbunden denkt.

Ist A (Fig. 21) der Angriffspunkt einer der an einem starren Körper im Gleichgewicht befindlichen Kräfte, welche ihrer Grösse und Richtung nach durch die Gerade AB dargestellt wird, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn man den Angriffspunkt der Kraft AB nach irgend einem anderen Punkt C auf der Geraden AB oder ihrer Verlängerung verlegt, ohne dabei die Grösse oder Richtung der Kraft zu ändern — wofern nur der Punkt C zu dem Körper gehört oder mit demselben in starre Verbindung gesetzt wird. Denn denkt man sich zu den bereits vorhandenen Kräften, welche nach Voraussetzung im Gleichgewicht sind, noch die beiden gleichen und entgegengesetzt gerichteten Kräfte $AD = AB$ und CE hinzugefügt, so wird wegen der starren und unveränderlichen Verbindung der Punkte A und C das Gleichgewicht noch bestehen. Nun sind aber auch die beiden im Punkt A angreifenden gleichen und entgegengesetzten Kräfte AB und AD unter sich im Gleichgewicht; dieselben können also fortfallen, ohne dass das Gleichgewicht der übrigen Kräfte gestört wird. Das Resultat ist also, dass die Kraft AB durch die in C angreifende gleiche Kraft CE in ihrer Wirkung ersetzt ist.

Fig. 21.

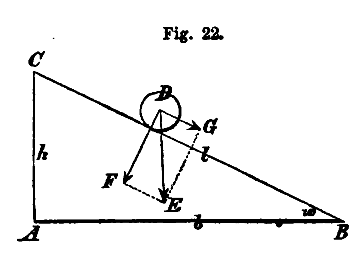
Anwendung der allgemeinen Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung auf die einfachen Maschinen und auf die Theorie des Schwerpunktes.

§ 40. Maschinen sind im Allgemeinen Vorrichtungen zur Uebertragung der Wirkung von Kräften von einem Körper auf den anderen, deren man sich bedient, um mittelst der zu Gebote stehenden Kräfte die beabsichtigten Bewegungen auf möglichst vortheilhafte Weise zu Stande zu bringen. Man unterscheidet einfache und zusammengesetzte Maschinen. Zu den einfachen Maschinen, auf deren Wirkung die aller Bestandtheile der zusammengesetzten zurückgeführt werden kann, gehören zunächst die Vorrichtungen zur Uebertragung der Kräfte in geradliniger Richtung, deren Wirkungsweise bereits oben (§ 38) erörtert worden ist, nämlich der Faden (Seil) und die Stütze (Stange, Strebe). Sodann rechnet man dazu die schiefe Ebene, die Schraube, den Keil, die Rolle, das Wellrad und den Hebel.

§ 41. Fall über die schiefe Ebene. Auf einer Ebene, welche unter dem Winkel w gegen die Horizontalebene geneigt ist, und welche durch die Hypotenuse BC des rechtwinkligen Dreiecks BAC (Fig. 22) dargestellt werden mag, befinde sich in D ein schwerer Körper. Die horizontale Kathete AB, welche die Horizontalebene vorstellt, soll die Basis der schiefen Ebene genannt und mit b bezeichnet werden, die vertikale Kathete $AC = h$ heisse die Höhe, endlich $BC = l$ die Länge

der schiefen Ebene. Wird der Körper D, ohne dass ihm eine Anfangsgeschwindigkeit ertheilt wird, der Wirkung der Schwere überlassen, so wird derselbe, da er durch den Widerstand der schiefen Ebene verhindert ist, in der Richtung DE herabzufallen, sich in der Richtung von C nach B auf der schiefen Ebene abwärts bewegen. Die Beschleunigung $DE = g$, welche ihm die Schwere ertheilen würde, wenn der Widerstand der schiefen Ebene nicht vorhanden wäre, kann man sich in die Componenten DG und DF zerlegt denken (§ 37), von denen die erste der schiefen Ebene parallel, die zweite senkrecht zu derselben gerichtet ist. Letztere Componente wird durch den Widerstand der schiefen Ebene aufgehoben (§ 11) und nur die Componente DG kann zur Wirkung kommen. Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke DGE und CAB hat man dann $DG : DE = CA : CB$ oder, wenn die Beschleunigung auf der schiefen Ebene DG mit g' bezeichnet wird,

Fig. 22.



$$g' : g = h : l,$$

mithin $$g' = g \cdot \frac{h}{l} \quad \text{oder} \quad g' = g \sin w.$$

Die Bewegung des Körpers auf der schiefen Ebene ist eine gleichförmig beschleunigte und die in § 32 entwickelten Formeln für den freien Fall behalten ihre Gültigkeit für den Fall auf der schiefen Ebene, wenn nur an Stelle von g überall g' oder $g \sin w$ gesetzt wird; es ist also insbesondere

$$v = g' t = g t \sin w; \qquad s = \frac{1}{2} g' t^2 = \frac{1}{2} g t^2 \sin w;$$
$$v = \sqrt{2 g' s} = \sqrt{2 g s \sin w}.$$

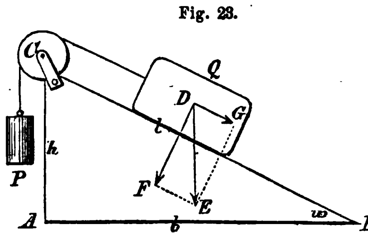
Beginnt der Körper seine Bewegung im Punkte C ohne Anfangsgeschwindigkeit, so ist die Endgeschwindigkeit, mit welcher er in B anlangt, nachdem er die ganze Länge l der schiefen Ebene durchlaufen hat,

$$v = \sqrt{2 g \frac{h}{l} l} \quad \text{oder} \quad v = \sqrt{2 g h},$$

d. h. der Körper langt am Fuss der schiefen Ebene mit derselben Endgeschwindigkeit an, als ob er von der Höhe h in vertikaler Richtung frei herabgefallen wäre (§ 32, Form. 3).

§ 42. Gleichgewicht auf der schiefen Ebene. Soll eine auf der schiefen Ebene CB (Fig. 23) im Punkt D ruhende Last, deren Gewicht gleich Q ist, durch eine in der Richtung DC, parallel der schiefen Ebene wirkende Kraft P im Gleichgewicht erhalten oder am Herabgleiten von der schiefen Ebene verhindert werden, so kann man sich, um die Grösse der erforderlichen Kraft zu finden, die Wirkung der Schwerkraft auf die Last oder ihr Gewicht Q, welches durch DE vorgestellt wird, in die beiden Componenten DG und DF zerlegt denken. Die Componente DF wird durch den Widerstand der schiefen Ebene aufgehoben und stellt den Druck dar, welchen die schiefe Ebene von der

Fig. 23.



Last zu erleiden hat. Die Componente DG muss durch die ihr gleiche und entgegengesetzt gerichtete Kraft P aufgehoben werden. Es ergiebt sich (vergl. § 41)

$$P : Q = h : l$$

oder

$$P = Q \cdot \frac{h}{l} = Q \sin w.$$

Die Kraft verhält sich zur Last, wie die Höhe zur Länge der schiefen Ebene. Die Componente $DF = Q \cos w$ oder der Druck auf die schiefe Ebene steht zum ganzen Gewicht der Last in demselben Verhältniss, wie die Basis zur Länge der schiefen Ebene.

Es ist leicht ersichtlich, welche Aenderungen die Componenten DG und DF erleiden, wenn man sich den Neigungswinkel w von 0° bis 90° wachsend denkt. — Ist die Kraft P, durch welche das Gleichgewicht hervorgebracht werden soll, nicht parallel der schiefen Ebene gerichtet, sondern unter einem beliebigen Winkel gegen dieselbe geneigt, so kann man sich die Kraft ebenfalls in eine der schiefen Ebene parallele und eine zu derselben senkrechte Componente zerlegt denken, von denen nur die erste zur Wirkung kommt und gleich $Q \sin w$ sein muss, während die letzte nur die Grösse des Drucks auf die schiefe Ebene beeinflusst. Anwendungen der schiefen Ebene beim Auf- und Abladen von Lasten, Gebirgsstrassen u. s. w.

In Folge der von der Rauhigkeit der Berührungsflächen herrührenden Reibung erleiden die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung auf der schiefen Ebene eine Modifikation. Die Reibung muss nämlich als eine Kraft betrachtet werden, welche jederzeit der wirklich stattfindenden oder beabsichtigten Bewegung entgegenwirkt. In Folge derselben erfordert auch die Fortbewegung einer Last auf einer horizontalen Ebene einen Kraftaufwand, welcher bei der gleitenden Reibung grösser ist als bei der rollenden Reibung (Walzen, Wagenräder, Friktionsrollen) und bei der ersteren durch Schmiermittel verringert werden kann. Die Erfahrung hat gelehrt, dass die Reibung dem Druck proportional ist, ausserdem ist dieselbe von der Substanz und dem Grade der Rauhigkeit der geriebenen Flächen abhängig. Die Reibung im Zustand der Ruhe ist grösser als die Reibung, welche stattfindet, wenn die Last einmal in Bewegung gesetzt ist.

In Folge der Reibung bleibt ein Körper, der nicht rollen kann, auf einer schiefen Ebene in Ruhe, so lange der Neigungswinkel einen gewissen Grenzwerth nicht überschreitet. Dieser Grenzwerth des Neigungswinkels w, bei welchem der Körper zu gleiten beginnt, kann dazu dienen, den Reibungscoëfficienten, d. h. das Verhältniss zwischen Reibung und Druck, zu bestimmen. Es ist nämlich der Druck $L = Q \cos w$, während die Reibung R eben noch hinreicht, um der Componente $P = Q \sin w$ das Gleichgewicht zu halten, mithin der Reibungscoëfficient $\frac{R}{L} = \operatorname{tang} w$. Man nimmt an, dass bei der Bewegung eines Lastwagens auf guter ebener Chaussee die Reibung etwa $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{30}$, auf Eisenbahnen aber nur $\frac{1}{360}$ der Last betrage.

Die Triebräder der Lokomotive müssen auf den Schienen, die Treibriemen einer Maschine auf den Wellen oder Riemscheiben mit hinreichender Reibung haften, um das Gleiten zu verhindern.

§ 43. **Mechanische Arbeit; Princip der Erhaltung der Arbeit; lebendige Kraft.** Um eine Last Q auf eine bestimmte Höhe h zu heben, ist eine gewisse Arbeit erforderlich, welche durch das Produkt $Q . h$ gemessen wird. Umgekehrt vermag das Gewicht Q, indem es von der Höhe h herabsinkt, eine gleiche Arbeit zu leisten, z. B. ein gleiches Gegengewicht auf dieselbe Höhe zu heben (§ 47). Die Arbeit, welche erforderlich ist, um 1 Kilogramm (Pfund) auf die Höhe von 1 Meter (Fuss) zu heben, wird ein Kilogrammmeter (Fusspfund) genannt und dient als Einheit bei Vergleichung von Arbeitsgrössen. Im Allgemeinen findet stets ein Verbrauch von Arbeit statt, wo ein Körper der Richtung einer auf ihn

wirkenden Kraft entgegen bewegt oder der Widerstand dieser Kraft überwunden werden muss. Zur Fortbewegung einer Last auf einer horizontalen Ebene ist nur die zur Ueberwindung der entgegenwirkenden Reibung verbrauchte Arbeit erforderlich. Soll dagegen die Last Q (§ 42) längs einer schiefen Ebene aufwärts bewegt werden, so muss dabei, abgesehen von der Reibung, der Widerstand der Kraft P überwunden werden, und wenn die Bewegung von B bis C (Fig. 23), also durch die Wegstrecke l stattfinden soll, so ist die dazu erforderliche Arbeit $P.l$. Sollte dieselbe Last Q bis zur Höhe der schiefen Ebene h oder von A bis B senkrecht emporgehoben werden, so wäre die dazu verbrauchte Arbeit $Q.h$. Nach § 42 ist aber $P.l = Q.h$, oder die Arbeit ist in beiden Fällen die gleiche. Wird die Last Q, wie in Fig. 23 angedeutet, durch ein herabsinkendes Gewicht P auf der schiefen Ebene emporgezogen, so ist die durch das Herabsinken des Gewichts gewonnene Arbeit Pl gleich der zum Emporheben der Last verbrauchten Arbeit Qh. Es ist daher, wenn man sich zum Heben einer Last einer schiefen Ebene bedient, zwar eine geringere Kraft zur Bewegung der Last erforderlich, da aber der zu durchlaufende Weg genau in demselben Verhältniss grösser ist, in welchem die erforderliche Kraft geringer, so findet weder ein Gewinn noch ein Verlust an Arbeit statt. Dieser wichtige Satz, welcher nicht nur für die schiefe Ebene, sondern in entsprechender Weise für alle andern einfachen und zusammengesetzten Maschinen gilt, ist unter dem Namen des Princips der Erhaltung der Arbeit bekannt.

In Folge dieses Princips ist es nicht möglich, durch irgend eine Combination von Maschinen einen Arbeitsgewinn ohne entsprechenden Arbeitsverbrauch zu erzielen oder ein sogenanntes perpetuum mobile herzustellen, welches nicht nur sich selbst im Gange zu erhalten, sondern auch ohne äussere Triebkraft ins Unbegrenzte Arbeit zu leisten im Stande wäre. Inwiefern dieses hier zunächst nur für mechanische Kräfte aufgestellte Princip auch auf diejenigen Maschinen Anwendung findet, welche durch Wärme, wie z. B. die Dampfmaschinen, durch Elektricität u. s. w. in Bewegung gesetzt werden, wird unten (§§ 241, 344) erörtert werden.

Die Arbeit, welche erforderlich ist, um 1 Kilogramm 1 Meter hoch zu heben, heisst Kilogrammmeter. Da 1 Kgr. = 2 ℔., $1^m = 3{,}1862$ preuss.′ ist, so ist 1 Kilogrammmeter = 6,3724 preuss. Fusspfund. In der Technik pflegt man die Arbeitsleistung der Maschinen nach Pferdekräften zu berechnen, indem man annimmt, dass eine Pferdekraft in einer Sekunde eine Arbeit von 480 Fusspfunden oder annähernd 75 Kilogrammmeter zu leisten im Stande sei. (§ 223.)

Fällt ein Körper, dessen Masse m, dessen Gewicht p also gleich $m\,g$ ist, von der Höhe h herab, so erlangt derselbe die Geschwindigkeit $v = \sqrt{2\,g\,h}$ (§ 32). Dieselbe Geschwindigkeit erlangt der Körper beim Herabgleiten von einer schiefen Ebene, deren Höhe h ist (§ 41), wenn kein Geschwindigkeitsverlust durch Reibung stattfindet. Die in beiden Fällen gewonnene Arbeit wird durch das Produkt $p.h$ dargestellt. Dieselbe ist verbraucht worden, um der Masse m die Geschwindigkeit v zu ertheilen. Umgekehrt würde diese Geschwindigkeit hinreichen, um den Körper wieder bis zur Höhe h emporzutreiben (§ 33), oder die Masse m ist in Folge der erlangten Geschwindigkeit fähig, die Arbeit $p.h$ zu leisten. Es ist aber

$$2\,gh = v^2,$$

mithin

$$p.h = m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2.$$

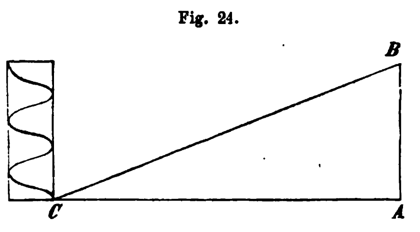
Man kann daher sagen, dass, um der Masse m die Geschwindigkeit v zu ertheilen, eine Arbeitsgrösse gleich $\frac{1}{2}\,mv^2$ erforderlich sei, und dass umgekehrt die Masse m, welche sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, in Folge derselben eine gleiche Arbeit zu leisten fähig ist. — Das halbe Produkt aus der Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit, $\frac{1}{2}\,mv^2$, wird mit dem Namen der lebendigen

Kraft bezeichnet. Beim Herabfallen eines Körpers wird die von ihm geleistete Arbeit als lebendige Kraft gewonnen, beim Emporsteigen wird die lebendige Kraft zur Leistung von Arbeit verbraucht (Princip der lebendigen Kräfte).

Zur Fortbewegung eines Körpers auf einer horizontalen Ebene wird wegen der dabei stattfindenden Reibung eine Arbeitsmenge verbraucht, ohne dass gleichzeitig ein entsprechender Gewinn an Arbeit stattfindet. Dieser Arbeitsverbrauch bei der Reibung findet seine Erklärung in der Wärmelehre (§ 241).

§ 44. Die Schraube. Denkt man sich ein rechtwinkliges Dreieck ABC (Fig. 24) um einen Kreiscylinder gewunden, so bildet die Hypotenuse CB auf der Cylinderfläche eine in schiefen Windungen ansteigende Schraubenlinie. Eine Windung der Schraubenlinie heisst ein Schraubengang, der Abstand zweier auf einander folgender Windungen die Höhe eines Schraubenganges. Es ist klar, dass die Höhe eines Schraubenganges zu seiner Länge in demselben Verhältniss steht, wie die Kathete AB zur Hypotenuse BC des rechtwinkligen Dreiecks.

Fig. 24.



Denkt man sich die Windungen der Schraubenlinie erhaben auf der Oberfläche des Cylinders, welcher die Schraubenspindel heisst, und ein diesen erhabenen Windungen entsprechendes vertieftes Schraubengewinde auf der Innenfläche eines Hohlcylinders, der Schraubenmutter, eingeschnitten, so dass die Erhabenheiten und Vertiefungen genau in einander passen, so wird bei jeder Umdrehung der Schraubenspindel in der feststehenden Schraubenmutter die erstere um die Höhe eines Schraubenganges in der Richtung ihrer Axe verschoben, und es kann mittelst einer am Umfang der Schraubenspindel oder eines an derselben angebrachten Knopfes wirkenden Kraft ein Druck in der Richtung der Axe der Schraubenspindel ausgeübt oder eine an derselben aufgehängte Last gehoben werden. Das Gleiten der Windungen der Schraubenspindel auf denen der Schraubenmutter kann in gewisser Weise mit der Bewegung einer Last auf einer schiefen Ebene verglichen werden, so dass mit einer gegebenen Kraft eine um so grössere Last gehoben oder ein um so grösserer Druck in der Richtung der Axe ausgeübt werden kann, je kleiner die Höhe im Verhältniss zur Länge eines Schraubenganges oder zum Umfang der Schraube ist.

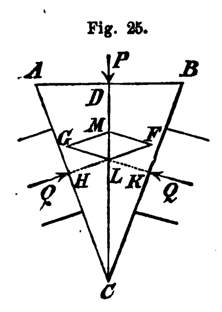
Es ist jedoch zu bemerken, dass erstens die Kraft in der Regel nicht am Umfange der Schraubenspindel selbst, sondern an einem Schraubenkopf von grösserem Durchmesser oder an einem mit der Schraubenspindel verbundenen Hebel wirkt, weshalb bei Beurtheilung der Wirkung der Schraube auch die Gesetze des Hebels (§ 49) in Betracht zu ziehen sind, und dass andererseits die Reibung beim Gebrauch der Schraube von grossem Einfluss zu sein pflegt.

Anwendung der Schraube bei Pressen, zur Befestigung; — ferner zur Erzeugung feiner Bewegungen und zur Messung sehr kleiner Grössen, als Mikrometerschraube; Sphärometer.

§ 45. Der Keil ist ein festes dreiseitiges Prisma, dessen Querschnitt ABC (Fig. 25) ein gleichschenkliges Dreieck bildet. Die von den gleichen Seitenflächen AC und BC gebildete Kante C heisst die Schneide, die gegenüberliegende Fläche AB der Rücken des Keils. Wirken auf die Seitenflächen des Keils in H und K gleiche Druckkräfte, so kann man sich die Angriffspunkte derselben nach dem auf der Mittellinie CD gelegenen

Punkt L verlegt denken. Die beiden Kräfte LF und LG können dann durch eine Resultirende LM ersetzt werden, welche durch eine gleich grosse und entgegengesetzte Kraft, die senkrecht gegen den Rücken des Keils wirkt, im Gleichgewicht gehalten wird. Dasselbe gilt für die auf je zwei andere symmetrisch gelegene Punkte der Seitenflächen wirkenden Druckkräfte. Ist Q der gesammte Druck auf jede der beiden Seitenflächen, P die auf den Rücken des Keils wirkende Kraft, so hat man wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke LGM und ABC

Fig. 25.



$$P : Q = AB : BC$$

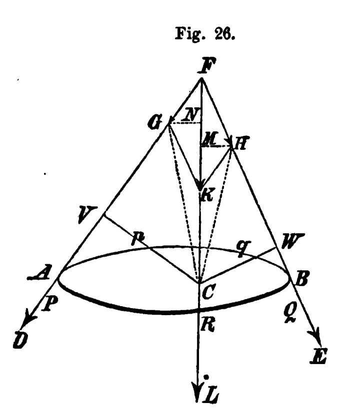
oder die Kraft verhält sich zur Last wie die Breite des Rückens zur Seitenlinie des Keils. Das Verhältniss zwischen Kraft und Last ist daher um so günstiger, je schärfer der Keil oder je kleiner der Neigungswinkel ist, unter welchem die Seitenflächen sich in der Kante C durchschneiden, ist $\angle ACB = c$, so ist

$$P = 2\, Q \sin \frac{1}{2} c.$$

Alle schneidenden Instrumente (Messer, Meissel u. s. w.) wirken als Keile. Anwendung des Princips der Erhaltung der Arbeit (§ 43) auf den Keil. — Die sogenannte Kniepresse ist in ihrer Wirkungsweise dem Keil ähnlich.

§ 46. Gleichgewicht eines um eine feste Axe drehbaren Körpers. Ein um eine feste Axe drehbarer Körper ist im Gleichgewicht, wenn die auf ihn wirkenden Kräfte sich durch eine Resultirende ersetzen lassen, welche durch die Umdrehungsaxe geht. In diesem Falle wird nämlich die Resultirende durch den Widerstand der festen Axe aufgehoben. Wirkt eine einzige Kraft auf den Körper, so muss die Richtung derselben die Umdrehungsaxe schneiden. — Ist ein Körper um den festen Punkt C (Fig. 26) drehbar und sind A und B die Angriffspunkte zweier Kräfte, deren Richtungen nebst dem Umdrehungspunkte C in einer Ebene liegen, und befinden sich diese Kräfte im Gleichgewicht, so kann man sich (§ 39), ohne das Gleichgewicht zu stören, die Angriffspunkte beider Kräfte nach dem Durchschnittspunkt ihrer Richtungen F verlegt denken, indem man sich den Punkt F mit dem Körper fest verbunden denkt. Ist demnach $FG = P$, $FH = Q$, so stellt die Diagonale FK des zwischen beiden construirten Parallelogramms die Resultirende beider Kräfte dar. Die Verlängerung dieser Diagonale muss also, wenn Gleichgewicht bestehen soll, durch den Punkt C gehen. Fällt man von C aus auf die Richtungen der beiden Kräfte die Perpendikel p und q und zieht ausserdem die Geraden CG und CH, so ist $\triangle\, CGF = \frac{1}{2}\, Pp$, $\triangle\, CHF = \frac{1}{2}\, Qq$. Diese beiden Dreiecke sind aber flächengleich, da sie, wenn man FC als gemeinschaftliche Grundlinie

Fig. 26.



betrachtet, gleiche Höhe haben. Mithin ist

$$Pp = Qq$$

oder

$$P:Q = q:p.$$

Es müssen also die Kräfte P und Q, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, im umgekehrten Verhältniss der vom Umdrehungspunkt auf ihre Richtungen gefällten Perpendikel stehen, oder die Produkte aus den Kräften und den entsprechenden Perpendikeln müssen einander gleich sein. Man nennt diese Produkte die statischen Momente der beiden Kräfte in Beziehung auf den Umdrehungspunkt, wonach die angegebene Gleichgewichtsbedingung kürzer so lautet, dass die statischen Momente beider Kräfte in Beziehung auf den Umdrehungspunkt einander gleich sein müssen.

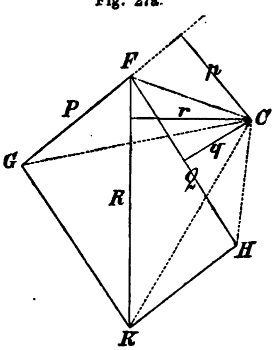
Ueber den besonderen Fall, dass die Richtungen beider Kräfte parallel sind, vergleiche § 49a.

Anmerkung 1. Es sei ein Parallelogramm $FGHK$ (Fig. 27a und b) und in der Ebene desselben ein beliebiger Punkt C gegeben. Auf die Seiten $FG = P$, $FH = Q$ und auf die Diagonale $FK = R$ seien von C aus die Perpendikel p, q, r gefällt, und ausserdem sei C mit den vier Eckpunkten des Parallelogramms verbunden, so ist

$$\triangle FCG = \frac{1}{2} Pp, \ \triangle FCH = \frac{1}{2} Qq,$$

$$\triangle FCK = \frac{1}{2} Rr.$$

Fig. 27a.



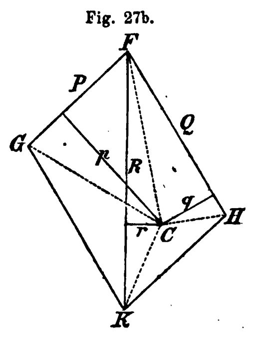
Es ist leicht zu erweisen, dass das letztere Dreieck gleich der Summe oder der Differenz der beiden ersten ist, je nachdem der Punkt C ausserhalb oder innerhalb des von den Geraden FG und FH eingeschlossenen Winkelraumes liegt. (Betrachtet man nämlich FC als gemeinschaftliche Grundlinie der Dreiecke, so überzeugt man sich leicht, dass das von K aus auf FC oder ihre Verlängerung gefällte Höhenperpendikel im ersten Fall gleich der Summe, im letzten gleich dem Unterschied der von G und H aus gefällten Perpendikel ist.) Es ist daher im ersten Fall

$$Rr = Pp + Qq,$$

im zweiten Fall

$$Rr = Pp - Qq.$$

Fig. 27b.



Stellen also P und Q zwei Kräfte vor, welche auf einen um C drehbaren Körper wirken, so ergiebt sich der Satz:

Das statische Moment der Resultirenden zweier Kräfte in Beziehung auf den Umdrehungspunkt ist gleich der Summe oder Differenz der statischen Momente der Componenten, je nachdem beide Kräfte eine Drehung des Körpers in gleichem oder in entgegengesetztem Sinne zu bewirken streben.

Wirken auf einen um C drehbaren Körper beliebig viele Kräfte, deren Angriffspunkte und Richtungen mit C in einer Ebene liegen, so ist zum Gleichgewicht erforderlich, dass die Summe der statischen Momente der Kräfte, welche den Körper in einem Sinne zu drehen streben, gleich sei der Summe der statischen Momente der in entgegengesetztem Sinne wirkenden Kräfte. In diesem Fall ist nämlich das statische Moment der Resultirenden sämmtlicher Kräfte gleich Null, d. h. die Resultirende ist entweder selbst gleich Null, oder sie geht durch den Umdrehungspunkt und wird durch den Widerstand des festen Punktes aufgehoben.

Giebt man den Momenten entgegengesetzte Vorzeichen, je nachdem sie einer Drehung nach rechts oder links entsprechen, so kann man die Gleichgewichtsbedingung noch kürzer so aussprechen: die algebraische Summe der Momente aller Kräfte in Beziehung auf den Umdrehungspunkt muss gleich Null sein.

Anmerkung 2. Es ist leicht zu erweisen, dass das Princip der Erhaltung der Arbeit (§ 43) bei allen auf das Gleichgewicht eines drehbaren Körpers bezüglichen Fällen seine Gültigkeit behält. Denkt man sich den Körper um einen kleinen Winkel a gedreht, so lässt sich zeigen, dass $a \cdot Pp$ die dabei von der Kraft P geleistete Arbeit ausdrückt, mithin besagt obige Gleichgewichtsbedingung, dass die Summe der bei der Drehung gewonnenen Arbeit gleich der Summe der verbrauchten Arbeit ist.

§ 47. Die Rolle ist eine kreisrunde Scheibe (Fig. 28), welche um eine durch ihren Mittelpunkt C gehende feste Axe drehbar ist, und um deren Peripherie ein biegsamer Faden geschlungen ist. Die Kräfte P und Q, welche die Rolle zu drehen streben, wirken an den Enden des Fadens oder Seiles, also in der Richtung der Tangenten AP, BQ. Da die vom Umdrehungspunkt C auf die Richtungen der Kräfte gefällten Perpendikel CA, CB als Radien eines Kreises einander gleich sind, so ist die zum Gleichgewicht erforderliche Bedingung (§ 46), dass die an beiden Enden des Fadens oder Seiles wirkenden Kräfte einander gleich seien. Man unterscheidet feste und bewegliche Rollen. Bei der festen Rolle (Fig. 29 A) ist die Umdrehungsaxe unverrückbar befestigt, die Kraft P wirkt an dem einen, die Last Q an dem anderen Ende des um die Rolle geschlungenen Seiles. Dieselbe kann daher nicht dazu dienen, an Kraft zu sparen, wohl aber die Richtung der Kraft auf zweckmässige Weise abzuändern. Bei der beweglichen Rolle dagegen (Fig. 29 B) ist die Last Q an der Axe der Rolle aufgehängt. Das eine Ende des um die Rolle geschlungenen Seiles ist bei C unverrückbar befestigt, während am anderen Ende des Seiles die Kraft P entweder unmittelbar oder, wie in der Figur angedeutet, mit Hilfe einer zweiten, festen Rolle wirkt. Durch die Befestigung des Seiles bei C wird eine gleich grosse, in diesem Punkte an dem Seile wirkende Kraft ersetzt. Die Last Q muss im Fall des Gleichgewichts der Resultirenden der an beiden Enden des Seiles wirkenden Kräfte gleich sein. Im günstigsten Fall, wenn nämlich beide Theile des Seiles parallel sind, ist $Q = 2P$, oder die zur Erzielung des Gleichgewichts erforderliche Kraft gleich der Hälfte der Last.

Fig. 28.

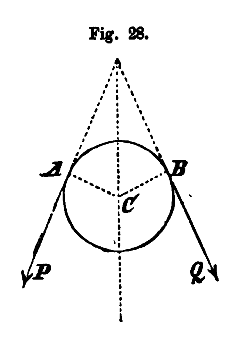
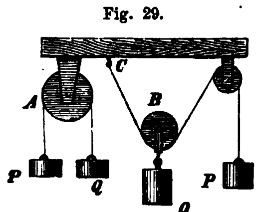


Fig. 29.



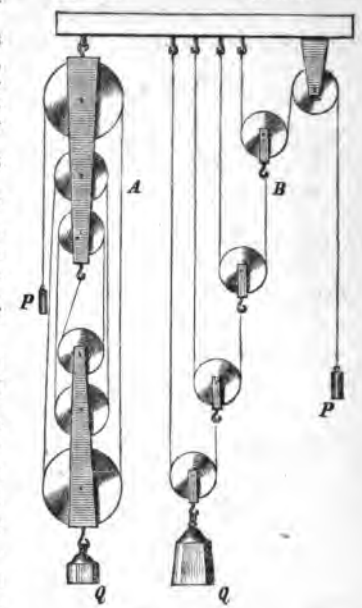
Ueber die Zusammensetzung paralleler Kräfte vergl. unten § 49a.

Eine Verbindung mehrerer, theils fester, theils beweglicher Rollen, welche häufig zum Heben von Lasten gebraucht wird, heisst ein Flaschenzug. Der gemeine Flaschenzug (Fig. 30A) besteht aus gleich vielen festen und beweglichen Rollen, welche in einem festen und einem beweglichen Kloben vereinigt sind. Beide Kloben sind unter einander durch ein Seil verbunden, von welchem das eine Ende an dem unteren Ende des festen Klobens befestigt, und welches dann der Reihe nach um je eine Rolle des beweglichen und des festen Klobens geschlungen ist. Die Last Q ist am beweglichen Kloben aufgehängt, die Kraft P wirkt am freien Ende des Seiles. Da im Fall des Gleichgewichts alle Theile des Seiles gleich

stark gespannt sein müssen, so vertheilt sich die Last gleichmässig auf so viel parallele Seile, als zusammen feste und bewegliche Rollen vorhanden sind, oder wenn jeder Kloben n Rollen enthält, so vermag ein Gewicht von 1 Kgr. eine Last von $2n$ Kgr. im Gleichgewicht zu erhalten.

Der **Potenzflaschenzug** besteht aus einer festen und mehreren beweglichen Rollen, die unter einander auf die in Fig. 30B angedeutete Weise verbunden sind. Es ist klar, dass die unterste Rolle mit dem ganzen Gewicht der Last Q, die nächste nur mit $\frac{1}{2}Q$, die folgende mit $\frac{1}{4}Q$ u. s. w. belastet ist, dass also im Allgemeinen, wenn n bewegliche Rollen vorhanden sind, ein Gewicht von 1 Kgr. hinreicht, um eine Last von 2^n Kgr. im Gleichgewicht zu erhalten. Daher der Name **Potenzflaschenzug**. — Anwendung des Princips der Erhaltung der Arbeit auf den gemeinen und den Potenzflaschenzug.

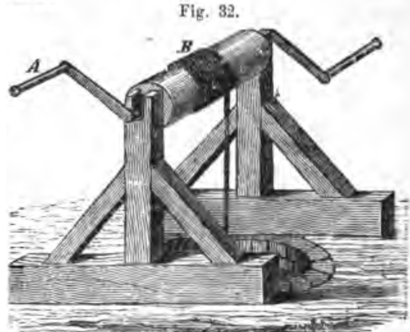
Fig. 30A. Fig. 30B.



§ 48. **Das Wellrad.** Sind zwei Rollen von verschiedenem Durchmesser auf einer gemeinsamen Axe befestigt (Fig. 31), und sind um dieselben zwei Seile in entgegengesetzter Richtung geschlungen, an welchen die Gewichte P und Q aufgehängt sind, so müssen beide Gewichte, damit Gleichgewicht bestehe, im umgekehrten Verhältniss der Halbmesser beider Rollen stehn (§ 46). Bei der **Winde** (Fig. 32) wirkt die Kraft am Ende A eines mit der Welle B verbundenen Hebels, während die Last an einem um die Welle geschlungenen Seile aufgehängt ist.

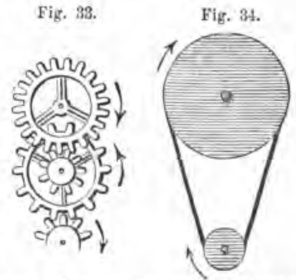
Fig. 31.

Fig. 32.



Verbindungen von Rädern von verschiedenem Durchmesser werden beim Getriebe der Uhrwerke und anderer zusammengesetzter Maschinen vielfach angewendet, um theils das Verhältniss zwischen Kraft und Last, theils das Verhältniss der Umdrehungsgeschwindigkeiten beliebig abzuändern. Dieses geschieht entweder, indem man die auf verschiedenen Axen befestigten Räder mittelst am Umfange angebrachter Zähne in einander greifen lässt (Fig. 33), oder indem man einen Treibriemen um zwei Wellen oder Riemscheiben von verschiedenem Durchmesser legt (Fig. 34). Die Umdrehungsgeschwindigkeiten beider Räder oder Wellen stehen dann im umgekehrten Verhältniss ihres Umfanges, beziehungsweise der Anzahl der in einander greifenden Zähne.

Fig. 33. Fig. 34.



§ 49. **Der Hebel.** Man nennt eine unbiegsam und gewichtslos gedachte, um einen festen Punkt drehbare

gerade Linie einen **mathematischen Hebel**. Ein **physischer Hebel** ist eine der Schwere unterworfene Stange oder im Allgemeinen ein beliebig gestalteter fester Körper, der sich unter dem Einfluss gegebener Kräfte um einen festen **Unterstützungspunkt** oder eine feste Axe drehen kann. Die allgemeine Bedingung für das Gleichgewicht zweier Kräfte am Hebel ist in dem oben (§ 46) entwickelten Satze enthalten, dass **die Momente der Kräfte in Beziehung auf den Umdrehungspunkt einander gleich und dem Sinne nach entgegengesetzt sein müssen**. Es bleibt also nur noch übrig, die wichtigsten besonderen Fälle zu betrachten, wobei vorläufig von der Wirkung der Schwere auf die Theile des drehbaren Körpers abgesehen werden soll, da dieselbe erst unten in der Lehre vom Schwerpunkt (§ 51a) berücksichtigt werden kann.

Fig. 35a.

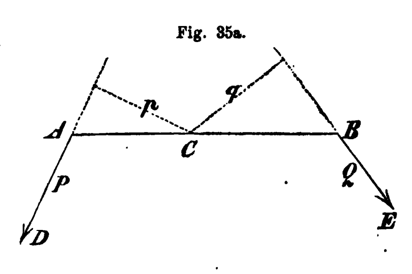
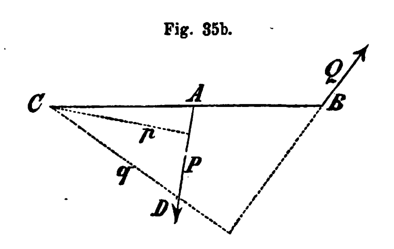


Fig. 35b.



Wirken auf einen geradlinigen Hebel zwei Kräfte P und Q, so können ihre Angriffspunkte A und B (Fig. 35a und b) entweder auf verschiedenen oder auf derselben Seite des Unterstützungspunktes C liegen. Im ersten Fall heisst der Hebel ein **zweiarmiger**, im letzteren Fall ein **einarmiger**. Die Entfernungen der Angriffspunkte vom Unterstützungspunkt AC und BC heissen die **Hebelarme**.

§ 49a. **Fall paralleler Kräfte.** Besondere Berücksichtigung verdient der häufig vorkommende Fall, dass die Richtungen aller an einem Hebel angreifender Kräfte einander parallel sind. Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn die Kräfte durch Gewichte erzeugt werden, die an verschiedenen Punkten des Hebels aufgehängt sind, mithin sämmtlich in vertikaler Richtung wirken. Wirken an dem geradlinigen Hebel ACB (Fig. 36a und b) die parallelen Kräfte P und Q, so fallen die vom Unterstützungspunkt C auf die Richtungen beider Kräfte gefällten Perpendikel in eine gerade Linie VCW zusammen. Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke ACV und BCW hat man dann, wenn die Perpendikel mit p, q, die Hebelarme mit a, b bezeichnet werden

Fig. 36a.

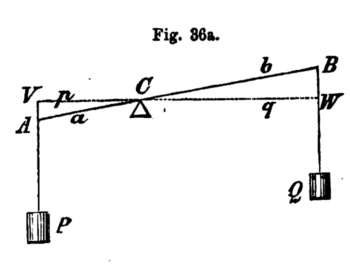
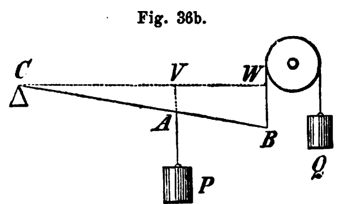


Fig. 36b.



$$a : b = p : q,$$

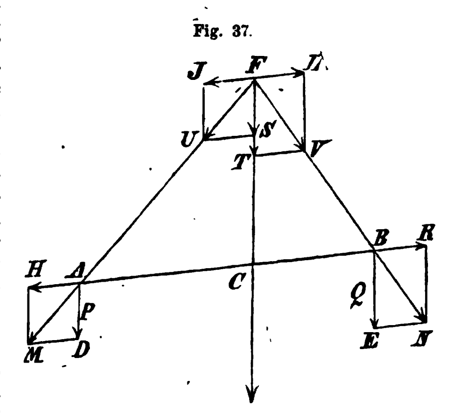
mithin die Bedingung des Gleichgewichts

$$P : Q = b : a$$

oder **Kraft und Last müssen im umgekehrten Verhältnisse der Hebelarme stehen (Hebelgesetz des Archimedes).**

Die in § 46 angegebene Construktion der Resultirenden, auf welcher der Beweis des Satzes über die statischen Momente beruht, findet auf den Fall paralleler Kräfte keine unmittelbare Anwendung, da ihre Richtungen, unbegrenzt verlängert, sich nicht schneiden. Die Resultirende paralleler Kräfte kann aber leicht durch folgende Betrachtung gefunden werden. Es seien (Fig. 37) A und B die Angriffspunkte der parallelen Kräfte $AD = P$ und $BE = Q$, die am Hebel im Gleichgewicht sein sollen, so kann man, ohne das Gleichgewicht zu stören, in den Endpunkten der geraden Linie AB die gleich grossen und entgegengesetzt gerichteten Kräfte AH und BK hinzufügen, welche sich gegenseitig aufheben. Denkt man sich nun die beiden in A angreifenden Kräfte zu einer Resultirenden AM und die in B angreifenden Kräfte zu einer Resultirenden BN vereinigt, so müssen auch diese im Gleichgewicht sein. Verlegt man ferner die Angriffspunkte beider Resultirenden nach dem Durchschnittspunkt ihrer Richtungen F und denkt sich in diesem Punkte jede der beiden Kräfte wieder durch ihre Componenten ersetzt, so heben sich die Componenten FJ und FL als gleiche und entgegengesetzt gerichtete Kräfte auf, und es sind die ursprünglich gegebenen Kräfte durch die Summe der Componenten $FS = P$ und $FT = Q$ ersetzt. Die **Resultirende**, welche die gemeinsame Wirkung der parallelen Kräfte P und Q ersetzt, ist also gleich der **Summe** (oder im Fall entgegengesetzt paralleler Kräfte gleich der **Differenz**) beider. Die Richtung der Resultirenden ist der Richtung der gegebenen Kräfte parallel. Die Bedingung des Gleichgewichts ist, dass der Unterstützungspunkt des Hebels auf der Geraden FC liege. Ist der Hebel ein geradliniger, so muss C der Unterstützungspunkt sein. Da US und TV parallel AB sind, so ist

Fig. 37.



$$AC : CF = US : SF$$
$$BC : CF = VT : TF$$

mithin, da $US = VT$ ist, $AC . SF = BC . TF$, oder

$$AC : BC = Q : P$$

d. h. die Hebelarme müssen im umgekehrten Verhältniss der Kräfte stehen.

Die Resultirende $P + Q$ giebt den Druck an, welchen der Unterstützungspunkt des Hebels zu erleiden hat. Bringt man in C (Fig. 38) eine Kraft R an, welche der Resultirenden der beiden Kräfte P und Q gleich und entgegengesetzt gerichtet ist, so sind die Kräfte P, Q, R an der Geraden AB im Gleichgewicht, und es ist

$$AC : BC = Q : P,$$

woraus ferner folgt:

$$AC + BC : BC = P + Q : P$$

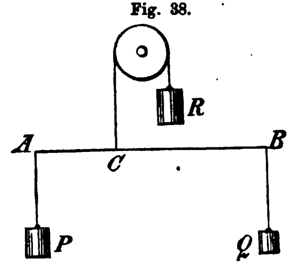
oder

$$AB : BC = R : P$$

und

$$AB : AC = R : Q.$$

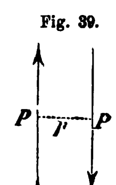
Fig. 38.



§ 50. **Kräftepaare.** Sind die Kräfte P, Q, R (Fig. 38) an der Geraden AB im Gleichgewicht, so ist jede derselben der Resultirenden der beiden anderen entgegengesetzt gleich. Es ist also z. B. B der Angriffspunkt der Resultirenden der Kräfte P und R. Da $AB : BC = R : P$ ist (§ 49a), so wird sich das Verhältniss $AB : BC$ um so mehr der Einheit nähern, je weniger R und P von einander an Grösse verschieden sind. Denkt man sich die Gerade AB ins Unbegrenzte verlängert, so wird der Angriffspunkt B immer weiter hinausrücken und sich über jede angebbare Grenze entfernen, wenn $R = P$ wird. Es lässt sich also in diesem Fall eine Resultirende, welche beide Kräfte in ihrer Wirkung ersetzt, oder eine dritte Kraft, welche beide im Gleichgewicht hält, nicht mehr angeben. **Zwei gleiche, parallel aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte, welche in verschie-**

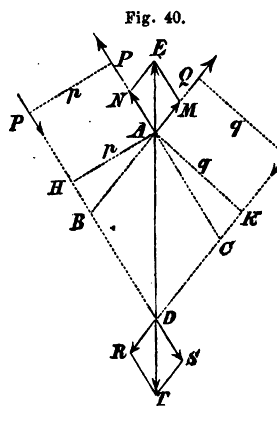
denen Punkten eines völlig frei beweglichen festen Körpers angreifen, können demnach nicht durch eine Resultirende ersetzt, daher auch nicht durch eine einzige dritte Kraft im Gleichgewicht gehalten werden. Ein System zweier solcher gleicher und entgegengesetzt paralleler Kräfte PP (Fig. 39) heisst ein **Kräftepaar**. Der Abstand p ihrer parallelen Richtungslinien heisst der **Hebelarm**, das Produkt aus Kraft und Hebelarm Pp das **Moment**, eine auf der Ebene der beiden Kräfte senkrechte Gerade die **Axe** des Kräftepaares.

Fig. 39.



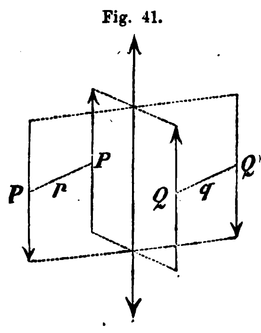
Zwei in einer Ebene wirkende Kräftepaare, deren Momente gleich gross und entgegengesetzt sind, halten einander jederzeit im Gleichgewicht. Es seien die beiden Kräftepaare Pp, Qq (Fig. 40) gegeben, deren Momente einander gleich seien, die jedoch entgegengesetzte Drehrichtung haben mögen. Durch Verlängerung der Richtungen der Kräfte entsteht das Parallelogramm $ABCD$. Da die vier gegebenen Kräfte an demselben festen Körper wirken, so darf man sich ihre Angriffspunkte paarweise nach A und nach D verlegt denken und die Resultirenden AE und DT aufsuchen. Diese sind gleich und entgegengesetzt gerichtet, da ihre Componenten, einzeln verglichen, gleich gross sind und gleiche Winkel einschliessen. Es ist ferner leicht zu erweisen, dass ihre Richtungen AE und DT mit der Diagonale AD in eine gerade Linie fallen. Fällt man nämlich von A aus die Perpendikel AH und AK, so folgt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ABH und ACK, dass $AB:AC = p:q$, und da nach Voraussetzung $Pp = Qq$ ist, $AB:AC = Q:P$. Es ist mithin Parallelogramm $ABCD$ ähnlich den congruenten Parallelogrammen $AMNE$ und $DRST$. Also fallen die Diagonalen EA, AD, DT in eine gerade Linie, und die entgegengesetzt gleichen Kräfte AE und DT sind im Gleichgewicht, was zu beweisen war.

Fig. 40.



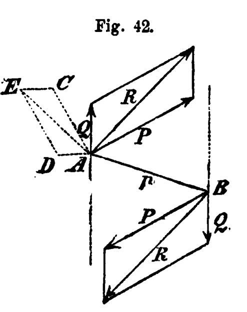
Es folgt daraus, dass **jedes Kräftepaar durch ein gleiches, beliebig in derselben Ebene gelegenes Kräftepaar ersetzt werden kann.** Zwei in einer Ebene wirkende Kräftepaare können jederzeit durch ein drittes ersetzt werden, dessen Moment gleich der Summe oder der Differenz ihrer Momente ist, je nachdem beide in gleichem oder entgegengesetztem Sinne wirken.

Fig. 41.



Es lassen sich ferner folgende Sätze über die Kräftepaare erweisen. **Zwei entgegengesetzt gleiche, in parallelen Ebenen wirkende Kräftepaare heben einander auf** (Fig. 41).

Fig. 42.



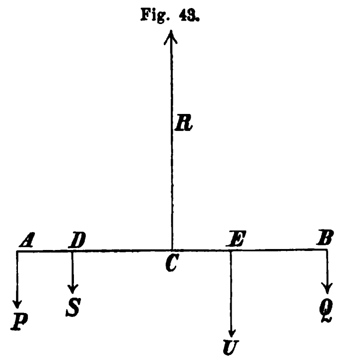
Zwei Kräftepaare, deren Ebenen und Axen unter einem beliebigen Winkel gegen einander geneigt sind, können durch ein resultirendes Kräftepaar ersetzt werden, indem man auf den Axen beider Kräftepaare ihren Momenten proportionale Strecken aufträgt. Die Diagonale des aus beiden construirten Parallelogramms giebt die Axe und das Moment des resultirenden Kräftepaars an. (In Fig. 42 stellt AB den in der Durchschnittskante beider Ebenen liegenden gemeinschaftlichen Hebelarm der Kräftepaare PP, QQ dar. AC, AD, AE sind die Axen der beiden gegebenen und des resultirenden Kräftepaars RR, welche auf ihren

Ebenen senkrecht sind.) Kräftepaare können daher nach denselben Gesetzen wie einfache Kräfte zusammengesetzt und zerlegt werden.

Mit Hilfe der Theorie der Kräftepaare ist es leicht, die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichts der an einem festen Körper angreifenden Kräfte abzuleiten, worauf hier aus Mangel an Raum verzichtet werden muss.

§ 51. Mittelpunkt der parallelen Kräfte. Wirken auf eine starre Gerade AB (Fig. 43) beliebig viele parallele und gleich gerichtete Kräfte $P, Q, S \ldots$ in den Punkten $A, B, D \ldots$, so können dieselben durch eine Resultirende R ersetzt werden, welche gleich der Summe der Kräfte $P + Q + S + \ldots$ ist, und deren Angriffspunkt C so gewählt werden muss, dass die Summe der Produkte aus Kräften und Hebelarmen auf beiden Seiten gleich gross ist. Ist die Gerade im Punkt C unterstützt, oder fügt man eine der Resultirenden entgegengesetzt gleiche Kraft R hinzu, so bleibt die Gerade in jeder Lage im Gleichgewicht. Da die Lage des Punktes C nur von dem Grössenverhältniss und der Lage der Angriffspunkte der Kräfte P, Q u. s. w. abhängt, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn die Gerade beliebig um den Punkt C gedreht wird, wofern nur die Kräfte unter sich parallel und ihre Grösse und Angriffspunkte unverändert bleiben. Der Punkt C heisst der Mittelpunkt der parallelen Kräfte. In gleicher Weise lässt sich, wenn beliebig viele parallele Kräfte auf die verschiedenen Punkte eines festen Körpers wirken, stets ein Punkt angeben, in welchem unterstützt der Körper in jeder Lage im Gleichgewicht bleibt.

Fig. 43.



§ 51a. Schwerpunkt; stabiles, labiles und indifferentes Gleichgewicht. Alle bekannten Körper bestehen aus Massentheilen, welche der Wirkung der Schwerkraft unterworfen sind. Die Richtung der Schwerkraft kann für alle Theile eines und desselben Körpers als parallel betrachtet werden. Die Wirkungen der Schwerkraft auf alle einzelnen Theilchen des Körpers können in eine Resultirende vereinigt werden. Der Angriffspunkt dieser Resultirenden, dessen Lage in Beziehung auf den festen Körper eine unveränderliche ist, heisst der Schwerpunkt, die Grösse der Resultirenden, welche gleich der Summe der parallelen Kräfte ist, das Gewicht des Körpers. Man kann sich also das Gewicht aller einzelnen Theile eines festen Körpers in seinem Schwerpunkt vereinigt denken. Wird der Körper in seinem Schwerpunkt unterstützt, so ist derselbe unter Einfluss der Schwerkraft in jeder Lage im Gleichgewicht. Die Unterstützung kann aber auch in einem Punkte stattfinden, welcher in vertikaler Richtung über oder unter dem Schwerpunkt liegt (§ 39). Ersteres ist der Fall bei einer an einem Faden aufgehängten, letzteres bei einer auf einer horizontalen Ebene ruhenden Kugel.

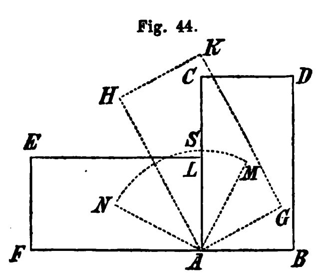
Man unterscheidet stabiles, labiles und indifferentes Gleichgewicht. Stabil heisst das Gleichgewicht, wenn der Körper, ein wenig aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, durch den Einfluss der auf ihn wirkenden Kräfte wieder in dieselbe zurückgeführt wird, labil, wenn

derselbe bei einer beliebig kleinen Verschiebung aus der Gleichgewichtslage nicht in dieselbe zurückkehrt, sondern in eine neue (stabile) Gleichgewichtslage übergeht, indifferent, wenn weder eins noch das andere stattfindet, sondern der Körper auch in der neuen, ein wenig veränderten Lage im Gleichgewicht zu beharren vermag.

Ein um eine feste, horizontale Axe drehbarer schwerer Körper ist im stabilen, labilen oder indifferenten Gleichgewicht, je nachdem der Schwerpunkt unter, über oder in der Umdrehungsaxe liegt. Eine homogene Kugel ist auf einer Horizontalebene im indifferenten, auf dem höchsten Punkt einer convexen Fläche im labilen, auf dem tiefsten Punkt einer concaven Unterlage im stabilen Gleichgewicht. — Beim stabilen Gleichgewicht nimmt der Schwerpunkt die relativ tiefste, beim labilen die relativ höchste Lage ein, beim indifferenten Gleichgewicht bleibt die Höhe des Schwerpunktes durch eine kleine Verschiebung ungeändert.

Ein mit drei Punkten auf einer Horizontalebene ruhender Körper ist im stabilen Gleichgewicht, wenn die durch seinen Schwerpunkt gezogene Vertikallinie die Horizontalebene in einem Punkte trifft, welcher innerhalb des von den Unterstützungspunkten gebildeten Dreiecks liegt. (Welchen Theil der Last hat jeder der drei Stützpunkte zu tragen?) Der Grad der Stabilität des Gleichgewichts kann verschieden sein. Das Gleichgewicht eines vierkantigen Balkens, dessen Querschnitt *ABDC* (Fig. 44) sei, ist stabiler, wenn derselbe auf der breiten Seitenfläche *AF* als wenn er auf der schmalen Fläche *AB* ruht. Zwischen beiden stabilen Gleichgewichtslagen liegt nämlich die labile Gleichgewichtslage *AGKH*, bei welcher der Schwerpunkt *S* die höchste Lage einnimmt. Denkt man sich den Balken um die Kante *A* gedreht, so wird im ersten Fall eine grössere Drehung, um den Winkel *NAS*, und eine beträchtliche Hebung des Schwerpunktes erforderlich sein, um das Zurückkehren in die anfängliche Lage zu verhindern, während im letzteren Fall die kleinere Drehung *MAS* schon hinreicht, um den Schwerpunkt senkrecht über die Umdrehungsaxe zu bringen. Aus den Gesetzen der Stabilität ergeben sich praktische Regeln für die Baukunst, das Beladen von Wagen u. s. w.

Fig. 44.

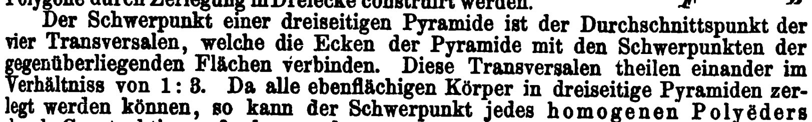


§ 52. **Schwerpunktsbestimmung.** Die Lage des Schwerpunktes eines gegebenen Körpers kann durch den Versuch ermittelt werden, indem man den Körper mittelst eines Fadens nach einander an zwei verschiedenen Punkten aufhängt. Denkt man sich jedesmal die Richtung des Fadens durch den Körper hindurch verlängert, so ist der Durchschnittspunkt der so erhaltenen Richtungen der Schwerpunkt. Derselbe liegt nicht nothwendig innerhalb der Masse des Körpers (z. B. bei einem Ring oder einer Hohlkugel). In vielen Fällen kann die Lage des Schwerpunktes regelmässig gestalteter Körper durch geometrische Construktion oder durch Rechnung gefunden werden.

Der Schwerpunkt einer ihrer ganzen Länge nach gleichförmig mit Masse belasteten geraden Linie ist ihr Mittelpunkt. Der Schwerpunkt eines seiner ganzen Fläche nach gleichmässig mit Masse belasteten Dreiecks ist der Durchschnittspunkt der drei Transversalen, welche die Eckpunkte des Dreiecks mit den Mitten der Gegenseiten verbinden. Denkt man sich nämlich die Fläche des Dreiecks *ABC* (Fig. 45) durch Parallelen mit einer Seite *AB* in unendlich schmale Streifen zerlegt, so liegen die Mitten, also auch die Schwerpunkte sämmtlicher Streifen, auf der Transversalen *CF*. Denkt man sich demnach das Gewicht jedes Streifens in einem Punkte der Geraden *CF* vereinigt, so ist klar, dass der Schwerpunkt des ganzen Dreiecks auf dieser Transversalen liegen muss. Dieselbe Betrachtung ist auf jede der beiden anderen Transversalen anwendbar, mithin ist ihr Durchschnitts-

punkt G der Schwerpunkt des Dreiecks. Die drei Transversalen theilen einander bekanntlich gegenseitig im Verhältniss von 1 : 2. Den Schwerpunkt eines Vierecks findet man, indem man sich seine Fläche durch eine Diagonale in zwei Dreiecke zerlegt denkt. Das Gewicht jedes Dreiecks kann man sich dann in seinem Schwerpunkt vereinigt denken, und da die Gewichte den Flächen der Dreiecke proportional sind, so hat man die Verbindungslinie der Schwerpunkte im umgekehrten Verhältniss der Flächen zu theilen. Da die Zerlegung des Vierecks in zwei Dreiecke auf doppelte Weise möglich ist, so ergiebt sich daraus eine besonders einfache Construktion des Schwerpunktes für das Viereck. Auf ähnliche Weise können die Schwerpunkte aller ebenen Polygone durch Zerlegung in Dreiecke construirt werden.

Fig. 45.

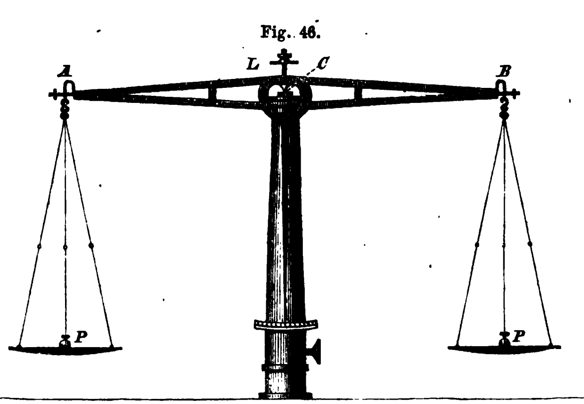


Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide ist der Durchschnittspunkt der vier Transversalen, welche die Ecken der Pyramide mit den Schwerpunkten der gegenüberliegenden Flächen verbinden. Diese Transversalen theilen einander im Verhältniss von 1 : 3. Da alle ebenflächigen Körper in dreiseitige Pyramiden zerlegt werden können, so kann der Schwerpunkt jedes homogenen Polyëders durch Construktion gefunden werden.

Der Schwerpunkt eines Prismas oder Cylinders ist der Mittelpunkt der die Schwerpunkte der parallelen Grundflächen verbindenden Axe; der Schwerpunkt eines Kegels oder einer Pyramide mit beliebiger Grundfläche liegt auf der Geraden, welche die Spitze mit dem Schwerpunkt der Grundfläche verbindet, um $\frac{1}{4}$ der Höhe des Körpers von der Grundfläche entfernt.

§ 53. Die Wage ist das vorzüglichste Instrument zur Vergleichung der Massen und Gewichte der Körper (§ 11). Ihr wesentlichster Theil, der Wagebalken AB (Fig. 46), ist ein zweiarmiger und gleicharmiger Hebel (§ 49), welcher mittelst einer stählernen Schneide bei C auf einer horizontalen Unterlage ruht. An zwei Endschneiden A und B, welche von der mittleren genau gleichweit entfernt, derselben parallel sein und mit ihr in einer

Fig. 46.

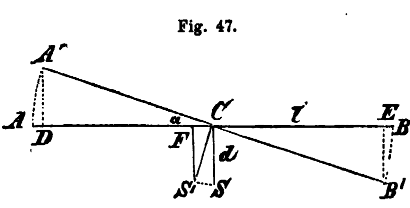


Ebene liegen müssen, sind die beiden Wageschalen aufgehängt. Der Wagebalken soll, wenn beide Schalen mit gleichen Gewichten P belastet sind, in horizontaler Lage in stabilem Gleichgewicht sein. Dazu ist erforderlich, dass der Schwerpunkt S (Fig. 47) vertikal unter dem Unterstützungspunkt C liege (§ 51). Wird auf einer Seite ein Uebergewicht p hinzugefügt, so neigt sich der Wagebalken nach der Seite des Uebergewichts und geht in die Lage $A'B'$ über. Der Winkel $ACA' = SCS'$, um welchen sich der Wagebalken gedreht hat, heisst der Ausschlagswinkel. Eine geringe Neigung des Wagebalkens wird mittelst eines an demselben befestigten Zeigers, der Zunge, sichtbar gemacht, deren Spitze sich bei genauen Wagen vor einem getheilten Gradbogen Z (Fig. 46) bewegt. Je grösser der Ausschlagswinkel für ein gleiches Uebergewicht,

desto **empfindlicher** ist die Wage. Die Erfordernisse, welche erfüllt sein müssen, damit die Wage möglichst empfindlich sei, sind, dass 1) die **Länge** des Wagebalkens möglichst gross, 2) sein **Gewicht** bei hinreichender Festigkeit möglichst klein sei und dass 3) der **Schwerpunkt** möglichst **nahe** unter dem Unterstützungspunkt liege.

Es bezeichne $2l$ die Länge des Wagebalkens, d die Entfernung des Schwerpunkts S vom Unterstützungspunkt C, P die auf beiden Seiten gleiche Belastung, mit Einschluss des Gewichts der Wageschalen, p das auf einer Seite hinzugefügte Uebergewicht, q das Gewicht des Wagebalkens. Fällt man von A', B', S' auf AB die Perpendikel $A'D$, $B'E$ $S'F$, so ergiebt sich als Bedingung für das Gleichgewicht des Wagebalkens (§ 46) $(P+p).CE = P.CD + q.CF$ oder da $CD = CE$ ist: $p.CE = q.CF$. Wird der Ausschlagswinkel mit α bezeichnet, so ist $CE = l \cos\alpha$,

Fig. 47.



$CF = d \sin\alpha$, mithin $p\,l \cos\alpha = q\,d \sin\alpha$ oder

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{p \, . \, l}{q \, . \, d}.$$

Bei gleichem Uebergewicht p ist also der Ausschlagswinkel um so grösser, je grösser die Länge des Wagebalkens l, je kleiner sein Gewicht q und je kleiner die Entfernung d ist. Der Ausschlagswinkel würde von der Grösse der Belastung P unabhängig sein, wenn der Wagebalken völlig starr wäre. In Wirklichkeit aber erleidet jeder Wagebalken eine geringe, der Belastung **proportionale Biegung**, durch welche die Entfernung d vergrössert, mithin die Empfindlichkeit der Wage verringert wird.

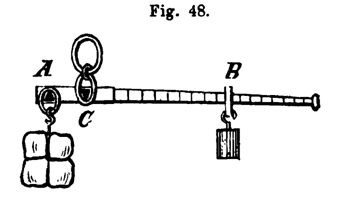
Damit der Wagebalken bei möglichster Leichtigkeit der Biegung hinreichenden Widerstand leiste, giebt man ihm am besten eine schmale, hohe, rhombische Gestalt (Fig. 46) und arbeitet ihn bei genauen Wagen durchbrochen, aus Aluminium. Zur Schonung der Schneide C kann dieselbe, so lange die Wage nicht gebraucht wird, durch eine in der Figur weggelassene Arretirung vom Lager abgehoben werden. Das Gewichtchen L, welches an einer Schraubenspindel höher und tiefer geschraubt werden kann, dient dazu, den Schwerpunkt des Wagebalkens ein wenig zu heben oder zu senken, um ihn dem Unterstützungspunkt C möglichst nahe zu bringen und dadurch die Empfindlichkeit der Wage zu reguliren. Liegt der Schwerpunkt zu hoch, so wird das Gleichgewicht labil und die Wage ist **überempfindlich**. — Die ganze Wage ist zum Schutz gegen Luftströmungen in einem Glaskasten eingeschlossen.

Eine gute Wage muss bei der grössten Belastung, für welche sie bestimmt ist, mindestens $\frac{1}{100000}$ derselben anzeigen. Man hat Wagen construirt, welche noch $\frac{1}{5000000}$ der Gesammtbelastung angeben.

Methode der doppelten Abwägung. — Reduction der Wägungen auf den leeren Raum (vergl. § 103).

§ 54. **Schnellwage. Brückenwage.** Die Schnellwage ist ein ungleicharmiger Hebel AB (Fig. 48), an dessen kürzerem Arm bei A die zur Aufnahme des zu wägenden Körpers bestimmte Wagschale aufgehängt ist. Der längere Arm ist vom Unterstützungspunkt C aus in gleiche Theile getheilt und auf demselben kann ein Laufgewicht B, das mit einer Schneide auf dem Wagebalken ruht, verschoben werden, bis der Hebel in horizontaler Lage im Gleichgewicht ist. Die Entfernung CB ist dann der auf die Wage-

Fig. 48.

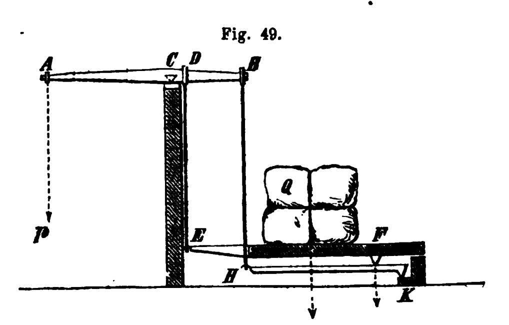


schale gelegten Belastung proportional und die Grösse der letzteren kann an der Theilung des Wagebalkens abgelesen werden.

Bei einer anderen Art von Schnellwagen, welche noch weniger genaue Resultate giebt, ist der Wagebalken an einem Ende mit einer unveränderlich daran befestigten Masse belastet, und der Unterstützungspunkt wird so lange verschoben, bis die am anderen Ende aufgehängte Last im Gleichgewicht ist. Der Unterstützungspunkt muss der Last um so näher rücken, je grösser dieselbe ist.

Die Brückenwage (Decimalwage, Centesimalwage) dient zum bequemen Abwägen grösserer Lasten. Die horizontale Brücke EF (Fig. 49) ist mit ihrem vorderen Ende bei E an der vertikalen Stange DE aufgehängt,

Fig. 49.



während das hintere Ende bei F mittelst einer Schneide auf dem einarmigen Hebel KH ruht. Dieser dreht sich um die Schneide K, während sein vorderes Ende an der Stange HB hängt, welche frei durch eine Oeffnung in der Brücke EF hindurchgeht und bei B am Wagebalken befestigt ist. Dieser trägt bei A die zur Aufnahme der Gewichte bestimmte Wageschale. Bei belasteter Schale und Brücke muss der Wagebalken AB in horizontaler Lage im Gleichgewicht sein. Die Verhältnisse der Hebelarme sind so gewählt, dass $CD:CB = KF:KH = 1:n$ ist. Die in Q auf der Brücke ruhende Last wird theils von der Stange DE, theils von der Schneide F getragen. Ist p der Zug an der Stange, q der Druck auf die Schneide, so ist $Q = p + q$. Die in D am Wagebalken angreifende Kraft p kann (§ 49) durch eine $n$mal kleinere in B wirkende Kraft $\frac{1}{n}p$ ersetzt werden. Ebenso erzeugt der in F auf den Hebel HK wirkende Druck q einen Zug gleich $\frac{1}{n}q$ an der Stange BH, mithin ist die gesammte Wirkung der Belastung Q auf den Wagebalken so gross, als ob bei B ein Gewicht $\frac{1}{n}p + \frac{1}{n}q = \frac{1}{n}Q$ angehängt wäre. Ist z. B. $n = 10$ und $AC = CB$, so wird ein Gewicht $\frac{1}{10}Q$ in der Wageschale hinreichen, um die Last Q auf der Brücke im Gleichgewicht zu halten (Decimalwage). Hätte man ausserdem $AC = 10\,BC$ gemacht, so wäre bei A nur ein Gewicht $\frac{1}{100}Q$ erforderlich (Centesimalwage).

Bei der Hebung und Senkung bleibt die Brücke stets sich selbst parallel. Es ist gleichgültig, in welchem Punkt die Last Q auf der Brücke ruht. — Anwendung des Princips der Erhaltung der Arbeit (§ 43) auf die Brückenwage.

Der Gebrauch der **Federwagen** beruht darauf, dass die Ausdehnung oder Biegung elastischer Federn innerhalb der Grenzen der vollkommenen Elasticität (§ 8) dem dehnenden Gewicht proportional ist. Dieselben finden vielfache praktische Anwendung, sind jedoch für genaue Wägungen nicht geeignet und werden durch längeren Gebrauch und zu starke Belastung leicht unrichtig, indem die Feder eine bleibende Dehnung erleidet.

Gesetze der Centralbewegung und Pendelbewegung. Allgemeine Massenanziehung.

§ 55. **Kreisförmige Centralbewegung, Centralkraft.** Die Bewegung eines Körpers, welchem durch irgend eine Ursache eine Geschwindigkeit ertheilt worden ist, bleibt eine geradlinige und gleichförmige, so lange keine **Kraft** auf ihn wirkt, welche die Richtung oder die Geschwindigkeit seiner Bewegung ändert (§ 31). Zu jeder Bewegung in krummliniger Bahn ist daher das Vorhandensein einer Kraft erforderlich, welche die stetige Richtungsänderung herbeiführt, wie z. B. die Schwerkraft bei der parabolischen Wurfbewegung (§ 35). Damit insbesondere ein Körper eine **kreisförmige** Bahn mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufe, wie z. B. eine an einem Faden im Kreise geschwungene Kugel oder der Mond bei seiner (annähernd) kreisförmigen Bewegung um die Erde, ist das Vorhandensein einer **nach dem Mittelpunkt des Kreises gerichteten** und fortdauernd mit gleicher Stärke wirkenden **Centralkraft** erforderlich. Dieselbe wird im ersten der so eben angeführten Beispiele durch die **Spannung des Fadens** (§ 38), an welchem der Körper befestigt ist, im zweiten Fall durch die **von der Erdmasse auf den Mond ausgeübte Anziehung** hervorgebracht. Sobald die Centralkraft zu wirken aufhörte (wenn z. B. der gespannte Faden zerrisse), würde der Körper seine augenblickliche Bewegungsrichtung unverändert beibehalten, also in der Richtung der **Tangente** der kreisförmigen Bahn sich vom Mittelpunkt derselben **entfernen**.

Das lediglich aus der Eigenschaft des **Beharrungsvermögens** (§ 31) entspringende Bestreben der Theile rotirender Körper, sich in der Richtung der Tangente vom Mittelpunkt der Bewegung zu entfernen, kann durch Versuche an der sogenannten **Centrifugalmaschine** erläutert werden, bei welcher mittelst zweier durch einen Schnurlauf verbundener Räder von verschiedenem Durchmesser (§ 48) eine Axe und die auf ihr befestigten Gegenstände in schnelle Rotation versetzt werden können. Vielfache Anwendung findet diese Eigenschaft rotirender Körper in der Technik, z. B. bei Centrifugalpumpen, Centrifugalgebläsen, Trockenmaschinen, den Centrifugalapparaten der Zuckersiedereien u. s. w.*).

---

*) Ist ein Körper gezwungen, sich auf einer vorgeschriebenen Bahn zu bewegen, indem er z. B. durch einen Faden verhindert wird, sich vom Mittelpunkt der Kreisbahn zu entfernen, so **übt** er seinerseits infolge seines Beharrungsvermögens einen **Druck auf die Bahn** oder einen **Zug an dem Faden** aus, den man **Centrifugalkraft** nennen kann, und welcher der auf den bewegten Körper wirkenden **Centralkraft** gleich, aber entgegengesetzt gerichtet ist, indem auch hier das Princip der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung (§ 38) Anwendung findet. Man darf aber nicht, wie häufig missverständlich geschieht, die **Centrifugalkraft** als eine **auf den im Kreise bewegten Körper wirkende** Kraft betrachten. Wirken Centripetalkraft und Centrifugalkraft auf **denselben** Körper, so würden sie sich gegenseitig aufheben und der Körper müsste sich in gerader Linie bewegen. Der Angriffspunkt der Centrifugalkraft ist vielmehr im angeführten Falle der Endpunkt des **Fadens**, an welchem der Körper befestigt ist, oder mittelbar der **Mittelpunkt des Kreises**, in welchem der Faden befestigt ist. Bei der Bewegung des Mondes um die Erde ist überhaupt keine Centrifugalkraft vorhanden, wenn man nicht die Anziehung, welche der Mond auf die Erde ausübt, als solche bezeichnen will.

Um die Grösse der Centralkraft zu bestimmen, welche erforderlich ist, um einen Körper in seiner kreisförmigen Bahn zu erhalten, denke man sich die stetig wirkende Kraft zunächst durch eine Reihe in sehr kurzen Zeitintervallen wirkender Momentankräfte (§ 31a) ersetzt. Der Körper, dessen Dimensionen der Einfachheit wegen als verschwindend klein betrachtet werden mögen, durchlaufe die Sehne AB des Kreises (Fig. 50) in $\frac{1}{n}$ Sekunde mit der Geschwindigkeit v, so dass also $AB = \frac{v}{n}$ ist (§ 30). In der nächsten $n$tel Sekunde würde er, wenn keine Kraft auf ihn wirkte, die Strecke $BD = AB$ durchlaufen. Macht man $BE = BD$ und zieht DE, so ist $\triangle DBE$ gleichschenklig, mithin $\angle ABE = 2BDE$ und $\angle ABC = BDE$, folglich $\triangle DEB \sim ABC$, da beide Dreiecke gleichschenklig sind und gleiche Basiswinkel haben. Aus der Gleichheit der Gegenwinkel ABC und BDE folgt, dass $DE \parallel BC$ ist. Zieht man also noch $EF \parallel DB$, so ist $BDEF$ ein Parallelogramm. Wird dem bewegten Körper im Augenblick, wo er in B angelangt ist, eine Geschwindigkeit in der Richtung BC ertheilt, in Folge deren er in $\frac{1}{n}$ Sekunde die Strecke BF zurücklegen würde, so setzt sich diese mit der bereits vorhandenen Geschwindigkeit in der Richtung BD so zusammen, dass der Körper in $\frac{1''}{n}$ von B nach E gelangt (§ 34). Ebenso muss dem Körper, wenn er der Reihe nach die gleichen Sehnen EK, KL u. s. f. durchlaufen soll, am Ende jeder $n$tel Sekunde eine gleiche Geschwindigkeit in der Richtung nach dem Mittelpunkt C ertheilt werden. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke BEF und BCE folgt $BF : BE = BE : BC$, oder da $BE = \frac{v}{n}$, so ist, wenn r den Halbmesser des Kreises bezeichnet, $BF = \frac{v^2}{n^2 r}$. Da der Körper in Folge eines Stosses in $\frac{1''}{n}$ die Strecke BF durchlaufen soll, so muss die durch jeden Stoss ihm ertheilte Geschwindigkeit $n \cdot BF = \frac{v^2}{nr}$ sein, und da in einer Sekunde n solcher Stösse erfolgen, so würden diese ihm zusammen in einer Sekunde die Geschwindigkeit $\frac{v^2}{r}$ in der Richtung nach dem Mittelpunkte C zu ertheilen vermögen. Denkt man sich nun, um von der unstetigen Bewegung zur stetigen Kreisbewegung überzugehen, die Zeitintervalle unendlich kurz oder ihre Anzahl n über jede Grenze wachsend, so folgt, dass, um den Körper in seiner kreisförmigen Bahn zu erhalten, eine stetige, nach dem Mittelpunkte C gerichtete Kraft auf ihn wirken muss, welche demselben in einer Sekunde die Beschleunigung

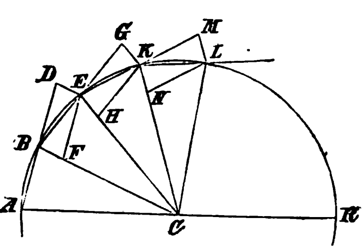


Fig. 50.

$$1. \qquad \gamma = \frac{v^2}{r}$$

zu ertheilen vermag. Die durch die Centralbewegung erzeugte Spannung eines Fadens, an welchem eine Masse m befestigt ist, die sich mit der Geschwindigkeit v in einem Kreise vom Halbmesser r bewegt, ist demnach (§ 38)

$$m\gamma = m\frac{v^2}{r}.$$

Dieselbe ist also der Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit direkt, dem Halbmesser des Kreises umgekehrt proportional *).

Bezeichnet T die Umlaufszeit, in welcher die kreisförmige Bahn durch-

*) Bezeichnet $p = mg$ das Gewicht der am Faden befestigten Masse, so ist die Spannung des Fadens, in Gewichtseinheiten ausgedrückt, gleich $\frac{p}{g} \cdot \frac{v^2}{r}$.

laufen wird, deren Länge $2\pi r$ ist, so ist $v = \frac{2\pi r}{T}$, oder wenn man diesen Werth für v in den obigen Ausdruck der Centralkraft γ einsetzt,

2. $$\gamma = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Rotirt ein Körper um eine feste Axe, so beschreiben alle Theile desselben Kreisbahnen von verschiedenem Halbmesser, die aber sämmtlich in gleicher Zeit durchlaufen werden. Die Geschwindigkeit der Bewegung der einzelnen Theilchen wächst mit der Entfernung von der Drehungsaxe. Unter der Winkelgeschwindigkeit der Umdrehung versteht man die Geschwindigkeit eines Punktes, welcher sich in der Entfernung 1 von der Umdrehungsaxe befindet. Wird dieselbe mit ω bezeichnet, so ist die Geschwindigkeit eines Punktes in der Entfernung r von der Umdrehungsaxe $v = r\,\omega$ oder umgekehrt

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T},$$

und es ergiebt sich:

3. $$\gamma = r\,\omega^2.$$

Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit der Drehung oder bei gleicher Umlaufszeit ist also die zur Erhaltung der Kreisbewegung erforderliche Centralkraft dem Halbmesser der Bahn proportional.

§ 56. **Beispiele der Anwendung der Gesetze der Kreisbewegung.**

1. **Einfluss der Rotation der Erde auf die Schwerkraft und die Gestalt des Erdkörpers.** Die Erde vollendet ihre Axendrehung in 24 Stunden Sternzeit = 86164*) Sekunden; der Umfang des Erdäquators beträgt 5400 geogr. Meilen (40070 Km.). Wie gross ist demnach die aus der Rotationsbewegung entspringende Verminderung der Schwerkraft am Aequator? Wie gross ist die Aenderung der Grösse und Richtung der Schwerkraft unter der geographischen Breite φ?

Am Aequator ergiebt sich die Verminderung der Schwerkraft 33,9mm oder gleich $\frac{1}{289}$ des ganzes Betrages. Bei 17mal grösserer Rotationsgeschwindigkeit würde demnach die Schwerkraft gerade nur noch hinreichen, um die Körper an der Entfernung von der Erdoberfläche zu verhindern. Ausser der unmittelbaren Verminderung der Schwere am Aequator durch die Axendrehung der Erde ergiebt sich noch ein mittelbarer Einfluss aus der ebenfalls von der Axendrehung herrührenden sphäroidischen Gestalt des Erdkörpers. Da sich nämlich die Erde ursprünglich im feuerflüssigen Zustand befand (§ 240), und noch gegenwärtig der grösste Theil ihrer Oberfläche mit Flüssigkeit bedeckt ist, so hat dieselbe in Folge ihrer Axendrehung die Gestalt eines an den Polen abgeplatteten Umdrehungsellipsoids angenommen. Nach Bessel ist der Polardurchmesser des Erdsphäroids um $\frac{1}{299,1528}$ oder um etwa $5^3/_4$ geogr. Meilen (42,6 Km.) kürzer, als der Durchmesser des Aequators. In Folge dessen erleidet ein Körper am Pol eine um $\frac{1}{576}$ grössere Anziehung von der Erdmasse als am Aequator, so dass in Folge beider Ursachen die Schwerkraft am Aequator um $\frac{1}{192}$ geringer ist, als am Pol. — Die Abnahme der Schwerkraft vom Pol nach dem Aequator kann aus leicht begreiflichen Gründen durch die gewöhnliche Wage nicht nachgewiesen werden, wohl aber würde dies mittelst einer Federwage (§ 54) möglich sein. Das am meisten geeignete Instrument jedoch zur Vergleichung der Intensität der Schwere an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche ist das Pendel (s. unten § 63).

2. Mit welcher Geschwindigkeit müsste eine Kanonenkugel in horizontaler Richtung abgeschossen werden, damit sie in kreisförmiger Bahn um die Erde liefe? Wie gross wäre demnach ihre Umlaufszeit? (Es wird angenommen, dass kein Luftwiderstand stattfinde.)

3. Die siderische Umlaufszeit des Mondes um die Erde beträgt 27 Tage $7^3/_4$ Stunden, seine Entfernung vom Erdmittelpunkt ist gleich 60 Erdhalbmessern. Wie gross ist demnach die Anziehung, welche die Erde auf den Mond ausüben muss, um ihn in seiner kreisähnlichen Bahn zu erhalten?

4. Das siderische Sonnenjahr dauert 365 Tage 6 St. 9 Min. Die mittlere Ent-

*) Ein Sterntag ist um 3′55,9″ mittl. Sonnenzeit kürzer als ein mittl. Sonnentag.

fernung der Erde von der Sonne beträgt 20 Millionen Meilen. Welche Anziehung muss die Sonne auf die Erde ausüben, um dieselbe in ihrer Bahn zu erhalten?

5. Konisches Pendel. Ein schwerer Körper A (Fig. 51) ist an einem gewichtslosen Faden l aufgehängt. Welche Geschwindigkeit muss demselben in der Richtung der Tangente des mit dem Halbmesser BA construirten Kreises ertheilt werden, damit er sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit in immer gleichem Abstand um die Vertikallinie CB bewege?

Denkt man sich die Schwerkraft $AD = g$ durch die Componenten AF und AE ersetzt, so wird die erstere durch den Widerstand des Fadens aufgehoben und giebt die Spannung an, welche der Faden während der Bewegung erleidet. Die Componente AE muss, wenn sie den Körper in seiner kreisförmigen Bahn, deren Halbmesser $AB = r$ ist, erhalten soll, gleich $\frac{v^2}{r}$ sein. Ist $\angle ACB = ADE = \alpha$, so ist $AE = g \tang \alpha$ und da $r = l \sin \alpha$ ist, $v^2 = gl \sin \alpha \tang \alpha$. Die Umlaufszeit wird $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cos \alpha}$. Wird CB mit h bezeichnet, so ist $T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$. Die Umlaufszeit ist also nur von der Intensität der Schwerkraft und von der Höhe h abhängig und ist für verschiedene Längen des Fadens l dieselbe, wenn h denselben Werth besitzt. Ist der Winkel α nur klein, so ändert sich $\cos \alpha$ und daher auch T nur sehr wenig mit wachsendem Werthe von α (vgl. § 61).

Fig. 51.

§ 57. Keppler's Gesetze der Planetenbewegung:

1. Die Planeten bewegen sich um die Sonne in elliptischen Bahnen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

2. Der *radius vector* eines Planeten durchstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume.

3. Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Cuben der grossen Halbaxen ihrer Bahnen oder ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne.

Nicolaus Copernikus (geb. 1473 † 1543) erkannte, dass die Sonne der Centralkörper unseres Planetensystems sei, und lehrte, dass die Erde und die übrigen Planeten sich in kreisförmigen Bahnen um die Sonne bewegen. Gestützt auf die genaueren Beobachtungen von Tycho Brahe entdeckte Johannes Keppler (gebe 1571 † 1630), dass die Planetenbahnen nicht genaue Kreise, sondern kreisähnliche Ellipsen von geringer Excentricität seien, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. Besonders waren es Tycho's Beobachtungen des Planeten Mars, durch welche Keppler zu seiner Entdeckung geführt wurde, indem unter den Bahnen der damals bekannten grösseren Planeten die des Mars am meisten von der Kreisgestalt abweicht. — Durch das dritte der von Keppler aus den Beobachtungen abgeleiteten Gesetze gelangte Isaak Newton (geb. 1643 † 1727) zur Erkenntniss des Gesetzes der allgemeinen Massenanziehung oder Gravitation (§ 58) und leitete die Keppler'schen Gesetze als nothwendige Folgerungen aus diesem Gesetze ab.

§ 57a. Einige der wichtigsten geometrischen Eigenschaften der Ellipse.

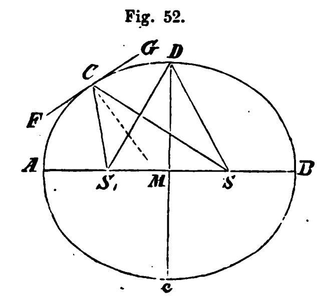


Fig. 52.

1. Man kann sich die Ellipse durch Bewegung eines Punktes C (Fig. 52) entstanden denken, dessen Abstände von zwei in einer Ebene gegebenen festen Punkten S und S_1 immer dieselbe Summe geben, so dass z. B. $SA + AS_1 = SC + CS_1 = SD + DS_1 = SB + BS_1$ ist. Die festen Punkte S und S_1 heissen die Brennpunkte der Ellipse, die von einem Punkte C nach den Brennpunkten gezogenen Geraden CS und CS_1 sind seine Brennstrahlen. Insbesondere heisst der vom Ort eines Planeten nach der Sonne S gezogene Brennstrahl der

radius vector oder Leitstrahl des Planeten. Aus der Symmetrie in Beziehung auf die beiden Brennpunkte folgt, dass $AS = BS$, ist, mithin die constante Summe der Brennstrahlen $AS + AS_1 = BS + BS_1 = AB$, d. i. gleich dem durch die beiden Brennpunkte gezogenen grössten Durchmesser oder der grossen Axe der Ellipse. Der im Mittelpunkt M senkrecht auf der grossen Axe errichtete Durchmesser DE ist der kleinste Durchmesser und wird die kleine Axe genannt. Die Entfernung der beiden Brennpunkte SS_1 heisst Excentricität. Die Ellipse ist um so kreisähnlicher, je kleiner ihre Excentricität im Verhältniss zur grossen Axe. Im besonderen Falle, dass die Excentricität gleich Null ist, oder dass beide Brennpunkte zusammenfallen, geht die Ellipse in einen Kreis über. Wird die grosse Halbaxe MA mit a, die kleine Halbaxe MD mit b, die halbe Excentricität MS mit e bezeichnet, so ist $SD + DS_1 = 2a$, mithin $SD = a$ und aus der Betrachtung des rechtwinkligen Dreiecks SMD folgt, dass $e^2 = a^2 - b^2$ ist.

2. Eine andere wichtige Eigenschaft der Ellipse, welche in der Akustik (§ 123) und Optik (§ 140) zur Anwendung kommt, ist die, dass die Winkel, welche die vom Punkte C aus gezogenen Brennstrahlen CS, CS_1 mit der in diesem Punkte an die Ellipse gezogenen Tangente FCG einschliessen, einander gleich sind.

3. Die Ellipse ist einer der drei Kegelschnitte (Ellipse, Parabel, Hyperbel) oder derjenigen Curven, in welchen der Mantel eines (geraden oder schiefen) Kreiskegels von einer Ebene durchschnitten wird, je nachdem dieselbe mehr oder minder gegen die Axe des Kegels geneigt ist. (Bei der Ellipse ist die Summe, bei der Hyperbel die Differenz der nach zwei festen Punkten gezogenen Brennstrahlen constant. (Vergl. auch § 35.)

4. Projicirt man einen Kreis auf eine Ebene, die unter einem beliebigen Winkel gegen die Ebene des Kreises geneigt ist, indem man von jedem Punkte auf der Peripherie des Kreises ein Perpendikel auf die Projektionsebene fällt, so ist die von den Fusspunkten sämmtlicher Perpendikel gebildete Projection des Kreises eine Ellipse.

§ 57b. Das zweite Keppler'sche Gesetz, welches auch unter dem Namen des Flächensatzes bekannt ist, gilt allgemein für jede Art der Centralbewegung. Denkt man sich nämlich, wie in § 55, die stetig wirkende, nach dem Punkte C (Fig. 53) gerichtete Centralkraft durch eine Reihe in gleichen Zeitintervallen auf einander folgender Impulse ersetzt, und stellen AB, BD, DE . . die in gleichen Zeiträumen durchlaufenen Wegstrecken vor, die im Allgemeinen unter einander an Grösse verschieden sein werden, so ist, wie sich aus der Construktion ergiebt, $\triangle\ ACB = BCG$ (weil $BG = AB$) und $BCG = BCD$ (weil $GD \parallel BC$), mithin $\triangle\ ACB = BCD$, ebenso $\triangle\ BCD = DCE$ u. s. f. Diese Dreiecke stellen aber die vom *radius vector* in gleichen Zeiten durchstrichenen Flächenräume dar.

Fig. 53.

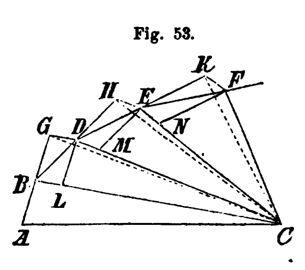
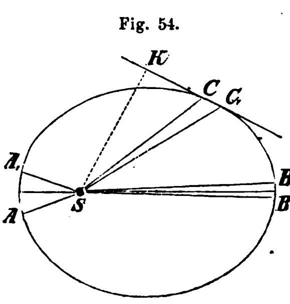


Fig. 54.



Steht die Sonne im Brennpunkt S (Fig. 54), so befindet sich der Planet bei A in der Sonnennähe oder im Perihel, bei B in der Sonnenferne oder im Aphel. Sind AA_1, CC_1, BB_1 drei kleine Bahnstrecken, welche in gleichen Zeiträumen durchlaufen werden, so sind nach dem zweiten Keppler'schen Gesetze die Dreiecke ASA_1, CSC_1, BSB_1 flächengleich, mithin die Grundlinien der Dreiecke oder die Geschwindigkeiten des Planeten in den Punkten A, C, B den Höhenperpendikeln SA, SK, SB umgekehrt proportional. Die Geschwindigkeit ist also am grössten im Perihel, am kleinsten im Aphel, und zwar stehen beide Geschwindigkeiten im Verhältniss von $a + e : a - e$.

Die Excentricität der Erdbahn beträgt $\frac{1}{60}$ der grossen Axe. Die Erde befindet

sich am 1. Januar im Perihel, am 2. Juli im Aphel. Wahre und mittlere Anomalie. Mittelpunktsgleichung des Planeten. Zeitgleichung.

Die elliptische Bewegung der Planeten ist eine Folge des Newton'schen Gravitationsgesetzes (§ 58). Es lässt sich nämlich erweisen, dass ein Punkt, welcher von einem anderen festen Punkte nach diesem Gesetz angezogen wird, eine Ellipse, eine Parabel oder eine Hyperbel beschreiben muss.

§ 58. Newton's Gravitationsgesetz. Allgemeine Massenanziehung. Sind r_1 und r_2 (Fig. 55) die Halbmesser der Bahnen zweier Planeten, die der Einfachheit halber als kreisförmig betrachtet werden sollen, T_1 und T_2 ihre Umlaufszeiten, so sind die Anziehungen, welche beide Planeten von der Sonne erfahren müssen, um in ihren kreisförmigen Bahnen zu beharren (§ 55, 2),

Fig. 55.

$$\gamma_1 = \frac{4\pi^2 r_1}{T_1^{\,2}} \qquad \gamma_2 = \frac{4\pi^2 r_2}{T_2^{\,2}},$$

mithin

$$\gamma_1 : \gamma_2 = \frac{r_1}{T_1^{\,2}} : \frac{r_2}{T_2^{\,2}}.$$

Nach dem dritten Keppler'schen Gesetz (§ 57) ist aber

$$T_1^{\,2} : T_2^{\,2} = r_1^{\,3} : r_2^{\,3},$$

woraus folgt

$$\gamma_1 : \gamma_2 = \frac{1}{r_1^{\,2}} : \frac{1}{r_2^{\,2}},$$

oder die Anziehungen, welche zwei Planeten vom Centralkörper erfahren, stehen im umgekehrten Verhältniss der Quadrate der Entfernungen.

Dasselbe Gesetz gilt für die Trabanten eines und desselben Planeten (Jupiter, Saturn). Vergleicht man ferner die Anziehung, welche die Erde auf den Mond ausübt (§ 56, 3), mit derjenigen Anziehung, welche die Körper auf der Erdoberfläche erfahren, so ergiebt sich, dass diese Kräfte ebenfalls im umgekehrten Verhältniss der Quadrate der Entfernungen stehen. Durch diese Betrachtungen wurde Newton zu dem Gesetz der allgemeinen Massenanziehung oder Gravitation geführt:

Alle Theile der Materie ziehen einander an mit einer Kraft, welche den anziehenden Massen direkt, den Quadraten der Entfernungen aber umgekehrt proportional ist.

Es ist ohne Weiteres klar, dass bei gleicher Entfernung die doppelte Masse eine doppelte, die $n$fache Masse eine $n$fache Anziehung ausübt. In doppelter Entfernung würde eine 4fache, bei dreifacher Entfernung eine 9mal grössere Masse erforderlich sein, um die gleiche Anziehung hervorzubringen.

Bezeichnet k die Beschleunigung, welche ein Körper von der Masse 1 einem anderen Körper in der Entfernung 1 zu ertheilen vermag, so wird letzterer durch die Masse m in der Entfernung 1 die Beschleunigung $k.m$, in der Entfernung r aber die Beschleunigung $\gamma = k.\frac{m}{r^2}$ erfahren. Ist ferner m' die Masse des angezogenen Körpers, so ist die Anziehung, welche derselbe erfährt, in Gewichtseinheiten ausgedrückt (§ 38), $p = m'.\gamma = k\frac{mm'}{r^2}$, oder diesen Druck würde eine zwischen beiden Körpern befindliche feste Strebe erleiden müssen, um ihre gegenseitige Annäherung zu verhindern. Princip der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung (§ 38). A übt auf B dieselbe Anziehung aus, wie B auf A, beide Körper sind also mit Hilfe der Strebe im Gleichgewicht.

Folgerungen, welche sich aus dem Newton'schen Gravitationsgesetz in Betreff der relativen Massen der Sonne, der Erde und der übrigen mit Trabanten ver-

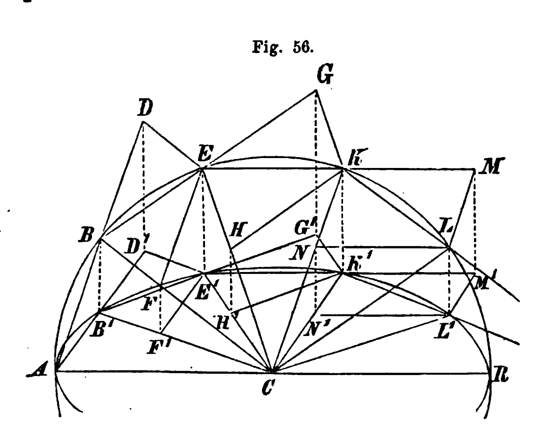
sehenen Planeten ableiten lassen. Versuche von Reich, Cavendish u. s. w. zur Bestimmung der Masse und Dichtigkeit der Erde mittelst der Drehwage ($d=5,6$).

Eine Folge des Newton'schen Gesetzes ist die, dass eine homogene oder aus concentrischen Schichten von gleichförmiger Dichtigkeit zusammengesetzte Kugel einen ausserhalb derselben befindlichen Körper ebenso anzieht, als ob ihre ganze Masse im Mittelpunkt der Kugel vereinigt wäre.

Die Anziehungen der Theile einer homogenen hohlen Kugelschale auf einen innerhalb der Höhlung gelegenen Punkt heben einander gegenseitig auf. Daraus zu ziehende Folgerungen über die Abnahme der Schwere im Innern des Erdkörpers.

§ 59. **Bewegung eines materiellen Punktes unter dem Einfluss einer Centralkraft, die der Entfernung von einem festen Punkte proportional ist.** Man denke sich durch den Durchmesser des Kreises AR (Fig. 50 in § 55) eine Ebene gelegt, welche unter einem beliebigen Winkel gegen die Ebene des Kreises geneigt ist, und projicire jene Figur, wie dies in Figur 56 geschehen ist, auf diese Ebene, indem man sich von sämmtlichen Punkten der Figur Perpendikel auf die Projektionsebene gefällt denkt. Die dadurch entstandene Projektion des Kreises ist eine Ellipse (§ 57), deren grosse Axe AR ist. Da die Projektionen paralleler Linien wieder parallel sind, so bleiben die Parallelogramme $BDFE$ u. s. w. auch in der Projektion Parallelogramme, doch sind dieselben unter einander nicht mehr congruent.

Fig. 56.



Die Linien $B'F'$, $E'H'$ u. s. w., welche die von der Centralkraft dem beweglichen Punkte in gleichen Zeitintervallen ertheilten Impulse darstellen, werden durch die Projektion in demselben Verhältniss verkürzt, wie die entsprechenden Halbmesser der Ellipse CB', CE' u. s. w. Die Projektionsfigur stellt also die Centralbewegung eines Punktes unter dem Einfluss einer Centralkraft vor, welche der Entfernung von dem festen Mittelpunkt C proportional ist. Es ergiebt sich demnach durch dieselben Betrachtungen wie in § 55, dass ein materieller Punkt, welcher von einem festen Centrum C mit einer der Entfernung proportionalen Kraft angezogen wird, eine Ellipse um den Mittelpunkt C beschreibt. Ist a die Länge der grossen Halbaxe der Ellipse CA und bezeichnet k die Anziehung, welche der Punkt in der Entfernung 1 erfährt, also $k\,a$ die Anziehung in der Entfernung a, so ist die Umlaufszeit T gleich derjenigen eines Punktes, welcher sich in einer kreisförmigen Bahn vom Halbmesser a unter dem Einfluss einer Centralkraft $\gamma = ka$ bewegte. Aus Formel 2 in § 55 ergiebt sich aber diese Umlaufszeit

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{\gamma}} = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}.$$

Es folgt hieraus der wichtige Satz, dass die Umlaufszeit einzig und allein von der durch die Grösse k ausgedrückten Intensität der Centralkraft, nicht aber von den Dimensionen der Bahn abhängt, und dass dieselbe der Quadratwurzel aus der Grösse k umgekehrt proportional ist. Alle materiellen Punkte, welche sich unter dem Einfluss derselben der Entfernung proportionalen Kraft um das Centrum C bewegen, durchlaufen demnach ihre Bahnen, seien dieselben an Grösse und Excentricität noch so verschieden, in gleicher Zeit.

Die erwiesenen Sätze finden ihre Anwendung insbesondere in der Theorie der Schwingungen elastischer Körper, indem die Theilchen eines solchen, wenn sie

durch Einwirkung einer äusseren Kraft eine Verschiebung erlitten haben, mit einer der Grösse der Verschiebung proportionalen Kraft nach ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage zurückgetrieben werden (§ 8) und in Folge dessen eine Reihe von Schwingungen oder Oscillationen um die Gleichgewichtslage vollführen, die im Allgemeinen elliptisch sind. Wird die kleine Axe der Ellipse gleich Null, so reducirt sich die Bahn auf eine gerade Linie. Da dieser Fall besonders häufige Anwendung findet, so wird derselbe im folgenden Paragraphen besonders behandelt werden.

§ 60. Geradlinige Schwingungsbewegung. Im Fall, dass die Projektionsebene des vorigen Paragraphen auf der Ebene des projicirten Kreises senkrecht steht, verschwindet die kleine Axe der durch die Projektion des Kreises entstandenen Ellipse, und die Bewegung des Punktes reducirt sich auf eine geradlinig hin- und hergehende Oscillationsbewegung. Ist der bewegliche Punkt durch eine äussere Kraft aus seiner Gleichgewichtslage C (Fig. 57) bis zum Punkte A entfernt worden, und wird derselbe jetzt ohne Anfangsgeschwindigkeit der Wirkung der nach C gerichteten Centralkraft überlassen, so bewegt er sich von A bis C mit beschleunigter Geschwindigkeit. Da aber die Wirkung der Centralkraft der Entfernung von C proportional abnimmt und in C selbst gleich Null wird, so ist seine Beschleunigung eine ungleichförmige. Im Punkte C hat die Geschwindigkeit ihren grössten Werth erreicht. In Folge der erlangten Geschwindigkeit geht der Punkt über C hinaus und bewegt sich von C bis R mit ungleichförmig verzögerter Geschwindigkeit, indem diese durch die entgegenwirkende Centralkraft in demselben Masse vermindert wird, wie sie auf dem Wege AC vermehrt wurde. In R angelangt, hat der Punkt seine Geschwindigkeit verloren und kehrt in derselben Weise über C bis nach A in derselben Zeit zurück, welche zur Bewegung von A bis R erforderlich war. Die Zeit, welche zum Hin- und Rückgang erforderlich ist, heisst eine ganze oder vollständige Schwingungsdauer. Die zur Bewegung von A nach R oder von R nach A erforderliche Zeit ist demnach eine halbe Schwingungsdauer. Die grösste Entfernung aus der Gleichgewichtslage $CA = CR$ heisst die Amplitude oder Schwingungsweite. Denkt man sich auf der Kreisperipherie APR den Punkt P mit gleichförmiger Geschwindigkeit so bewegt, dass er während einer hin- und hergehenden Schwingung die ganze Kreisperipherie durchläuft, so wird, wie aus den Betrachtungen des vorhergehenden Paragraphen folgt, der auf dem Kreisdurchmesser unter Einfluss der Centralkraft oscillirende Punkt P' in seiner Bewegung immer mit der Projektion des Punktes P übereinstimmen, so dass z. B. der Kreisbogen PQ in derselben Zeit durchlaufen wird, wie die Projektion $P' Q'$. Die augenblickliche Entfernung des beweglichen Punktes P' vom Mittelpunkt C, CP', heisst seine Elongation, der Centriwinkel $ACP = x$, welcher während einer vollständigen Schwingung von 0^0 bis 360^0 wächst, heisst die dem Punkte P' der Bahn entsprechende Schwingungsphase. Setzt man die Schwingungsamplitude $AC = PC = a$, so ist die Elongation $CP' = a' = a \cos x$. Sind v und v' die Geschwindigkeiten der Punkte P und P', und ist PQ ein unendlich kleiner, daher als geradlinig zu betrachtender Kreisbogen, so ist, da die Strecken PQ und $P'Q'$ in gleicher Zeit durchlaufen werden,

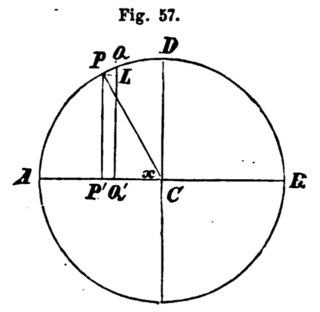


Fig. 57.

$$\frac{v'}{v} = \frac{P'Q'}{PQ}.$$

Zieht man $P L \parallel P' Q'$, so ist $P L = P' Q'$, und da im rechtwinkligen Dreieck $PLQ \angle PQL = x$, so wird $PL = PQ \sin x$, mithin die Geschwindigkeit

$$v' = v \sin x.$$

Da die Geschwindigkeit v, mit welcher der Punkt P sich auf der Kreislinie bewegt, eine gleichförmige ist, so ist die Geschwindigkeit des Punktes P' an einer beliebigen Stelle seiner Bahn dem Sinus der Schwingungsphase, oder der Ordinate PP' proportional. Dieselbe hat ihren grössten Werth $\pm v$ im Punkte C, sie ist Null in den beiden Punkten der grössten Elongation A und R. Das negative Vorzeichen des Sinus im dritten und vierten Quadranten entspricht der entgegengesetzten Richtung der Bewegung. Die ganze Dauer einer

Schwingung ist, wie in § 59 gezeigt, von der Schwingungsamplitude unabhängig und hat den Werth

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}},$$

wenn k die Grösse der nach C gerichteten Centralkraft in der Entfernung 1 bezeichnet.

§ 61. Pendelbewegung. Ein an einem Faden aufgehängter schwerer Körper befindet sich unter dem Einflusse der Schwerkraft im stabilen Gleichgewicht, wenn die Richtung des Fadens vertikal ist und der Schwerpunkt des Körpers vertikal unter dem Aufhängungspunkte liegt (§ 51). Wird der Körper aus dieser Gleichgewichtslage entfernt und der Wirkung der Schwere überlassen, so kehrt er in die Gleichgewichtslage zurück, geht aber in Folge der dabei erlangten Geschwindigkeit über dieselbe hinaus nach der entgegengesetzten Seite, bis die Geschwindigkeit durch die entgegenwirkende Schwerkraft aufgehoben worden ist, und vollführt, indem sich dieser Vorgang wiederholt, eine Reihe hin- und hergehender Oscillationen um die Gleichgewichtslage (vergl. § 60), welche ins Unbegrenzte fortdauern würden, wenn nicht durch äussere Bewegungshindernisse (Reibung, Luftwiderstand) die Schwingungsweite immer mehr vermindert würde, bis der Körper endlich in seiner Gleichgewichtslage in Ruhe kommt. Ein in dieser Weise um seine Gleichgewichtslage oscillirender Körper heisst im Allgemeinen ein physisches Pendel. Man giebt dem schweren Körper häufig die Gestalt einer Kugel, deren Durchmesser klein ist im Verhältniss zur Länge des Aufhängungsfadens oder hängt (bei Pendeluhren) einen zur Verminderung des Luftwiderstandes linsenförmigen Körper an einer Pendelstange von verhältnissmässig geringem Gewicht auf, die ihrerseits frei drehbar auf einer Schneide ruht oder mittelst einer dünnen, elastischen Feder aufgehängt ist. Denkt man sich der Einfachheit halber die Masse des schweren Körpers in einen Punkt vereinigt, welcher an einem unausdehnbar und gewichtslos gedachten Faden aufgehängt ist, so hat man ein mathematisches Pendel. Die Schwingungsgesetze des physischen Pendels können, wie unten gezeigt wird, auf die des mathematischen zurückgeführt werden. Galilei fand, dass die Schwingungsdauer des Pendels 1) von der Masse und Substanz des schweren Körpers, so wie 2) von der Schwingungsweite unabhängig ist, so lange letztere die Grösse von einigen Bogengraden nicht überschreitet, dass dieselbe dagegen von der Pendellänge abhängt, indem 3) die Schwingungsdauer ungleich langer Pendel im direkten Verhältniss der Quadratwurzel aus der Pendellänge steht. Lässt man endlich dasselbe Pendel an zwei verschiedenen Orten schwingen, wo die Schwerkraft ungleiche Intensität besitzt (§ 56, 1), so ist 4) die Schwingungsdauer der Quadratwurzel aus der Intensität der Schwere umgekehrt proportional.

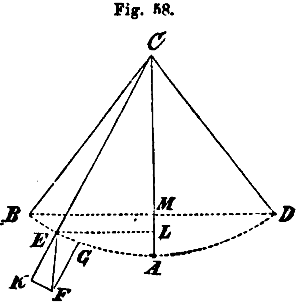
Die Dauer einer vollständigen Schwingung (eines Hin- und Rückganges) wird, wenn l die Pendellänge, g die Intensität der Schwerkraft (§ 32) bezeichnet, durch die Formel ausgedrückt

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Es sei CA (Fig. 58) die Gleichgewichtslage des mathematischen Pendels, CB seine Lage zur Zeit der grössten Elongation, mithin AB die Schwingungsweite, so wird sich das Pendel während einer halben Schwingung von B über A bis D bewegen, so dass $AD = AB$ ist, indem die Bewegung während des Aufsteigens von A bis D durch

die Schwerkraft in demselben Masse verzögert wird, wie sie während des Herabsinkens von B bis A beschleunigt wurde. Ist E ein beliebiger Punkt der Bahn des Pendels und zerlegt man die Schwerkraft $EF=g$ in die rechtwinkligen Componenten EK und EG, so wird die Componente EK durch den Widerstand des unausdehnsamen Fadens aufgehoben, während die Componente EG die Beschleunigung angiebt, mit welcher das Pendel nach der Gleichgewichtslage A getrieben wird. Es ist aber $EG = g \sin EFG$, oder da $\angle EFG = ECL$ ist, $EG = g \cdot \frac{EL}{EC} = \frac{g}{l} \cdot EL$. Ist die Schwingungsweite so klein, dass ohne merklichen Fehler die Länge der halben Sehnen BM, EL mit der der Bogen BA, EA verwechselt werden darf, so kann die Bewegung des Pendels mit der geradlinigen Bewegung eines Punktes verglichen werden, welcher

Fig. 58.



von dem festen Punkte A mit einer der Entfernung proportionalen Kraft $\frac{g}{l} \cdot EA$ angezogen wird. Die Schwingungsdauer eines solches Punktes wird aber nach § 60 durch die Formel $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ausgedrückt, woraus sich die oben ausgesprochenen Gesetze ergeben. Die Zeit T ist die Dauer einer vollständigen oder **Doppelschwingung** des Pendels. Die Dauer eines **einfachen Hin- oder Rückganges** ist mithin

$$t = \frac{1}{2} T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Die Geschwindigkeit des Pendels im Punkte E seiner Bahn ist gleich der Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangen würde, wenn er in vertikaler Richtung durch die Strecke ML frei herabfiele (vergl. §§ 32, 41) oder $v = \sqrt{2g.ML}$. Im tiefsten Punkte A erlangt die Geschwindigkeit den grössten Werth $\sqrt{2g.MA}$. In Folge der erlangten Geschwindigkeit ist der schwere Körper fähig, wieder bis zu derjenigen Höhe emporzusteigen, von welcher er herabgefallen ist (vergl. § 33). Beim Herabfallen des Pendels wird eine gewisse Arbeit geleistet und dadurch eine Bewegung erzeugt, die während des Emporsteigens wieder zur Erzeugung von Arbeit verbraucht wird (§ 43).

§ 62. **Physisches Pendel.** Die im vorhergehenden Paragraphen für die kleinen Schwingungen des einfachen oder mathematischen Pendels aufgestellten Gesetze behalten ihre Gültigkeit im Wesentlichen auch für das zusammengesetzte oder physische Pendel. Da bei der Drehung des letzteren um den Aufhängungspunkt alle Theile desselben in Folge ihrer festen Verbindung eine gemeinsame Winkelgeschwindigkeit (§ 55) und Schwingungsdauer haben müssen, so werden sie sich in ihrer Bewegung gegenseitig so beeinflussen, dass die Geschwindigkeit der vom Umdrehungspunkt entfernteren Theile durch die näheren beschleunigt, die der näheren durch die entfernteren verzögert wird. Es lässt sich jederzeit die Länge eines mathematischen Pendels so wählen, dass seine Schwingungen mit denen des gegebenen physischen Pendels übereinstimmen. Die Länge dieses mathematischen Pendels heisst die **reducirte Pendellänge**. Trägt man auf der durch den Aufhängungspunkt und den Schwerpunkt des physischen Pendels gezogenen Geraden von ersterem aus eine Strecke gleich der reducirten Pendellänge ab, so heisst der Endpunkt dieser Strecke der **Schwingungspunkt** des physischen Pendels. Derselbe liegt etwas tiefer als der Schwerpunkt, liegt demselben aber sehr nahe, wenn das Pendel aus einem schweren Körper von verhältnissmässig geringer Ausdehnung besteht, der an einem Faden von geringer Masse aufgehängt ist. Die reducirte

Pendellänge kann entweder durch Rechnung oder durch den Versuch gefunden werden. Letzteres geschieht bei dem sogenannten Reversionspendel von Bohnenberger und Kater, dessen Gebrauch auf dem Satze beruht, dass die Schwingungsdauer eines physischen Pendels unverändert bleibt, wenn man den Schwingungspunkt zum Aufhängungspunkt macht, so dass also dann der Aufhängungspunkt zum Schwingungspunkt wird. An der Pendelstange sind zwei nach entgegengesetzten Richtungen gekehrte Schneiden A und B (Fig. 59) und ausserdem zwei verschiebbare Massen C, D angebracht, deren Stellung so regulirt werden kann, dass das Pendel gleiche Schwingungsdauer besitzt, mag es auf der Schneide A oder B aufgehängt werden. Der Abstand der beiden Schneiden AB giebt dann die reducirte Pendellänge an.

Fig. 59.

C A D B

An einer unbiegsamen Geraden, welche um den festen Punkt C (Fig. 60) drehbar ist, seien in den Punkten A_1, A_2, A_3 .... die Massen m_1, m_2, m_3 .... angebracht, deren Entfernungen vom Drehungspunkt C beziehungsweise r_1, r_2, r_3 .... sind. Soll der Geraden in einer Sekunde die Winkelgeschwindigkeit ω ertheilt werden, so sind die Geschwindigkeiten, welche die einzelnen Massen m_1, m_2, m_3 .... dadurch in tangentialer Richtung erlangen (§ 55), beziehungsweise gleich $r_1\,\omega, r_2\,\omega, r_3\,\omega$ .... Um den Massen in der Zeiteinheit diese Geschwindigkeiten zu ertheilen, müssen auf dieselben beziehungsweise die (in Gewichtseinheiten [§ 38] ausgedrückten) Kräfte $m_1\,r_1\,\omega$, $m_2\,r_2\,\omega$, $m_3\,r_3\,\omega$ .... wirken. Diese Kräfte können aber nach § 46 durch eine einzige Kraft ersetzt werden, deren Moment in Beziehung auf den Drehungspunkt C gleich ist der Summe der Momente aller einzelnen Kräfte. Diese Momente sind $m_1\,r_1^2\,\omega, m_2\,r_2^2\,\omega, m_3\,r_3^2\,\omega$...., mithin muss das Moment der Kraft, welche in der Zeiteinheit dem Körper die Drehungsgeschwindigkeit ω zu ertheilen vermag, gleich $\omega . \Sigma mr^2$ sein. Denkt man sich nun das Pendel um den Winkel α aus der Gleichgewichtslage gedreht, so sind die tangentialen Componenten der durch die Schwere auf die Massen m_1, m_2, m_3 .... ausgeübten Kräfte (§ 61), in Gewichtseinheiten ausgedrückt, gleich $m_1\,g \sin \alpha$, $m_2\,g \sin \alpha$, $m_3\,g \sin \alpha$ .... und ihre Momente gleich $m_1\,r_1\,g \sin \alpha$, $m_2\,r_2\,g \sin \alpha$, $m_3\,r_3\,g \sin \alpha$ ...., wobei, um die Vorzeichen der Momente zu berücksichtigen, die Entfernungen der Massen, welche, wie m_3, oberhalb des Drehungspunktes angebracht sind, als negativ in Rechnung gebracht werden. Alle diese Momente können aber durch eine einzige Kraft ersetzt werden, deren Moment in Beziehung auf den Drehungspunkt gleich $g \sin \alpha\, \Sigma m r$ ist. Indem man diesen Ausdruck mit dem obigen vergleicht, ergiebt sich zur Bestimmung des durch dieses Drehungsmoment erzeugten Zuwachses der Winkelgeschwindigkeit die Gleichung

Fig. 60.

A_3 B_3 C B_2 A_2 B_1 A_1

$$\omega\, \Sigma m r^2 = g \sin \alpha\, \Sigma m r,$$

woraus

$$\omega = g \sin \alpha . \frac{\Sigma m r}{\Sigma m r^2}.$$

Für ein einfaches Pendel von der Länge L reducirt sich jede der Summen im Zähler und Nenner dieses Ausdrucks auf ein einziges Glied, und es wird

$$\omega = g \sin \alpha . \frac{m L}{m L^2} = g \sin \alpha . \frac{1}{L}.$$

Das zusammengesetzte Pendel wird also in seinen Schwingungen übereinstimmen mit einem einfachen Pendel, dessen Länge

$$L = \frac{\Sigma m r^2}{\Sigma m r},$$

oder dies ist der Ausdruck für die reducirte Pendellänge.

Die den Zähler dieses Ausdrucks bildende Summe der Produkte aus den Massen und den Quadraten ihrer Entfernungen von der Drehungsaxe heisst das Trägheitsmoment des Pendels. Dasselbe drückt die doppelt genommene Arbeitsgrösse aus, welche erforderlich ist, um dem Körper die Drehungsgeschwindigkeit 1

um diese Axe zu ertheilen. Da nämlich nach § 43 die Arbeit $\frac{1}{2} m v^2$ erforderlich ist, um der Masse m die Geschwindigkeit v zu ertheilen, und da bei der Winkelgeschwindigkeit ω die Massen m_1, m_2 .... die Geschwindigkeiten $r_1 \omega$, $r_2 \omega$ .... besitzen, so ist zur Erzeugung dieser Winkelgeschwindigkeit die Arbeit $\Sigma \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 . \Sigma m r^2$ erforderlich.

Der Nenner des Ausdrucks für L ist, wie leicht zu erweisen, gleich MR, wenn M die ganze Masse des Pendels, R die Entfernung seines Schwerpunktes vom Aufhängungspunkt bezeichnet. — Durch Massen, welche, wie m_3, oberhalb der Drehungsaxe angebracht werden, für welche also r negativ ist, wird der Nenner des Ausdrucks für L vermindert, der Zähler dagegen, da r^2 stets positiv ist, vergrössert. Mithin wird durch solche Massen die reducirte Pendellänge und die Schwingungsdauer stets vergrössert und zwar um so mehr, je grösser ihre Entfernung vom Drehungspunkte ist. (Anwendung verschiebbarer Massen beim Taktzähler oder Metronom.)

Kehrt man, wie oben beim Reversionspendel angegeben wurde, das Pendel so um, dass der Schwingungspunkt zum Aufhängungspunkt wird, so treten an Stelle von r_1, r_2 .... die Ausdrücke $L-r_1$, $L-r_2$ .... Mithin wird die reducirte Länge des umgekehrten Pendels

$$L' = \frac{\Sigma m (L-r)^2}{\Sigma m (L-r)}.$$

Löst man die Klammern unter den Summenzeichen auf und bemerkt, dass der Faktor L als unveränderliche und allen Gliedern gemeinsame Grösse vor das Summenzeichen gesetzt werden darf, so erhält man:

$$L' = \frac{L^2 \Sigma m - 2 L \Sigma m r + \Sigma m r^2}{L \Sigma m - \Sigma m r}.$$

Aus dem oben gefundenen Ausdruck für L folgt aber, dass

$$\Sigma m r^2 = L . \Sigma m r$$

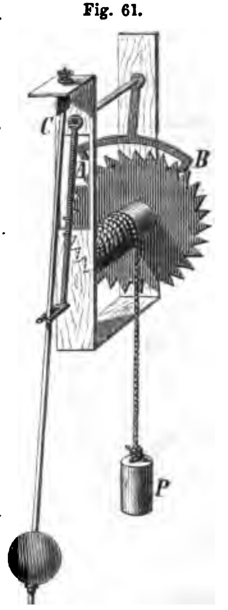
ist, mithin

$$L' = \frac{L^2 . \Sigma m - L . \Sigma m r}{L . \Sigma m - \Sigma m r} = L,$$

oder die reducirte Länge des umgekehrten Pendels ist gleich der des ursprünglichen, wie oben behauptet wurde.

§ 63. **Anwendung des physischen Pendels, Pendeluhr, Sekundenpendel, Messung der Intensität der Schwerkraft.** Auf der gleichmässigen Dauer der Pendelschwingungen und namentlich auf der Unabhängigkeit der Schwingungsdauer von geringen Aenderungen der Schwingungsweite beruht die wichtige Anwendung des Pendels als **zeitmessendes** Instrument in der von Huyghens (1657) erfundenen Pendeluhr. Mit dem an einer elastischen Stahlfeder bei C (Fig. 61) aufgehängten Pendel ist der metallische Bügel AB so verbunden, dass die beiden Arme desselben bei jeder Pendelschwingung abwechselnd bei A und bei B in die Zähne des Steigrades D eingreifen, welches in Folge dessen durch das Gewicht P bei jedem Hin- und Hergange des Pendels um einen Zahn weiter gedreht wird. Hat das Rad z. B. 30 Zähne und ist die Dauer einer einfachen Pendelschwingung gleich einer Sekunde, so wird sich das Rad in einer Minute einmal um seine Axe drehen. Die Drehung dieses Rades wird durch das aus mehreren in einander greifenden Zahnrädern gebildete

Fig. 61.



Getriebe der Uhr an die Räder übertragen, auf deren Axen die Zeiger befestigt sind.

In Wirklichkeit wirkt das treibende Gewicht P in der Regel nicht an der Axe des Steigrades selbst, wie in der Figur der Einfachheit wegen angenommen wurde, sondern an einer Welle, die durch ein oder mehrere Zahnräder mit dem Steigrade in Verbindung steht. Durch die Zähne des Steigrades erhält zugleich das Pendel bei jeder Schwingung einen kleinen Stoss, welcher hinreicht, die durch Reibung und Luftwiderstand herbeigeführte Verminderung der Schwingungsweite zu ersetzen und das Pendel in gleichförmigem Gange zu erhalten. Ueber die Mittel, den störenden Einfluss der Temperatur auf die Länge der Pendelstange zu compensiren, s. unten § 199. — Bei Chronometern und Taschenuhren tritt an Stelle des Pendels die sogenannte **Unruhe**, ein Rädchen, welches durch eine feine, elastische Spiralfeder in regelmässige Schwingungen versetzt wird. Das treibende Gewicht wird durch eine gespannte, spiralförmig gewundene Stahlfeder ersetzt, die in ein cylindrisches Federgehäuse eingeschlossen ist und dasselbe durch ihre Elasticität zu drehen strebt.

Ein Pendel, dessen (einfache oder halbe) Schwingungsdauer eine Sekunde beträgt, heisst **Sekundenpendel**. Ist L die reducirte Länge (§ 62) des Sekundenpendels, so ist (§ 61)

$$\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 1$$

oder

$$g = \pi^2 L, \; L = \frac{g}{\pi^2}.$$

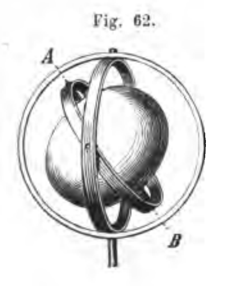
Aus der beobachteten Länge des Sekundenpendels wird daher die Intensität der Schwerkraft durch Multiplikation mit π^2 gefunden. Nach **Bessel** beträgt die Länge des einfachen Sekundenpendels zu Berlin 440,735 par.‴ (994,26^{mm}), woraus für Berlin $g = 30{,}270$ par.′ (9,8125^{m}) folgt. Das Pendel ist das beste Instrument zur Ermittelung der Intensität der Schwere. Die genauesten Untersuchungen von **Bessel** haben den Satz bestätigt, dass die Schwingungsdauer des Pendels von der Substanz des schweren Körpers unabhängig ist, oder dass die Schwerkraft auf alle Stoffe mit gleicher Stärke wirkt. — Auf Veranlassung von **Picard** machte der Astronom **Richer** i. J. 1672 bei einer Reise von Paris nach Cayenne die Beobachtung, dass das Sekundenpendel seiner astronomischen Uhr zu Cayenne um 1,25 par.‴ verkürzt und nach der Rückkehr nach Paris wieder um ebensoviel verlängert werden musste, um die Uhr im richtigen Gange zu erhalten, woraus er auf eine Verminderung der Schwerkraft vom Pol nach dem Aequator schloss (vergl. § 56, 1). Genaue Beobachtungen über die Länge des Sekundenpendels an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche haben gelehrt, dass die Intensität der Schwerkraft unter der geographischen Breite φ durch die Formel ausgedrückt wird

$$g = g_0 \left(1 - \frac{1}{384} \cos 2\varphi\right),$$

wo g_0 den mittleren Werth der Schwerkraft unter 45° Br., nämlich 30,193 par.′ oder 9,808^{m} bezeichnet. — Es ist leicht ersichtlich, welchen Einfluss die Erhebung über das Meeresniveau oder das Hinabsteigen in Bergwerksschachte auf die Intensität der Schwerkraft ausüben muss (§ 58).

Foucault's Anwendung der Unveränderlichkeit der Schwingungsebene des Pendels zum Beweis für die Axendrehung der Erde.

Fig. 62.

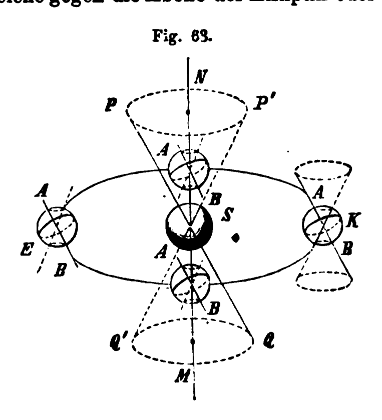


§ 64. **Rotation eines Körpers um eine Symmetrieaxe.** Rotirt ein Körper um eine Axe, um welche seine Masse nach allen Seiten gleichmässig vertheilt ist, so zeigt die Rotationsaxe das Bestreben, ihre Richtung im Raume unverändert zu erhalten oder einen Widerstand gegen jede äussere Kraft, welche diese Richtung zu ändern strebt. Ein auf seiner Spitze sich drehender Kreisel wird durch diese Eigenschaft am Umfallen verhindert, so lange die Rotationsgeschwindigkeit hinreichend gross ist. Rotirt ein in drei Ringen nach allen Richtungen frei drehbar aufgehängter kugelförmiger Körper (Fig. 62) um die Axe AB, so bleibt die Richtung dieser Axe im Raume unveränderlich, wie man auch das Gestell drehen uud wenden möge, wenn der Schwerpunkt mit dem

Mittelpunkt der Aufhängung zusammenfällt. Wird bei A ein Uebergewicht angebracht, so sinkt das Ende A der Drehungsaxe nicht herab, wie es der Fall sein würde, wenn der Körper in Ruhe wäre, sondern die Drehungsaxe AB beginnt sich um die Vertikallinie langsam so zu bewegen, dass sie, in immer gleicher Neigung gegen dieselbe verharrend, nach und nach einen Kegelmantel durchläuft.

Diese Eigenschaft rotirender Körper dient zur Erklärung der astronomischen Erscheinung der sogenannten Präcession der Nachtgleichenpunkte. Die Erde dreht sich um eine Axe AB (Fig. 63), welche gegen die Ebene der Ekliptik oder der jährlichen Erdbahn EK unter einem Winkel von $66^1/_2{}^0$ oder gegen deren Normale NM um $23^1/_2{}^0$ geneigt ist. Während der jährlichen Umlaufsbewegung der Erde behält die Erdaxe ihre Richtung im Raume unveränderlich bei, oder ist stets nach demselben Fixstern (Polarstern P) gerichtet. Im Laufe einer langen Reihe von Jahren zeigt jedoch die Richtung der Erdaxe eine langsame, regelmässige Aenderung. Diese wird dadurch hervorgebracht, dass die Sonne und der Mond durch ihre Anziehung auf die Theile des an den Polen abgeplatteten Erdkörpers seine Axe senkrecht zur Ebene der Ekliptik zu stellen streben. In Folge dessen stellt sich die Erdaxe nicht wirklich senkrecht zur Ekliptik, sondern ihre Richtung PQ beschreibt um die Normale NM in der Zeit von 25600 Jahren einen Kegelmantel, indem der Pol der Erdaxe P sich um den Pol der Ekliptik N in immer gleichem Abstand von $23^1/_2{}^0$ im Kreise bewegt. Eine Folge davon ist, dass die sogenannten Frühlings- und Herbstnachtgleichenpunkte oder die Punkte, in welchen der Himmelsäquator die Ekliptik an der Himmelskugel durchschneidet, auf der letzteren langsam fortschreiten und in Zeit von 25600 Jahren, nachdem sie die ganze Ekliptik durchlaufen haben, wieder zu ihrer ursprünglichen Stellung zurückkehren (siderisches und tropisches Sonnenjahr).

Fig. 63.



Gesetze des Stosses.

§ 65. Stoss elastischer und unelastischer Körper. Wenn zwei feste Körper, welche sich in verschiedenen Richtungen oder mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen, an einander stossen, so findet zunächst zwischen den Oberflächentheilen beider Körper, wenn sie sich bis auf eine unmessbar kleine Entfernung (d. i. bis zur sogenannten Berührung) genähert haben, eine Abstossung statt, welche der weiteren Annäherung entgegenwirkt. Durch die zwischen den Theilen jedes festen Körpers wirksamen Molekularkräfte (§ 31 Anmerk.) wird sodann die Einwirkung auf die übrigen Massentheile des gestossenen Körpers übertragen, wodurch im Allgemeinen beide Körper eine Aenderung ihrer Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung erfahren. Als allgemeines Princip gilt dabei das Gesetz der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung (§ 38), nach welchem jedes Atom des Körpers A auf jedes Atom des Körpers B eine gleiche Einwirkung ausübt, wie es selbst von diesem erleidet. Die Gesetze des Stosses sind im Allgemeinen so complicirt, dass wir uns auf die Betrachtung der einfachsten Fälle beschränken müssen.

Es sollen zunächst die Gesetze des Stosses zweier kugelförmiger Körper untersucht werden, deren Mittelpunkte sich auf derselben geraden Linie in gleicher oder entgegengesetzter Richtung bewegen (centraler Stoss), und deren Massen man sich der Einfachheit halber in zwei Punkten vereinigt denken kann (Stoss materieller Punkte). Es sind dabei zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem die einander stossenden Körper elastisch oder unelastisch sind.

§ 66. Centraler Stoss unelastischer Körper. Sind beide Körper unelastisch, so dauert ihre gegenseitige Einwirkung nur so lange, bis dieselben ihre Geschwindigkeiten ausgeglichen haben. Beide Körper bewegen sich dann mit der erlangten gemeinsamen Geschwindigkeit in gleicher Richtung fort. Bewegen

sich vor dem Stoss die Körper A und B (Fig. 64), deren Massen m_1 und m_2 sind, in gleicher Richtung, und zwar A mit der Geschwindigkeit v_1, B mit der grösseren Geschwindigkeit v_2, und ist die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stoss c, so hat A den Geschwindigkeitszuwachs $c-v_1$, B dagegen den Geschwindigkeitsverlust v_2-c erfahren. Bezeichnet λ die Einwirkung, welche jedes Atom eines Körpers während des Stosses auf jedes Atom des andern ausübt, so hat jedes Atom des Körpers B von den m_1 Atomen des Körpers A die Einwirkung $m_1\,\lambda$, dagegen jedes Atom des Körpers A von den m_2 Atomen des Körpers B die Einwirkung $m_2\,\lambda$ erfahren, es ist

Fig. 64.

$$c-v_1 = m_2\,\lambda,\ v_2-c = m_1\,\lambda,$$

woraus folgt:

$$\frac{c-v_1}{v_2-c} = \frac{m_2}{m_1} \text{ oder } c = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1+m_2}.$$

Waren die ursprünglichen Bewegungsrichtungen entgegengesetzt, so hat man nur v_1 als negativ zu betrachten oder an Stelle von v_1 zu setzen $-v_1$, und man erhält

$$c = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{m_1+m_2}.$$

Das positive oder negative Vorzeichen des Zählers bestimmt dann die Richtung der Bewegung nach dem Stoss. Beide Körper bleiben nach dem Stoss in Ruhe, wenn $m_1\,v_1 = m_2\,v_2$, oder wenn ihre Anfangsgeschwindigkeiten den Massen umgekehrt proportional waren. —

Ist $v_1 = 0$ und m_1 unendlich gross gegen m_2 — oder trifft der Körper B senkrecht gegen eine feste, unelastische Wand, so ist $c = 0$ und der Körper bleibt in Ruhe. — Trifft ein unelastischer Körper in schiefer Richtung gegen eine feste, unelastische Wand, so kann man seine Bewegung in eine senkrechte und eine zur Wand parallele Componente zerlegen, von denen die erste durch den Widerstand der Wand vernichtet wird und die zweite allein übrig bleibt.

Man nennt das Produkt aus der Masse und Geschwindigkeit eines bewegten Körpers sein Bewegungsmoment. Es bleibt also beim Stoss die (algebraische) Summe der Bewegungsmomente ungeändert. Die Gesetze des Stosses unelastischer Körper finden eine Anwendung beim sogenannten ballistischen Pendel, welches zur Bestimmung der Geschwindigkeit der Geschosse dient. — Princip der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes.

§ 67. Centraler Stoss elastischer Körper. Sind die zusammenstossenden Körper elastisch, so erleiden sie beim Stosse an der Berührungsstelle eine Compression, welche zunimmt bis zu dem Augenblick, in welchem beide Massen ihre Geschwindigkeiten ausgeglichen haben. In Folge des Bestrebens beider Körper, ihre ursprüngliche Gestalt wieder anzunehmen, dauert aber die Wechselwirkung zwischen beiden noch fort, während sie bei unelastischen Körpern in diesem Moment aufhörte. Da während dieser zweiten Periode des Stosses die Vorgänge der Entfernung und Ausdehnung beider Körper genau in der umgekehrten Reihenfolge vor sich gehen, wie die der Annäherung und Compression während der ersten Periode, so wird jede der beiden Massen während der letzten Hälfte der Dauer des Stosses nochmals eine gleiche Geschwindigkeitsänderung erfahren, wie während der ersten Periode. Nehmen wir zunächst wieder beide Bewegungsrichtungen vor dem Stoss als gleich an und bezeichnen, wie oben, durch c die gemeinsame Geschwindigkeit im Augenblick der grössten Annäherung, durch c_1 und c_2 aber die Endgeschwindigkeiten nach der völligen Trennung, so ist der Geschwindigkeitszuwachs von m_1 während der ersten Periode $c-v_1$, mithin während der ganzen Dauer des Stosses $2\,(c-v_1)$, und demnach die Endgeschwindigkeit $c_1 = v_1 + 2\,(c-v_1) = 2\,c - v_1$ oder, wenn man den oben gefundenen Werth für c einsetzt:

$$c_1 = \frac{2\,m_2 v_2 + (m_1 - m_2) v_1}{m_1+m_2}.$$

Der Geschwindigkeitsverlust von m_2 ist während der ersten Periode v_2-c, während der ganzen Dauer des Stosses $2\,(v_2-c)$, mithin $c_2 = 2\,c - v_2$ oder

$$c_2 = \frac{2 m_1 v_1 + (m_2 - m_1)\, v_2}{m_1+m_2}.$$

Ein negatives Vorzeichen des Werthes von c_2 würde anzeigen, dass sich die Masse m_2 nach dem Stosse in entgegengesetzter Richtung bewegte.

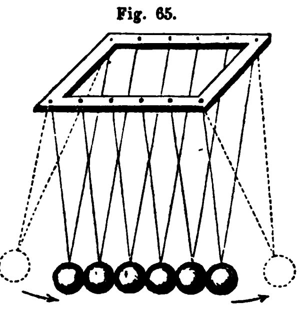
Sind die Bewegungsrichtungen beider Körper vor dem Stosse entgegengesetzt, so gelten dieselben Formeln, nur ist v_1 mit dem negativen Vorzeichen in Rechnung zu bringen.

Besondere Fälle beim Stosse elastischer Körper. 1) Sind die Massen beider Körper einander gleich oder ist $m_2 = m_1$, so wird

$$c_1 = v_2,\ c_2 = v_1,$$

d. h. beide Körper setzen ihre Bewegungen mit vertauschten Geschwindigkeiten fort. War die Masse m_1 vor dem Stosse in Ruhe und wird sie von der gleichen Masse m_2 gestossen, so ist $v_1 = 0$, mithin nach dem Stosse $c_1 = v_2$, $c_2 = 0$, d. h. die stossende Masse bleibt nach dem Stosse in Ruhe und die gestossene setzt die Bewegung mit der Geschwindigkeit der ersteren fort. In gleicher Weise pflanzt sich der Stoss durch eine beliebige Anzahl ruhender elastischer Kugeln von gleicher Masse (Fig. 65) fort, die in gerader Linie aufgehängt sind. Wird eine der äusseren Kugeln von einer gleichen Kugel mit der Geschwindigkeit v getroffen, so giebt jede Kugel die erhaltene Geschwindigkeit an die folgende ab und das Resultat ist, dass nach dem Stosse alle Kugeln in Ruhe bleiben, mit Ausnahme der letzten, welche die Bewegung der stossenden mit gleicher Geschwindigkeit fortsetzt.

Fig. 65.



2) Ist die Masse des gestossenen Körpers m_1 so gross, dass m_2 gegen m_1 vernachlässigt werden darf, so wird

$$c_1 = v_1,\ c_2 = 2\,v_1 - v_2,$$

d. h. der gestossene Körper erleidet keine merkliche Aenderung der Geschwindigkeit, der stossende prallt mit der Geschwindigkeit $2\,v_1 - v_2$ zurück. Ist $v_1 = 0$ oder trifft der stossende Körper normal gegen eine feststehende elastische Wand, so wird $c_2 = -\,v_2$. Trifft der Körper die elastische Wand in schiefer Richtung, so kann man seine Bewegung in eine normale und eine zur Wand parallele Componente zerlegen. Letztere wird durch den Stoss nicht geändert, erstere aber in die entgegengesetzte verwandelt, woraus leicht ersichtlich ist, dass der Körper unter demselben Winkel von der Wand zurückprallt, unter dem er dieselbe getroffen hat.

§ 68. Erhaltung der lebendigen Kräfte beim Stoss elastischer Körper. Aus den obigen Ausdrücken

$$\begin{cases} c_1 = 2\,c - v_1 \\ c_2 = 2\,c - v_2 \end{cases} \text{folgt} \quad \begin{matrix} c_1^2 = 4\,c^2 - 4\,cv_1 + v_1^2, \\ c_2^2 = 4\,c^2 - 4\,cv_2 + v_2^2 \end{matrix}$$

mithin

$$m_1\,c_1^2 + m_2\,c_2^2 = 4\,c^2\,(m_1 + m_2) - 4\,c\,(m_1\,v_1 + m_2\,v_2) + m_1\,v_1^2 + m_2 v_2^2.$$

Aus dem oben gefundenen Werth für c folgt aber, dass die beiden ersten Glieder auf der rechten Seite dieser Gleichung sich gegenseitig aufheben, oder es ist

$$m_1\,c_1^2 + m_2\,c_2^2 = m_1\,v_1^2 + m_2\,v_2^2,$$

d. h. die Summe der lebendigen Kräfte (§ 43) beider Massen ist nach dem Stoss eben so gross, wie vorher, oder es hat beim Stoss kein Gewinn oder Verbrauch von Arbeit stattgefunden.

Dagegen ergiebt sich beim Stoss unelastischer Körper die Summe der lebendigen Kräfte nach dem Stoss

$$(m_1 + m_2)\,c_2 = \frac{(m_2 v_2 + m_1\,v_1)^2}{m_1 + m_2} = m_1\,v_1^2 + m_2\,v_2^2 - \frac{m_1\,m_2}{m_1 + m_2}(v_2 - v_1)^2.$$

Es hat also beim Stoss ein Verlust an lebendiger Kraft, oder ein Verbrauch von Arbeit stattgefunden. Trifft ein unelastischer Körper normal gegen eine unelastische Wand, so geht seine ganze lebendige Kraft verloren. Dieser Arbeitsverbrauch erklärt sich dadurch, dass die unelastischen Körper durch den Stoss eine bleibende Formänderung erlitten haben, bei welcher der Widerstand der Cohäsion ihrer Theile überwunden werden musste. In der Wärmelehre wird gezeigt werden, dass dabei gleichzeitig eine Umwandlung der sichtbaren Bewegung

in eine andere Bewegungsform der Moleküle, nämlich in Wärme, stattgefunden hat (§ 241).

Die Gesetze des excentrischen Stosses kugelförmiger Körper lassen sich aus denen des centralen Stosses ableiten, indem man sich die Geschwindigkeit jedes Körpers im Augenblick des Stosses in eine centrale und eine tangentiale Componente zerlegt denkt. Erstere bewirkt eine Aenderung der Bewegung in der Richtung der Verbindungslinie der Mittelpunkte, wie beim centralen Stoss. Gleichzeitig werden aber in Folge der beim Stoss stattfindenden Reibung durch die Tangentialcomponenten Rotationsbewegungen beider Körper erzeugt.

B. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung tropfbar flüssiger Körper (Hydromechanik).

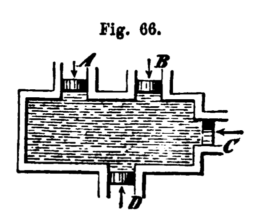
Gleichgewicht flüssiger Körper, insbesondere unter dem Einfluss der Schwerkraft.

§. 69. Verschiebbarkeit der Theile; horizontale Oberfläche Die wesentliche Grundeigenschaft der Flüssigkeiten ist die leichte Verschiebbarkeit ihrer Theile (§ 6). Jede noch so geringe Kraft reicht hin, ihre gegenseitige Lage zu ändern, so dass die Flüssigkeiten keine selbständige bleibende Gestalt besitzen, sondern ihre Form durch die der umgebenden festen Körper und die jedesmalige Richtung der auf sie wirkenden Kräfte bestimmt wird. Die Wirkung der Schwerkraft ist hinreichend, um die Theile einer Flüssigkeitsmasse auf einer horizontalen Unterlage auseinanderfliessen zu lassen. In einem Gefäss kann eine Flüssigkeit unter dem Einflusse der Schwerkraft nur im Gleichgewicht sein, wenn ihre freie Oberfläche horizontal, d. h. zur Richtung der Schwerkraft senkrecht ist, indem bei jeder anderen Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche ein Herabfliessen eines Theils der Flüssigkeit von der höheren nach der tieferen Stelle erfolgen müsste.

Im Allgemeinen ist eine von einer freien Oberfläche begrenzte Flüssigkeit unter der Einwirkung beliebig gerichteter Kräfte im Gleichgewicht, wenn die Richtung der Resultirenden dieser Kräfte in jedem Punkte zur Flüssigkeitsoberfläche (oder zu der an dieselbe gelegten Tangentialebene) normal ist. — Abweichungen vom vollkommenen Flüssigkeitszustande. Verschiedener Grad der Zähigkeit oder Viscosität der Flüssigkeiten (Aether, Weingeist, Wasser, Oel, Syrup, Theer).

§ 70. Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten. Da die Flüssigkeitstheilchen einem auf sie ausgeübten Druck vermöge ihrer leichten Verschiebbarkeit nach allen Seiten auszuweichen streben, so pflanzt sich der auf einen Theil der Flüssigkeitsoberfläche ausgeübte Druck im Innern der Flüssigkeit nach allen Richtungen mit gleicher Stärke fort. In der Wand eines vollständig mit Flüssigkeit gefüllten Gefässes (Fig. 66) sei eine Oeffnung von 1 □ Cm. angebracht und mit einem beweglichen Stempel A verschlossen. Die Flüssigkeit selbst soll vorläufig als gewichtslos betrachtet werden, auf den Stempel A aber werde ein Druck von p Kilogramm ausgeübt. Dieser Druck pflanzt sich durch die Flüssigkeit auf alle Theile der Wand des Gefässes mit gleicher Stärke fort, so dass ein bei B, C oder D angebrachter Stempel von einem Quadratcentimeter Oberfläche ebenfalls mit einem Druck von p Kgr. belastet

Fig. 66.

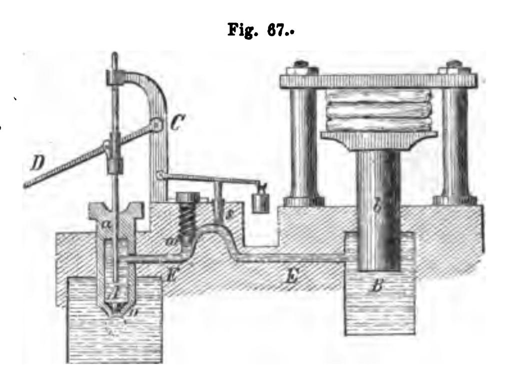


werden müsste, um das Hervordringen der Flüssigkeit zu verhindern. Jedes Quadratcentimeter der Gefässwand wird also mit einer Kraft von p Kgr. oder ein Flächenstück von $n \square^{cm}$ Oberfläche mit einer Kraft von $n . p$ Kgr. gedrückt, oder der auf einen beliebigen Theil der Gefässwand in der zur Oberfläche senkrechten Richtung ausgeübte Druck ist der Grösse des gedrückten Flächenstücks proportional. Wenn also im Folgenden von dem Druck, unter welchem eine Flüssigkeit steht, ohne besondere Angabe der Grösse des gedrückten Flächenstückes, die Rede ist, so ist immer der Druck auf die Flächeneinheit ($1 \square^{cm}$) zu verstehen.

Denkt man sich durch das Innere der in dem Gefäss enthaltenen Flüssigkeit eine beliebige Ebene gelegt, so ist klar, dass die diesseits und jenseits dieser Ebene befindlichen Flüssigkeitstheile auf einander gegenseitig einen gleichen Druck ausüben, wie auf ein gleich grosses Stück der Gefässwand.

Eine praktische Anwendung der Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten bildet die von Pascal erfundene hydraulische Presse (Fig. 67). Zwei ungleich weite Cylinder A und B sind durch ein Rohr E mit einander verbunden, mit Wasser gefüllt und durch die Stempel a und b verschlossen. Wird auf den Stempel a im engeren Cylinder mittelst des einarmigen Hebels CD (§ 49), dessen Stützpunkt C ist, ein Druck ausgeübt, so pflanzt sich derselbe durch das Rohr E auf die im weiteren Cylinder B enthaltene Flüssigkeit fort, und die untere Fläche des Kolbens b erfährt einen Druck, welcher zu dem auf a ausgeübten Druck in demselben Verhältniss steht, wie die Querschnitte beider Stempel oder wie die Quadrate ihrer Durchmesser: durch ein bei v angebrachtes Ventil (vergl. § 96), welches sich nach innen öffnet, kann beim Heben des Stempels a Wasser aus dem äusseren Gefäss in den Cylinder A eintreten, welches dann beim Herabdrücken des Stempels a in den zweiten Cylinder gepresst und beim abermaligen Heben des Stempels durch ein zweites Ventil w am Rücktritt gehindert wird. Um einem Zersprengen des Apparats durch zu starken Druck vorzubeugen, ist ferner ein Sicherheitsventil s angebracht, welches sich öffnet und dem Wasser den Ausweg gestattet, sobald der Druck die mit der Sicherheit des Apparats verträgliche Grenze überschreitet. — Anwendung der hydraulischen Presse in Oelfabriken, bei der Appretur des Tuches, zur Prüfung der Dampfkessel, Wasserleitungsröhren u. s. w.

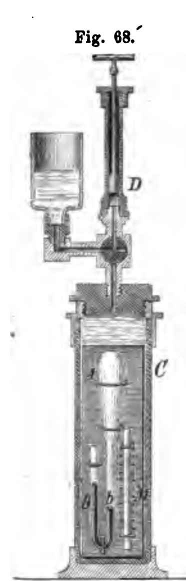
Fig. 67.



§ 71. Compressibilität der Flüssigkeiten. Wird eine Flüssigkeit in einem geschlossenen Gefäss einem Druck ausgesetzt, so erleidet sie dabei eine Volumenverminderung und kehrt nach dem Aufhören des Druckes genau zu ihrem ursprünglichen Volumen zurück. Die Flüssigkeiten besitzen also in vollkommenem Grade diejenige Art der Elasticität, welche man, zum Unterschiede von der Formelasticität fester Körper, die Volumenelasticität nennt. Die Zusammendrückbarkeit flüssiger Körper ist so gering, dass dieselben lange Zeit hindurch für incompressibel gehalten wurden. Es gelingt jedoch leicht, dieselbe nachzuweisen und zu messen mittelst des von Oersted angegebenen Piëzometers (Fig. 68). Die zu comprimirende Flüssigkeit befindet sich in einem cylindrischen Glasgefäss A, an welches ein enges, gebogenes Glasrohr B angeschmolzen ist. Der untere Theil des letzteren ist bis b mit Quecksilber gefüllt, durch welches die in A enthaltene Flüssigkeit abgesperrt wird. Das Gefäss ist auf einem rechteckigen Streifen von Metallblech befestigt und von einem weiteren, mit Wasser gefüllten Glascylinder C umgeben, der oben und unten mit Messingfassungen versehen und stark genug ist,

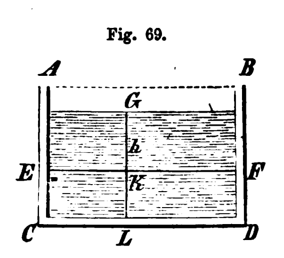
um einem beträchtlichen Druck Widerstand zu leisten. Mittelst der auf dem Cylinder angebrachten kleinen Druckpumpe D kann auf das in demselben befindliche Wasser ein Druck ausgeübt werden, welcher sich durch das in dem Rohre B enthaltene Quecksilber auf die Flüssigkeit im Innern des Gefässes A fortpflanzt. Da demnach die Wände dieses Gefässes einem von innen und aussen genau gleichen Druck ausgesetzt sind, so wird nicht nur ein Zersprengen, sondern auch eine Erweiterung desselben durch den von innen ausgeübten Druck vermieden. Das Ansteigen des Quecksilbers, welches man bei b beobachtet, gestattet also, den Grad der Compression der Flüssigkeit zu messen. Zu diesem Zweck ist das Blech, auf welchem die Röhre B befestigt ist, mit einer Skala versehen und das Verhältniss des Volumens der Röhre zu dem des Gefässes A durch einen besonderen Versuch bestimmt worden. Um die Grösse des ausgeübten Druckes zu messen, dient das Manometer M, welches aus einem cylindrischen, oben geschlossenen, unten offenen und mit Luft gefüllten Glasrohr besteht (§ 93). Die Luft wird durch den Druck comprimirt, und ihr Volumen ist nach dem Gesetz von Mariotte (s. unten § 92) dem Druck umgekehrt proportional. Ist also die Luft auf $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ ... ihres ursprünglichen Rauminhalts comprimirt, so beträgt der ausgeübte Druck 2, 3, 4 ... Atmosphären oder 2, 3, 4 ... Kilogramme auf 1 □cm (s. § 90). Nach den Versuchen von Regnault und Grassi wird durch den Druck einer Atmosphäre Wasser um 50, Weingeist um etwa 80, Aether um 111, Quecksilber nur um 3 Milliontel seines Volumens zusammengedrückt.

Fig. 68.



§ 72. **Gleichgewicht der Flüssigkeiten unter Einfluss der Schwere, Bodendruck und Seitendruck.** Eine tropfbare Flüssigkeit kann, wie oben (§ 69) gezeigt, unter Einfluss der Schwerkraft in einem offenen Gefäss nur im Gleichgewicht sein, wenn ihre freie Oberfläche eine horizontale Ebene bildet. Ist die Flüssigkeit in einem cylindrischen oder prismatischen Gefäss $ABCD$ (Fig. 69) mit horizontalem Boden und senkrechten Wänden enthalten, so wird der Boden CD von dem ganzen Gewicht der in dem Gefäss enthaltenen Flüssigkeitsmasse gedrückt. Bezeichnet q die Grösse der gedrückten Grundfläche, h die Druckhöhe, d. h. die vertikale Höhe der Oberfläche oder des Niveau's der Flüssigkeit über dem gedrückten Flächenstück, so ist $q.h$ das Volumen der Flüssigkeitsmasse. Bezeichnet ferner s das specifische Gewicht der Flüssigkeit (§ 13), d. h. das Gewicht eines Cubikcentimeters der Flüssigkeit, so giebt $P = q.h.s$ das Gewicht der ganzen Flüssigkeitsmasse oder den Bodendruck an, welchen die ganze Grundfläche q erleidet. Denkt man sich ferner die Flüssigkeitsmasse durch Horizontalebenen in beliebig viele parallele Schichten zerlegt, so wird jede Schicht durch das Gewicht der darüber befindlichen Schichten gedrückt. Der Druck, welchen eine Schicht EF erleidet, nimmt also mit der Tiefe unter dem Flüssigkeitsspiegel zu und ist der Druckhöhe GK proportional. Da sich ferner der Flüssigkeitsdruck nach allen Richtungen mit gleicher Stärke fortpflanzt (§ 70), so wird auch ein bei E befindliches Flächenelement der Seitenwand des Gefässes einen der Druckhöhe GK proportionalen Druck erleiden,

Fig. 69.



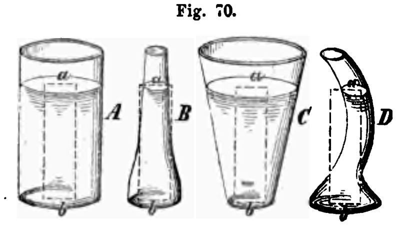
welcher eben so gross ist, wie der Druck auf ein gleich grosses Element der horizontalen Flüssigkeitsschicht *EF*.

Um den Druck auf die ganze Seitenwand des Gefässes oder auf ein Stück derselben von endlicher Ausdehnung zu erhalten, muss man sich dieselbe, da der Druck mit der Tiefe unter dem Niveau stetig zunimmt, in unendlich schmale horizontale Streifen zerlegt denken und den Druck, welchen alle einzelnen Streifen erleiden, summiren. Durch eine Betrachtung, welche der in der Anmerkung zu § 32 angestellten völlig analog ist, findet man, dass der Druck auf die ganze vertikale Seitenwand durch den Ausdruck $\frac{1}{2} q h s$ dargestellt wird, wenn q die gedrückte Oberfläche, h die ganze Höhe der vertikalen Wand bezeichnet.

In grossen Meerestiefen erreicht der hydraulische Druck eine ausserordentliche Grösse. Eine 10 m hohe Wassersäule übt nämlich (abgesehen von dem etwas grösseren specifischen Gewicht des Meerwassers) einen Druck von 1 Kgr., eine 1000 m hohe Wassersäule einen Druck von 101 Kgr. auf jedes Quadratcentimeter des Meeresboden aus. Die grössten gemessenen Meerestiefen erreichen aber mehr als das Achtfache dieses Werthes.

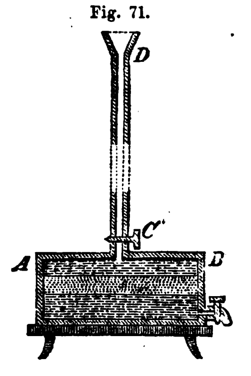
§ 73. **Bodendruck und Seitendruck in beliebig gestalteten Gefässen; Auftrieb.** Aus der allseitigen gleichförmigen Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten folgt, dass alle Theile derselben Horizontalschicht der in einem beliebig gestalteten Gefäss enthaltenen Flüssigkeit gleichen Druck erleiden müssen. Es folgt daraus ferner, dass der Druck, welchen der horizontale Boden eines Gefässes erfährt, davon unabhängig ist, ob das Gefäss cylindrisch ist oder nach oben sich verengt oder erweitert. In den Gefässen *A*, *B*, *C* (Fig. 70) wird bei gleicher Druckhöhe das gleiche Bodenstück *b* jedesmal von dem Gewicht derselben Flüssigkeitssäule *ab* gedrückt. Der Druck pflanzt sich also auch auf alle übrigen Theile des Bodens mit gleicher Stärke fort, und selbst der Boden eines wie *D* gekrümmten Gefässes würde in Folge der Fortpflanzung des Drucks von Schicht zu Schicht mit gleicher Kraft gedrückt werden. In jedem Fall ist der Druck auf einen beliebigen Theil des Bodens oder auf ein Flächenelement der Gefässwand gleich dem Gewicht einer cylindrischen Flüssigkeitssäule, welche das gedrückte Flächenstück zur Grundfläche und die Druckhöhe zur Höhe hat. (Haldat'scher Apparat.)

Fig. 70.



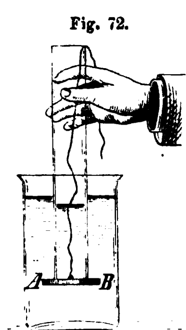
Bringt man eine Flüssigkeit in ein weites cylindrisches Gefäss *AB* (Fig. 71), auf dessen dicht schliessendem Deckel eine enge, lange Röhre *CD* befestigt ist, die ebenfalls mit Flüssigkeit gefüllt wird, so kann man mit einer kleinen, in der engen Röhre enthaltenen Flüssigkeitsmenge einen beträchtlichen Druck erzeugen. Darauf beruht die Wirkung der Real'schen Extraktpresse, bei welcher die zu extrahirende Substanz in fein gepulvertem und mit der Extraktionsflüssigkeit durchfeuchtetem Zustande zwischen zwei siebartig durchlöcherte Platten gebracht und dann dem Druck der in dem langen engen Rohr enthaltenen Flüssigkeitssäule ausgesetzt wird. Indem die Flüssigkeit so unter starkem Druck durch die gepulverte Substanz hindurchfiltrirt, wird eine möglichst vollständige Extraktion der löslichen Bestandtheile bewirkt.

Fig. 71.



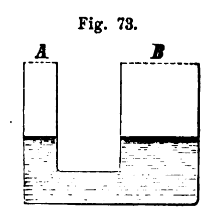
Dass sich der Druck einer Flüssigkeit nicht nur von oben nach unten und in seitlicher Richtung, sondern auch von unten nach oben, als sogenannter Auftrieb, mit gleicher Stärke fortpflanzt, lässt sich leicht durch folgenden Versuch veranschaulichen. Gegen den eben abgeschliffenen Rand eines weiten Glascylinders (Fig. 72) wird die ebene Glasplatte AB mittelst eines durch den Cylinder gehenden Fadens angedrückt und dann das durch die Platte verschlossene Ende des Cylinders unter das Wasser getaucht. Lässt man nun den Faden los, so fällt die Glasplatte nicht herab, sondern wird durch den von unten nach oben gerichteten Wasserdruck festgehalten. Giesst man jetzt von oben vorsichtig Wasser in den Cylinder, so bleibt die Platte so lange haften, bis das Niveau des Wassers im Innern des Cylinders nahe eben so hoch steht wie aussen, oder genauer, bis der Unterschied des Druckes, welchen die Glasplatte AB von unten und von oben erleidet, dem Gewicht der Platte gleichkommt. Ist die Druckhöhe innen und aussen gleich, so erleidet die Platte von beiden Seiten gleichen Druck und sinkt durch ihr Gewicht zu Boden.

Fig. 72.



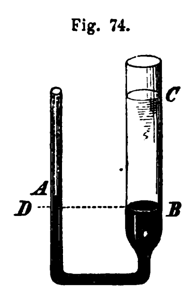
§ 74. **Communicirende Röhren.** Sind zwei Gefässe A und B (Fig. 73) unten durch eine Querröhre verbunden und mit derselben Flüssigkeit gefüllt, so kann diese nur im Gleichgewicht sein, wenn das Niveau in beiden Gefässen gleich hoch steht, mögen übrigens beide Gefässe gleiche oder ungleiche Weite haben, da offenbar nur unter dieser Bedingung die in der Verbindungsröhre enthaltenen Flüssigkeitstheilchen von beiden Seiten her gleichem Druck ausgesetzt sind. Bei ungleichem Niveau würden dieselben nach derjenigen Seite strömen, von welcher sie den geringeren Druck erleiden (Canalwage der Feldmesser).

Fig. 73.



Enthalten zwei communicirende Röhren Flüssigkeiten von verschiedenem specifischem Gewicht, so müssen die Höhen der im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeitssäulen ihren specifischen Gewichten umgekehrt proportional sein. Ist z. B. der Raum von A bis B (Fig. 74) mit Quecksilber, der Raum BC mit einer leichteren Flüssigkeit erfüllt, deren specifisches Gewicht $n$mal geringer ist, so werden die unter der Horizontalebene DB befindlichen Quecksilbertheile einander im Gleichgewicht halten. Die Flüssigkeitssäule BC würde durch eine gleich hohe Säule derselben Flüssigkeit im anderen Schenkel im Gleichgewicht erhalten werden. Der Druck dieser Säule kann aber durch den einer Quecksilbersäule AD von $n$mal geringerer Höhe ersetzt werden. So hält eine Quecksilbersäule von 1 ^{cm} Höhe eine 13,6 ^{cm} hohe Wassersäule im Gleichgewicht. Man kann sich daher der communicirenden Röhren zur Bestimmung des specifischen Gewichts der Flüssigkeiten bedienen (vergl. § 200).

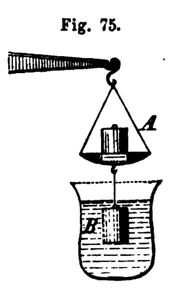
Fig. 74.



§ 75. **Gleichgewicht untergetauchter Körper. Archimedisches Princip.** 1. Ein vollständig von Flüssigkeit umgebener Körper verliert durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit so viel von seinem Gewicht, als das Gewicht der von ihm ver-

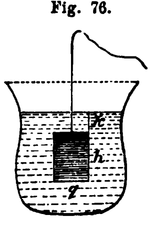
drängten **Flüssigkeitsmenge** beträgt. Zur experimentellen Bestätigung dieses von **Archimedes** entdeckten Satzes dient die **hydrostatische Wage**, d. h. eine Wage, deren eine Schale A (Fig. 75) hinreichend hoch aufgehängt ist, um ein Gefäss mit Wasser oder einer anderen Flüssigkeit darunter stellen zu können, und unten mit einem Häckchen versehen ist, an welchem man mittelst eines feinen Fadens oder Drahtes den unter der Flüssigkeit zu wägenden Körper aufhängen kann. Unter der Schale A hängt man einen Würfel oder Cylinder aus Metall oder irgend einer anderen geeigneten Substanz auf, welche dichter ist, als die zum Versuche dienende Flüssigkeit, z. B. als Wasser. Auf dieselbe Schale A stellt man einen Hohlwürfel oder Hohlcylinder, welchen jener Körper genau ausfüllt, und bringt die Wage, während der Körper B in der Luft schwebt, durch Gewichte, welche auf die andere Wagschale gelegt werden, ins Gleichgewicht. Diese Wagschale sinkt, wenn der Körper B in die Flüssigkeit getaucht wird, so dass er ganz von derselben umgeben ist, das Gleichgewicht wird aber wieder hergestellt, wenn das auf der Schale A stehende Gefäss bis zum Rand mit derselben Flüssigkeit gefüllt wird. Es wird also der Gewichtsverlust des in die Flüssigkeit getauchten Körpers durch das Gewicht eines gleichen Flüssigkeitsvolumens genau ersetzt.

Fig. 75.



Denkt man sich einen prismatischen Körper mit horizontalen Grundflächen (Fig. 76) unter eine Flüssigkeit getaucht, so werden die Druckkräfte, welche seine Seitenflächen von der umgebenden Flüssigkeit erleiden, einander gegenseitig aufheben, dagegen ist der Druck auf die obere und untere Grundfläche verschieden. Ist nämlich die Grundfläche q, die Höhe des Prisma's h, die Entfernung der oberen Grundfläche vom Flüssigkeitsspiegel k, so erleidet die obere Grundfläche einen von oben nach unten gerichteten Druck $q k s$ (§ 72), die untere Grundfläche hingegen einen Auftrieb $q.(k+h).s$. Die Differenz beider Kräfte $q.h.s$ stellt genau das Gewicht einer dem Prisma an Volumen gleichen Flüssigkeitsmasse dar. Um so viel erscheint also das Gewicht des Körpers durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit vermindert. — Wird ferner ein ganz beliebig gestalteter Körper unter eine Flüssigkeit getaucht, so kann man sich denselben zunächst durch eine gleich gestaltete Flüssigkeitsmasse ersetzt denken. Diese wird durch den Druck der umgebenden Flüssigkeitstheile gerade schwebend erhalten. Denkt man sich nun diese Flüssigkeitsmasse starr werdend oder durch eine andere Substanz ersetzt, so wird dadurch der Druck der umgebenden Flüssigkeitstheile nicht geändert. Es wird also jederzeit ein Theil des Gewichts des untergetauchten Körpers durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit getragen, welcher dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge gleich ist.

Fig. 76.



Das Gewicht des Gefässes, in welches der Körper eingetaucht wird, erscheint durch den in Folge des Steigens des Flüssigkeitsniveaus vermehrten vertikalen Druck genau um ebenso viel vermehrt, wie das Gewicht des eingetauchten Körpers vermindert wird.

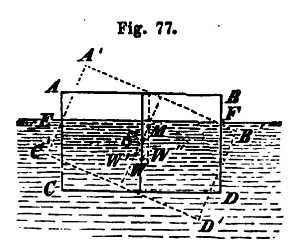
§ 76. 2. Aus den Betrachtungen des vorhergehenden Paragraphen folgt, dass ein Körper, dessen Dichtigkeit derjenigen der umgebenden Flüssigkeit genau gleich ist, in derselben **schweben**, ein Körper von

grösserer Dichtigkeit, wenn er nicht unterstützt ist, untersinken, ein Körper von geringerer Dichtigkeit dagegen durch den überwiegenden Auftrieb emporsteigen muss (Cartesianische Taucher). Körper, welche leichter als die Flüssigkeit sind, in welche sie getaucht werden, schwimmen daher an der Oberfläche der Flüssigkeit, und zwar taucht ein schwimmender Körper so tief ein, dass das Gewicht des von dem untergetauchten Theil des Körpers verdrängten Flüssigkeitsvolumens gleich dem ganzen Gewicht des Körpers ist.

Die Nothwendigkeit dieses Satzes lässt sich wie oben erweisen, indem man sich an die Stelle des schwimmenden Körpers die von ihm verdrängte Flüssigkeitsmasse gesetzt denkt, welche von dem Druck der umgebenden Flüssigkeit getragen wird. Um den Satz durch den Versuch zu bestätigen, kann man den Körper vorsichtig in ein vorher bis zum Rand mit Flüssigkeit gefülltes Gefäss tauchen. Der Rand muss so gestaltet sein, dass die überfliessende Flüssigkeit gesammelt werden kann, ohne dass ein Theil derselben an der äusseren Gefässwand haften bleibt. Das Gewicht der überfliessenden Flüssigkeitsmenge ist dann gleich dem Gewicht des Körpers.

Zum Gleichgewicht eines schwimmenden Körpers ist ausser der angegebenen Bedingung noch erforderlich, dass der Schwerpunkt des Körpers mit dem Schwerpunkt des verdrängten Flüssigkeitsvolumens auf einer Vertikallinie liege. Der letztere nämlich kann als der Angriffspunkt der Resultirenden der auf die Oberfläche des Körpers wirkenden Druckkräfte angesehen werden. — Das Gleichgewicht ist stets stabil, wenn der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers tiefer liegt als der der verdrängten Flüssigkeitsmasse. Im entgegengesetzten Fall aber ist das Gleichgewicht nicht nothwendig labil. Es sei z. B. S der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers $ABCD$. Derselbe liegt vertikal über dem Schwerpunkt W der verdrängten Wassermasse. Wird der Körper um einen kleinen Winkel gedreht, so dass er in die Lage $A'C'B'D'$ übergeht, so ist der Schwerpunkt des verdrängten Wasservolumens nicht mehr W', sondern W''. Da nun das Gewicht des Körpers in S vertikal abwärts, die Resultirende des Wasserdrucks in W'' vertikal aufwärts wirkend gedacht werden kann, so wird das von beiden Kräften gebildete Kräftepaar (§ 50) den Körper in seine ursprüngliche Gleichgewichtslage zurückzudrehen streben; sein Gleichgewicht ist also ein stabiles. Der Punkt M, in welchem die durch W'' gezogene Vertikale die Linie $W'S$ oder ihre Verlängerung durchschneidet, heisst das Metacentrum des schwimmenden Körpers. Das Gleichgewicht ist, wie leicht ersichtlich, stabil oder labil, je nachdem das Metacentrum M höher oder tiefer liegt als der Schwerpunkt S. Die Untersuchungen über die Stabilität des Gleichgewichts schwimmender Körper sind von grosser Wichtigkeit für den Schiffsbau u. s. w.

Fig. 77.



§ 77. **Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper.** Zur Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper können verschiedene Methoden angewendet werden, nämlich

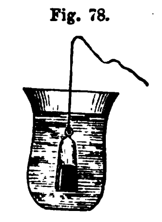
1. Die direkte Abwägung gleicher Volumina verschiedener Flüssigkeiten in demselben Gefäss (§ 13).

2. Die Bestimmung mit Hilfe des Satzes über die communicirenden Röhren (§§ 74, 200).

3. Nach dem Archimedischen Princip mittelst des Gewichtsverlustes, welchen derselbe Körper, in verschiedene Flüssigkeiten getaucht, erleidet. Wägt man einen Körper, z. B. einen Hohlkörper aus Glas (Fig. 78), der

durch hineingebrachte Schrotkörner hinreichend beschwert und dann zugeschmolzen worden ist, an einem feinen Draht aufgehängt, zuerst in Luft, dann unter Wasser, so giebt der Gewichtsverlust das Gewicht eines gleichen Wasservolumens an. Bestimmt man dann den Gewichtsverlust desselben Körpers in verschiedenen anderen Flüssigkeiten, so stehen diese Gewichtsverluste im direkten Verhältniss der specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten. Man hat dieselben also nur durch den Gewichtsverlust im Wasser zu dividiren, um die specifischen Gewichte zu erhalten. Um die Division zu erleichtern, kann das Volumen des Körpers z. B. gerade so gross gewählt werden, dass sein Gewichtsverlust in Wasser (bei 4° C.) genau 100 grᴵ beträgt.

Fig. 78.



Der in den verschiedenen Flüssigkeiten abzuwägende Körper muss natürlich schwer genug sein, um in den dichtesten der zu untersuchenden Flüssigkeiten noch unterzusinken. — Bei jeder genauen Bestimmung des specifischen Gewichts ist auf die Temperatur Rücksicht zu nehmen, da die Wärme auf die Dichtigkeit aller Körper einen mehr oder minder beträchtlichen Einfluss ausübt. — Eine besonders zur schnellen und bequemen Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper geeignete Einrichtung der hydrostatischen Wage ist von Mohr angegeben worden.

§ 78. **Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper.** Das specifische Gewicht eines festen Körpers wird mit Hilfe der hydrostatischen Wage (§ 75) bestimmt. Man wägt den Körper zuerst in Luft ab und lässt ihn dann in Wasser tauchen, so geben die Gewichte, welche man auf die kürzere Schale legen muss, um das Gleichgewicht wiederherzustellen, das Gewicht eines gleichen Wasservolumens an. Man hat also nur mit diesem in das absolute Gewicht des Körpers zu dividiren, um sein specifisches Gewicht zu finden.

Wiegt z. B. eine Silbermünze in Luft 18,5 gr und beträgt der Gewichtsverlust im Wasser 1,8 gr, so ist das specifische Gewicht $\frac{18,5}{1,8} = 10,28$.

Um das specifische Gewicht eines Körpers zu bestimmen, welcher leichter ist als Wasser, verbindet man denselben mit einem schwereren Körper, z. B. einem Stück Blei, dessen absolutes Gewicht und Gewichtsverlust im Wasser vorher durch einen besonderen Versuch bestimmt ist. — Das specifische Gewicht von Körpern, welche im Wasser auflöslich sind, bestimmt man durch Abwägung unter einer anderen Flüssigkeit, z. B. Oel, deren specifisches Gewicht in Beziehung auf Wasser bereits bekannt ist.

Poröse Körper, wie Holz, zeigen ein kleineres specifisches Gewicht, wenn ihre Poren mit Luft gefüllt sind, als nachdem die Luft durch Auskochen in Wasser aus denselben entfernt worden ist. Aus demselben Grunde erscheint das specifische Gewicht mancher Mineralien u. s. w. in fein gepulvertem Zustande grösser als in festen Stücken.

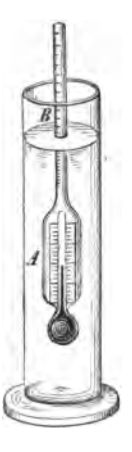
Siehe die Tabelle der specifischen Gewichte in § 14.

§ 79. **Aräometer.** Der Gebrauch der Aräometer (*ἀραιός*, leicht) oder **Senkwagen** beruht auf dem zweiten Theil des Archimedischen Princips (§ 76), der sich auf schwimmende Körper bezieht. Man unterscheidet **Skalenaräometer** und **Gewichtsaräometer.**

1. Die **Skalenaräometer** dienen zur Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper oder ihres Procentgehalts an gelösten Stoffen. Dieselben bestehen aus einem in der Regel cylindrischen Hohlkörper von Glas *A* (Fig. 79), an welchem oben eine engere Glasröhre *B*, die **Spindel** des Aräometers, angeschmolzen ist. In der letzteren ist eine gewöhnlich

auf Papier getheilte Skala eingeschlossen, welche je nach dem praktischen Zweck des Aräometers eine verschiedene Eintheilung zeigt. Das untere Ende des Aräometers ist hinreichend beschwert, damit das Instrument in vertikaler Lage in stabilem Gleichgewicht schwimme. Man bewirkt dies zweckmässig durch die mit Quecksilber gefüllte Kugel eines kleinen Thermometers, dessen Röhre und Skala im Innern des Aräometerkörpers angebracht ist, um gleichzeitig mit dem specifischen Gewicht die Temperatur der Flüssigkeit abzulesen.

Fig. 79.



Das Aräometer taucht in einer Flüssigkeit um so tiefer ein, je kleiner ihr specifisches Gewicht ist. Ist die cylindrische Spindel des Aräometers in gleiche Theile getheilt (Volumeter von Gay-Lussac) und beträgt das Volumen des Aräometerkörpers bis zu dem mit 0 bezeichneten Anfangspunkt der Skala v solcher Theile, so ist aus der Tiefe des Eintauchens in zwei verschiedenen Flüssigkeiten das Verhältniss ihrer specifischen Gewichte leicht zu ermitteln. Taucht nämlich das Aräometer in der ersten Flüssigkeit bis zum Skalentheil x, in der zweiten bis zum Skalentheil y ein, so wiegen $v + x$ Raumtheile der ersteren ebenso viel wie $v + y$ Raumtheile der letzteren. Die specifischen Gewichte stehen also im Verhältniss von $v + y : v + x$.

Sollen die specifischen Gewichte unmittelbar an der Spindel abgelesen werden, so müssen die gleichen Unterschieden des specifischen Gewichts entsprechenden Skalentheile von unten nach oben an Grösse zunehmen. (Es ist leicht anzugeben, nach welchem Gesetz?)

Die Skalenaräometer werden vorzugsweise zu technischen Zwecken, zur Bestimmung des Procentgehalts von Flüssigkeiten an gelösten Stoffen gebraucht, z. B. als Alkoholometer oder Spirituswagen, als Alkalimeter zur Bestimmung des Procentgehalts alkalischer Laugen, als Milchprober u. s. w. Die Graduirung der Skala giebt dann unmittelbar den Procentgehalt der Flüssigkeit an Weingeist (bei dem in Preussen gebräuchlichen Alkoholometer von Tralles in Volumenprocenten), an Alkali u. s. w. an. Die Angaben des Aräometers müssen jedoch, da das specifische Gewicht sich mit der Temperatur ändert (§ 200), auf eine bestimmte Normaltemperatur, z. B. $12\frac{1}{2}°$ R., reducirt werden. Bei Alkoholometern liegt der Nullpunkt, bis zu welchem das Instrument in reinem Wasser eintaucht, am unteren Ende der Spindel, bei Aräometern für Flüssigkeiten, welche dichter sind als Wasser, wie Laugen am oberen Ende.

Fig. 80.



§ 80. 2. Das Gewichtsaräometer hat an Stelle der Spindel einen dünnen Hals, dessen oberes Ende ein flaches Schälchen A (Fig. 80) trägt, welches zur Aufnahme von Gewichten dient. Dasselbe wird jedesmal so weit belastet, dass es bis zu einer am Halse angebrachten Marke einsinkt. Das verdrängte Flüssigkeitsvolumen ist dann stets gleich gross, und das Gewicht desselben ist gleich dem des Aräometers, einschliesslich der Belastung. Es sei das ein für allemal durch Wägung ermittelte Gewicht des Aräometers p, die zum Einsinken des Aräometers bis zur Marke in zwei verschiedenen Flüssigkeiten erforderlichen Belastungen seien x und y, so stehen

die Gewichte gleicher Volumina, oder die Dichtigkeiten beider Flüssigkeiten im Verhältniss von $p + x : p + y$.

Das Gewichtsaräometer von Nicholson (Fig. 81), welches zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper dient, besitzt ausser dem oberen Schälchen A noch ein zweites bei B zum Abwägen der Körper unter Wasser. Es wird zunächst die Belastung p ermittelt, durch welche das Aräometer in destillirtem Wasser bis zur Marke einsinkt. Darauf legt man den Körper, dessen specifisches Gewicht bestimmt werden soll (und dessen absolutes Gewicht nicht grösser als p sein darf), auf das obere Schälchen A und legt so viele Gewichte hinzu, dass das Aräometer wieder bis zur Marke einsinkt. Sind dazu q Gewichtseinheiten erforderlich, so ist das Gewicht des Körpers $p - q$. Legt man jetzt denselben Körper auf die Schale B oder befestigt man ihn an B, so muss wegen des Gewichtsverlustes im Wasser zu den q Gewichtseinheiten bei A noch eine neue Gewichtsmenge r hinzugefügt werden, welche das Gewicht des gleichen Wasservolumens angiebt. Das specifische Gewicht des Körpers ist dann $\frac{p-q}{r}$.

Fig. 81.



Die Gewichtsaräometer sind um so empfindlicher, je dünner der Hals, an welchem die Marke angebracht ist. Uebrigens übt die Capillarität (s. das folgende Kapitel) einen merklichen Einfluss auf die Angaben der Aräometer aus.

Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern. Capillaritätserscheinungen.

§ 81. **Cohäsion und Adhäsion der Flüssigkeiten. Benetzung, Tropfenbildung.** Die im vorigen Kapitel besprochenen Gesetze des Gleichgewichts der Flüssigkeiten unter Einfluss der Schwerkraft erleiden wesentliche Modifikationen durch die Wirkungen der Cohäsion der Flüssigkeitstheile unter sich und ihrer Adhäsion zu den Gefässwänden.

Taucht man einen reinen Glasstab in Wasser, so bleibt beim Herausziehen desselben eine dünne Wasserschicht durch Adhäsion an der Oberfläche des Glases haften, oder das Glas wird vom Wasser benetzt. Dagegen wird Glas von Quecksilber oder eine fettige Glasfläche von Wasser nicht benetzt. Im ersten Fall ist die Adhäsion der Flüssigkeitstheilchen zum festen Körper grösser als die Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen unter sich, im letzteren Fall findet das Umgekehrte statt.

Zwei eben geschliffene Metallplatten, Musschenbroek's Adhäsionsplatten, haften im trockenen Zustand mit schwacher Adhäsion an einander. Die Adhäsion wird durch eine zwischen beide gebrachte dünne Oelschicht bedeutend verstärkt. Nach dem Auseinanderreissen erscheinen beide Platten von Oel benetzt, — es ist also bei der Trennung der Platten die Cohäsion des Oeles überwunden worden, nicht aber die Adhäsion des Oeles zum Metall.

Weingeist zeigt grössere Adhäsion zum Glase als Wasser. Die auf einer benetzten Glasfläche haftende Wasserschicht wird durch einen darauf gebrachten Weingeisttropfen verdrängt. — Auch bei der Berührung zweier Flüssigkeiten zeigt sich der Einfluss des verschiedenen Verhältnisses der Cohäsion und Adhäsion. Olivenöl, in geringer Menge auf Wasser gebracht, bildet rundliche Tropfen. — Ter-

pentinöl dagegen breitet sich zu einer sehr dünnen Schicht auf der Wasseroberfläche aus. Von einer ähnlichen Erscheinung der Ausbreitung rühren die eigenthümlichen Bewegungen her, welche auf Wasser geworfene kleine Kampherstückchen zeigen. Giesst man vorsichtig auf Wasser eine Schicht Alkohol, so kann man leicht zwischen beiden Flüssigkeiten vermittelst einer Pipette (§ 101) einen grösseren Tropfen von Olivenöl, das leichter als Wasser und schwerer als Alkohol ist (§ 14), zum Schweben bringen.

Die Cohäsion der Flüssigkeiten zeigt sich in der Tropfenbildung, von welcher dieselben den Namen der tropfbaren Flüssigkeiten erhalten haben. Eine frei fallende oder der Wirkung der Schwere entzogene Flüssigkeitsmasse rundet sich durch die Cohäsion ihrer Theile zu einem kugelförmigen Tropfen ab. Sehr kleine Quecksilbertröpfchen, auf einer horizontalen Glasplatte ruhend, sind nahe kugelförmig; grössere Tropfen erscheinen durch die Wirkung der Schwere abgeplattet.

Um die Gesetze der Tropfenbildung näher zu untersuchen, brachte Plateau eine Oelmasse in ein Gemenge von Wasser und Alkohol von gleichem specifischem Gewicht, in welchem dieselbe frei schwebend durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit getragen wurde. In Berührung mit festen Körpern (hineingesteckten Drähten von verschiedener Gestalt) kann die Oberfläche der Oelmasse mannigfaltige, aber durch bestimmte Gesetze geregelte Formen annehmen. — Die thierische Milch und künstliche Emulsionen sind wässerige Flüssigkeiten, in welchen ausserordentlich kleine und zahlreiche Fetttröpfchen in fein vertheiltem Zustande schweben. — Zähe Flüssigkeiten, wie Seifenwasser, lassen sich zu dünnen Häutchen aufblasen. Die Formen, welche solche flüssige Membranen für sich oder in Berührung mit festen Körpern anzunehmen fähig sind, stimmen mit denen der Oberfläche von Flüssigkeitstropfen überein. Die Oberfläche ist bei gegebenem Rauminhalt oder gegebener Begrenzungslinie ein Minimum. — Die bunten Farben der Seifenblasen, welche durch die geringe Dicke des Häutchens bedingt werden, finden ihre Erklärung in der Theorie des Lichts (§ 180).

§ 82. **Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche. Elevation und Depression der Flüssigkeiten in Capillarröhren.** Die horizontale, ebene Oberfläche einer Flüssigkeit erleidet an ihren Rändern eine Veränderung durch den Einfluss der Wände des Gefässes. Die Oberfläche einer benetzenden Flüssigkeit (§ 81), z. B. des Wassers in einem reinen Glasgefäss (Fig. 82 *a*), erscheint am Rande concav, indem sich dieselbe durch die überwiegende Adhäsion an der Gefässwand aufwärts krümmt. Der Rand einer nicht benetzenden Flüssigkeit hingegen, z. B. des Quecksilbers in einem Glasgefäss, erscheint durch die überwiegende Cohäsion der Flüssigkeit convex, abwärts gekrümmt (Fig. 82 *b*). In sehr engen Röhren, Capillarröhren, erscheint die ganze Oberfläche der Flüssigkeit gekrümmt und bildet einen concaven oder convexen Meniskus, dessen Krümmung um so stärker ist, je kleiner der Durchmesser der Röhre ist.

Fig. 82.

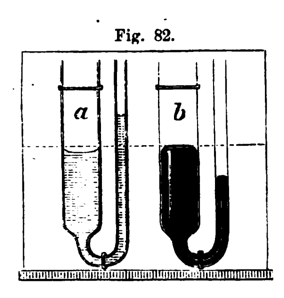
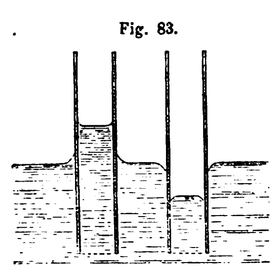


Fig. 83.



Taucht man eine an beiden Enden offene Capillarröhre in ein weiteres, mit Flüssigkeit gefülltes Gefäss (Fig. 83), oder bringt man die Flüssigkeit in zwei communicirende Röhren, von welchen die eine weit, die andere sehr eng ist (Fig. 82), so steht das Niveau der Flüssigkeit in der engen Röhre im Fall eines concaven Meniskus höher, im Fall eines

convexen Meniskus niedriger, als in dem weiteren Gefäss, oder es findet im ersteren Fall durch den Einfluss der Capillarität eine **Elevation**, im letzteren Fall eine **Depression** der Flüssigkeit in der engen Röhre statt. Die Grösse der Elevation oder Depression ist von der Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Gefässwand abhängig, im Uebrigen bei cylindrischen Röhren **ihrem Durchmesser umgekehrt proportional.**

Auch zwischen zwei parallelen ebenen Platten findet eine Elevation oder Depression der Flüssigkeit statt, welche halb so gross ist, wie in einer cylindrischen Röhre, deren Durchmesser dem Abstand der Platten gleichkommt.

Die so eben angeführten Gesetze der Capillar-Elevation und -Depression sind zuerst von Laplace theoretisch begründet worden. Derselbe zeigte ferner, dass der (spitze) Randwinkel, unter welchem die Oberfläche einer nicht benetzenden Flüssigkeit an die Gefässwand stösst, einen für dieselbe Flüssigkeit und Substanz der Gefässwand constanten, also von der Form des Gefässes unabhängigen Werth besitzt. Indess wird namentlich das letztere Gesetz nicht unwesentlich durch den verändernden Einfluss modificirt, welchen die Oberfläche vieler Flüssigkeiten, z. B. des Quecksilbers, schon durch blosses Stehen an der Luft erleidet.

Der Grund der Elevation und Depression der Flüssigkeiten in Capillarröhren lässt sich im Wesentlichen mittelst folgender Betrachtung übersehen. Die Anziehung, welche ein Flüssigkeitstheilchen vermöge der Cohäsion von den umgebenden Theilchen erfährt, erstreckt sich nur auf sehr kleine Entfernungen. Ein im Innern der Flüssigkeit befindliches Theilchen *A* (Fig. 84) wird daher nur von den innerhalb einer unendlich kleinen Kugelfläche liegenden benachbarten Theilen nach allen Richtungen gleiche Anziehung erfahren. Das Theilchen *B* befindet sich in einem Abstand von der Flüssigkeitsoberfläche, welcher kleiner ist, als die Entfernung, bis zu welcher sich die Wirkung der Molekularkräfte erstreckt. Dasselbe wird in Folge dessen eine stärkere Anziehung in der Richtung nach dem Innern der Flüssigkeit erfahren, indem die Anziehungen der zwischen den Ebenen *cd* und *ef* enthaltenen Flüssigkeitstheilchen einander gegenseitig aufheben, mithin die Anziehung des unterhalb der Ebene *ef* gelegenen Kugelabschnitts übrig bleibt. Aus dieser überwiegenden Anziehung der in der Nähe der Oberfläche befindlichen Flüssigkeitstheilchen nach innen entspringt ein nach dem Innern der Flüssigkeit gerichteter Druck, welcher der **Molekulardruck** oder die **Oberflächenspannung** der Flüssigkeit genannt wird. Dieser Molekulardruck ist nun bei einer convexen Flüssigkeitsoberfläche grösser, bei einer concaven geringer, als bei einer ebenen Oberfläche. Betrachten wir nämlich die Anziehung, welche ein in gleicher Entfernung von der Flüssigkeitsoberfläche gelegenes Theilchen in jedem der drei Fälle erleidet, so hat dieselbe bei *B*, wo sie von den Theilchen des Kugelsegments *cd* herrührt, einen mittleren Werth. Bei *A* heben sich die Anziehungen der zwischen den Flächen *ef* und *gh* gelegenen Flüssigkeitstheilchen gegenseitig auf; es bleibt mithin nur die Anziehung des kleineren Meniskus *gh*, bei *C* dagegen die des grösseren Meniskus *mn* übrig. Der daraus entspringende grössere oder geringere Molekulardruck bewirkt daher eine Depression oder Elevation der Flüssigkeit, welche um so grösser ist, je stärker die Krümmung des Meniskus.

Fig. 84.

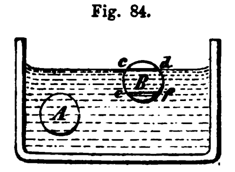
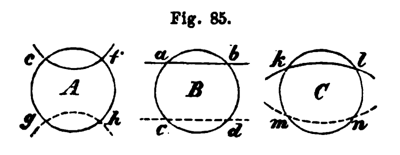


Fig. 85.



Auf ähnliche Weise erklärt sich die convexe oder concave Gestaltung der Flüssigkeitsoberfläche am Rande des Gefässes durch die verschiedene Anziehung, welche die in der Nähe der Gefässwand befindlichen Theilchen einerseits von den Theilchen der Gefässwand, andererseits von den benachbarten Flüssigkeitstheilchen erfahren.

Auf der Capillarität beruht das Eindringen und Aufsteigen der Flüssigkeiten in porösen Körpern, wie Löschpapier, Schwamm, Zucker u. dergl.

§ 83. Diffusion der Flüssigkeiten, Lösung, Osmose. Werden verschiedene Flüssigkeiten in einem Gefäss zusammengebracht, so lagern sie sich entweder nach der Ordnung ihrer specifischen Gewichte über einander, ohne sich zu mischen, wie Quecksilber, Wasser und Oel, oder sie lösen sich, wenn zwischen ihren Theilchen eine hinreichende Molekularanziehung stattfindet, gegenseitig auf und bilden eine Mischflüssigkeit, wie Wasser und Weingeist. Ebenso werden feste Körper in diesem Fall von einer Flüssigkeit aufgelöst und in den flüssigen Aggregatzustand übergeführt, wie z. B. Kochsalz oder Zucker in Wasser

Giesst man zwei mischbare Flüssigkeiten, z. B. eine Salzlösung und reines Wasser, vorsichtig so übereinander, dass anfänglich die leichtere Flüssigkeit über der schwereren gelagert ist, so findet in Folge der Molekularattraktion, auch bei völliger Ruhe des Gefässes, eine von Schicht zu Schicht allmählich fortschreitende Vermischung beider Flüssigkeiten statt, indem ihre Moleküle sich gegenseitig durchdringen, bis endlich die ganze Flüssigkeit gleiche Concentration und chemische Zusammensetzung zeigt. Die Erscheinung wird mit dem Namen der Diffusion der Flüssigkeiten bezeichnet.

Sind zwei mischbare Flüssigkeiten durch eine poröse Scheidewand von gebranntem Thon, Gyps oder dergl., oder durch eine thierische oder vegetabilische Membran (Blase, Zellmembran) getrennt, so findet auch durch diese Scheidewand ein Austausch der Bestandtheile beider Flüssigkeiten statt, welcher Osmose genannt wird. In der Regel gehen dabei ungleiche Mengen der Bestandtheile beider Flüssigkeiten durch die Scheidewand in entgegengesetzter Richtung hindurch, so dass, wenn das Niveau auf beiden Seiten ursprünglich gleich war, dasselbe auf einer Seite, der Schwerkraft entgegen, steigt, auf der anderen sinkt.

Werden z. B. Salzlösungen und Wasser durch thierische Blase getrennt, so sinkt das Niveau auf der Seite des Wassers und steigt auf der Seite der Salzlösung; doch findet nie ein blosser Uebergang des Wassers zur Salzlösung, sondern stets gleichzeitig ein Uebertritt des Salzes zum Wasser statt, bis schliesslich die Lösung auf beiden Seiten der Membran gleiche Concentration besitzt. Diese beiden gleichzeitigen, entgegengesetzten Strömungen durch die Membran wurden von Dutrochet als Endosmose und Exosmose unterschieden. Dieser Forscher erkannte zuerst die Wichtigkeit der Osmose für den Organismus der Thiere und Pflanzen. Obgleich die Zellwände der Pflanzen, sowie die Wandungen der Zellen und Blutgefässe des thierischen Organismus, selbst unter dem Mikroskop keine sichtbaren Oeffnungen zeigen, erfolgt doch durch dieselben hindurch der Austausch der Säfte und alle Aufnahme von Nahrungsbestandtheilen durch Osmose

Graham fand, dass sich die löslichen Substanzen hinsichtlich ihrer Diffusionsgeschwindigkeit in zwei Gruppen theilen lassen, welche er mit den Namen der Krystalloidsubstanzen und Colloidsubstanzen unterscheidet. Erstere, zu denen die Metallsalze, Zucker u. dgl. gehören, sind im festen Zustande krystallinisch. Die letzteren, wie Leim, Eiweiss, Caramel, lösliche Kieselsäure, sind unkrystallinisch und bilden im Wasser gelatinöse Lösungen. Die Diffusionsgeschwindigkeit ist im Allgemeinen für Krystalloide sehr viel grösser als für Colloide. Durch eine Membran aus einer Colloidsubstanz, z. B. Pergamentpapier, diffundiren Krystalloide mit Leichtigkeit, während die Diffusion der Colloide fast völlig gehindert wird. Die Diffusion kann daher bei chemischen Analysen zur Trennung dieser beiden Klassen von Substanzen benutzt werden.

Zu derselben Klasse von Molekularwirkungen gehört endlich die wichtige Eigenschaft poröser Körper, vorzüglich der Knochenkohle, der Ackererde u. s. w., beim Durchfiltriren von Flüssigkeiten, die in denselben gelösten Farbstoffe, Salze u. s. w. an sich zu ziehen und festzuhalten, so dass die Lösung im entfärbten oder verdünnten Zustande hindurchfiltrirt.

Bewegungserscheinungen der tropfbaren Flüssigkeiten.

§ 84. Ausflussgeschwindigkeit, Torricelli's Theorem. Wird in dem Boden oder der Wand eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefässes eine Oeffnung angebracht, so strömt die Flüssigkeit aus derselben hervor mit einer Geschwindigkeit, welche mit der Druckhöhe wächst, dagegen von der Dichtigkeit der Flüssigkeit und von der Richtung des ausfliessenden Strahles unabhängig ist. Nach einem von Torricelli 1641 aufgestellten Satz ist die Ausflussgeschwindigkeit gleich der Endgeschwindigkeit, welche ein Körper erlangen würde, wenn er vom Flüssigkeitsniveau bis zur Höhe der Ausflussöffnung frei herabfiele. Dieselbe wird also, wenn h die Druckhöhe bezeichnet, nach § 32 durch die Formel

$$v = \sqrt{2gh}$$

ausgedrückt und ist der Quadratwurzel aus der Druckhöhe proportional.

Die Unabhängigkeit der Ausflussgeschwindigkeit von der Richtung des ausfliessenden Strahles ist eine Folge der nach allen Richtungen gleichmässigen Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten. — Ein vertikal aufwärts springender Flüssigkeitsstrahl — Springbrunnen — sollte in Folge der erlangten Ausflussgeschwindigkeit bis zur Höhe des Wasserniveaus im Ausflussgefäss emporgetrieben werden. Dass die wirklich erreichte Höhe immer geringer ist, rührt von der Reibung der Flüssigkeit an den Wänden des Ausflussrohres, vom Widerstand der Luft und von dem Umstand her, dass die Geschwindigkeit der nachfolgenden Wassertheilchen durch den Widerstand der vorangehenden verringert wird, indem diese durch die Schwerkraft in ihrer Bewegung verzögert werden und schliesslich wieder auf den emporsteigenden Strahl zurückfallen. Es ist deshalb vortheilhaft, wenn der Strahl nicht genau vertikal, sondern in etwas schräger Richtung emporsteigt.

Der Zusammenhang des Torricelli'schen Satzes mit den früher aufgestellten allgemeinen Gesetzen der Bewegung ist leicht ersichtlich. Die beim Ausströmen einer bestimmten Gewichtsmenge p der Flüssigkeit geleistete Arbeit (§ 43) ist nämlich $p \cdot h$, indem eine gleiche Gewichtsmenge vom Flüssigkeitsniveau bis zur Höhe der Ausflussöffnung herabsinkt. Die erlangte Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ würde nach § 33 genügen, um dieselbe Flüssigkeitsmenge wieder bis zum Niveau des Ausflussgefässes zu heben, oder eine Arbeitsmenge, gleich der zur Mittheilung der Geschwindigkeit verbrauchten, wieder zu erzeugen.

§ 85. Ausflussmenge; Gestalt des Flüssigkeitsstrahls. Wenn der Querschnitt des ausfliessenden Strahles gleich der Grösse der Ausflussöffnung wäre, so könnte man sich die während einer Sekunde ausgeflossene Flüssigkeitsmenge in der Gestalt eines Cylinders denken, dessen Grundfläche die Ausflussöffnung und dessen Höhe gleich der Ausflussgeschwindigkeit wäre. Ist w die Grösse der Oeffnung, v die Ausflussgeschwindigkeit, so wäre demnach

$$wv = w\sqrt{2gh}$$

das Volumen der ausgeflossenen Flüssigkeit. Bezeichnet ferner, wie in § 72, s das specifische Gewicht der Flüssigkeit, so wäre das gefundene Volumen noch mit s zu multipliciren, um die Ausflussmenge in Gewichtseinheiten ausgedrückt zu erhalten. — Die wirklich beobachtete Ausflussmenge ist jedoch bei Oeffnungen in einer dünnen Gefässwand immer kleiner, als die nach obiger Formel berechnete und beträgt, z. B. bei Wasser, nur etwa 0,62 derselben. In der That lehrt die Beobachtung, dass die Gestalt des ausfliessenden Strahls keine cylindrische ist, sondern dass sein Querschnitt sich in der Nähe der Ausflussöffnung bis auf etwa $^2/_3$ der Grösse der Oeffnung verengt.

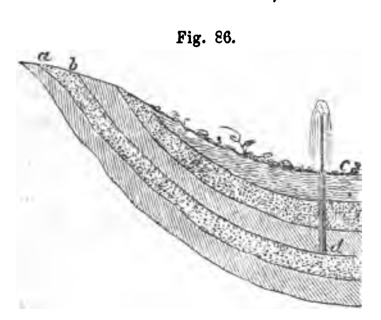
Diese Zusammenziehung des Flüssigkeitsstrahls (contractio venae) rührt hauptsächlich davon her, dass die Flüssigkeitstheilchen im Innern des Gefässes von allen Seiten her nach der Oeffnung in convergirenden Richtungen zusammenströmen und dass ihre seitliche Geschwindigkeit an der Ausflussöffnung nicht plötzlich vernichtet werden kann. — Auch die Reibung der Flüssigkeit an den Rändern der Oeffnung trägt zur Verminderung der Ausflussmenge bei. — Durch eine kurze cylindrische Ansatzröhre aus einer Substanz, welche von der Flüssigkeit benetzt wird, kann die Contraktion des Flüssigkeitsstrahls beseitigt und die Ausflussmenge vergrössert werden. Doch findet dabei ein Verlust an Geschwindigkeit statt.

Ein vertikal abwärts fliessender Strahl bleibt anfangs zusammenhängend. Wegen der wachsenden Fallgeschwindigkeit der Wassertheilchen aber zerreisst derselbe in einer gewissen Entfernung von der Ausflussöffnung und löst sich in eine Reihe getrennter Tropfen auf, welche jedoch wegen der grossen Geschwindigkeit, mit welcher sie auf einander folgen, nicht einzeln unterschieden werden können (§ 165). Dieser Theil des Strahls erscheint trübe, undurchsichtig und zeigt eine Reihe abwechselnder Anschwellungen und Verengungen (Savart'sche Bäuche). Der Grund dieser Erscheinung wird sichtbar, wenn man dieselbe durch einen schnell vor dem Auge vorbeigeführten Spalt beobachtet oder den im Dunkeln ausfliessenden Strahl momentan durch einen elektrischen Funken beleuchtet, wobei die einzelnen Tropfen wegen der kurzen Dauer des Lichteindrucks ruhend und getrennt erscheinen (§ 280). Man bemerkt dann, dass die Tropfen mit der Entfernung von der Trennungsstelle des Strahls regelmässig ihre Gestalt verändern und abwechselnd aus der verlängerten Form, die sie im Augenblick des Abreissens besitzen, durch die Kugelgestalt in die abgeplattete Form und umgekehrt übergehen.

Ein in horizontaler oder schiefer Richtung ausfliessender Flüssigkeitsstrahl zeigt die Form einer Parabel (§ 35), welche durch den Luftwiderstand modificirt wird.

§ 86. Quellen und artesische Brunnen. Auf den Gesetzen des Wasserdrucks beruht die Entstehung natürlicher Quellen und die Anlage künstlicher Bohrbrunnen, welche von der Grafschaft Artois, wo sie zuerst im Anfang dieses Jahrhunderts in häufige Anwendung kamen, den Namen artesische Brunnen erhalten haben. — Das Regenwasser dringt nämlich in das Erdreich ein und sammelt sich in den Zwischenräumen poröser, sandiger oder kalkiger Schichten, während es von anderen, namentlich thonigen Schichten, nicht hindurchgelassen wird. Folgen nun, wie es häufig in Thalmulden der Fall ist, abwechselnd wasserhaltige und wasserdichte Schichten in geneigter Lage auf einander, welche an einer höher gelegenen Stelle zu Tage treten, so wird das bei *ab* (Fig. 86) in den Schichtenkopf einer porösen Schicht eindringende Wasser durch die darüber liegende wasserdichte Thonschicht am Emporsteigen gehindert. Es steigt aber durch den hydrostatischen Druck sofort in Form eines Wasserstrahls empor, sobald die wasserdichte Schicht bei *cd* durch ein Bohrloch durchbrochen wird.

Fig. 86.



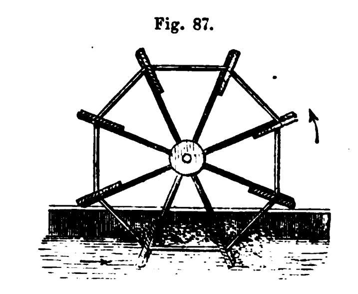
Zu den tiefsten Bohrlöchern gehören diejenigen von Passy bei Paris (557m = 1714 par.') und von Neusalzwerk bei Minden (696,5m = 2144 par.'). In Algerien sind ganze Wüstenstrecken durch Bohrung artesischer Brunnen in fruchtbare Oasen umgewandelt worden.

§ 87. Wasserräder und Turbinen. Um den Fall des Wassers als Triebkraft zu verwenden, bedient man sich der Wasserräder. Dieselben sind theils vertikale, theils horizontale oder Turbinen. Unter den vertikalen Wasserrädern, deren Umdrehungsaxe horizontal ist, unterscheidet

man unterschlächtige und oberschlächtige. Eine Mittelstufe zwischen beiden bilden die sogenannten rückschlächtigen Wasserräder.

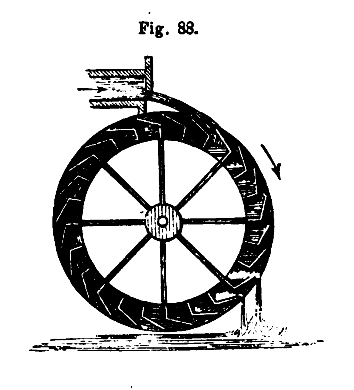
a. Die unterschlächtigen Wasserräder (Fig. 87) werden vorzugsweise bei grosser Wassermenge und geringem Gefälle gebraucht. Das in einem schiefen Gerinne herabfliessende Wasser stösst gegen die am Umfange des Rades oder Radkranz angebrachten Schaufeln, welche es durch seinen Stoss und Druck in Bewegung setzt, indem es einen Theil seiner beim Herabfliessen erlangten Geschwindigkeit an dieselben abgiebt. Die Schaufeln sind entweder eben, oder, wie bei den Poncelet'schen Rädern, auf zweckmässige Weise gekrümmt.

Fig. 87.



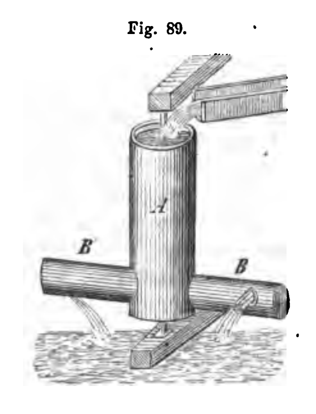
b. Bei den oberschlächtigen Rädern, welche vorzugsweise bei höherem Gefälle und geringer Wassermenge in Anwendung kommen, wird das Wasser von oben her auf den Radkranz geleitet (Fig. 88), dessen Schaufeln Zellen bilden, die an beiden Seiten des Radkranzes durch Seitenwände geschlossen sind, so dass die Zellen auf der abwärts gehenden Seite des Rades mit Wasser gefüllt bleiben und sich unten entleeren. Das Wasser wirkt hier theils durch den Stoss gegen die Radschaufeln, theils durch sein Gewicht, indem die gefüllten Zellen auf der vorderen Seite des Radkranzes schwerer sind, als die leeren Zellen auf der hinteren, aufsteigenden Seite. Eine umgekehrte Einrichtung findet bei den zum Heben des Wassers dienenden Schöpfrädern statt.

Fig. 88.



c. Bei sehr hohem Gefälle bedient man sich mit Vortheil der horizontalen Wasserräder oder Turbinen. Unter diesen soll nur die Segner'sche oder schottische Turbine als die bemerkenswertheste hervorgehoben werden. Das durch die vertikale, hohle Umdrehungsaxe A (Fig. 89) zuströmende Aufschlagswasser strömt durch die hohlen, gekrümmten Arme der Turbine und entweicht durch die an den Enden derselben

Fig. 89.



angebrachten Oeffnungen *B B* in tangentialer Richtung. Denkt man sich zunächst die Oeffnungen *B B* verschlossen, so würde das Rad in Folge des allseitigen gleichförmigen Druckes im Gleichgewicht sein. Werden nun die Arme geöffnet, so wird einerseits der in der Richtung des ausfliessenden Wassers wirkende Druck aufgehoben, und es bleibt ein Ueberdruck in der entgegengesetzten Richtung. Dazu kommt, dass das durch die Arme strömende Wasser gezwungen ist, sich in krummliniger Bahn zu bewegen und in Folge dessen einen Druck auf die Bahn ausübt (§ 55), welcher das Rad in einer der Ausströmung des Wassers entgegengesetzten Richtung umtreibt.

Die Leistungsfähigkeit einer Wasserkraft wird bestimmt durch das Produkt aus dem Gewicht der pro Sekunde disponiblen Wassermenge und aus der Höhe des Gefälles. Eine Wasserkraft, welche pro Sekunde 25 Kgr. Wasser bei einem Gefälle von 3^{m} verbraucht, würde der Theorie nach eine Arbeitsleistung von 75 Kilogrammmeter pro Sekunde oder einer Pferdekraft liefern (§ 43). In der Praxis kann jedoch dieses Maximum des Nutzeffekts schon darum nicht erreicht werden, weil das Wasser nie seine ganze, durch den Fall erlangte Geschwindigkeit an das Rad überträgt, sondern den Radkranz mit einer Geschwindigkeit verlässt, welche mindestens der Peripheriegeschwindigkeit des Rades gleichkommt. Die besten oberschlächtigen Räder und Turbinen liefern etwa 70% des theoretischen Effekts, die unterschlächtigen noch weniger.

Man schätzt die Wassermenge des Niagara-Falls auf 1300000 Cubm. pro Stunde oder etwa 360000 Kgr. pro Sekunde, welche von einer Höhe von 50^{m} herabstürzen und eine Arbeitsleistung von 240000 Pferdekräften zu liefern im Stande wären.

Auf die Einrichtung der sogenannten Wassersäulenmaschinen, welche ein durch Wasserdruck getriebenes Pumpwerk bilden und namentlich zur Hebung von Salzsoole auf grosse Höhen angewendet werden, kann hier nicht näher eingegangen werden.

Anmerkung. Sowohl tropfbare als luftförmige Flüssigkeiten setzen der Bewegung der Körper in ihrem Innern einen Widerstand entgegen, welcher theils von der Reibung der Flüssigkeit an der Oberfläche des Körpers, theils davon herrührt, dass durch den Körper die umgebenden Flüssigkeitstheile in Mitbewegung versetzt werden. Der Widerstand ist wesentlich von der Form des bewegten Körpers abhängig, welche zweckmässig gewählt werden muss, um den Widerstand möglichst zu verringern (z. B. in der Schiffsbaukunst). Der Widerstand wächst mit der Geschwindigkeit der Bewegung und zwar in schnellerem Verhältniss als diese, da mit derselben sowohl die Menge der mitbewegten Flüssigkeitstheilchen, als auch die Geschwindigkeit, welche denselben ertheilt werden muss, zunimmt.

C. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung luftförmiger Körper. (Pneumatik).

§ 88. Die luftförmigen Körper haben mit den tropfbaren Flüssigkeiten die leichte Verschiebbarkeit der Theilchen gemein, unterscheiden sich aber von denselben durch den gänzlichen Mangel der Cohäsion und das Bestreben ihrer Theile, sich möglichst weit von einander zu entfernen. In Folge dieses Bestrebens füllen sie jederzeit den ihnen gebotenen Raum ganz aus und üben auf die Wände des umschliessenden Gefässes einen Druck aus, der mit der Dichtigkeit des in demselben enthaltenen Gases wächst. — Eine Gasmasse, welche in einem cylindrischen, mit einem luftdichten Stempel verschlossenen Gefäss enthalten ist, kann durch einen auf den Stempel ausgeübten Druck leicht auf einen geringen Bruchtheil ihres ursprünglichen Volumens comprimirt werden. Nach dem Aufhören des Druckes treibt dieselbe durch ihren Gegendruck den Stempel genau bis zu der ursprünglichen Höhe empor. Die luftförmigen Körper besitzen

demnach, wie die tropfbar flüssigen (§ 71), vollkommene Volumenelasticität, sind aber in viel höherem Grade zusammendrückbar. Im Uebrigen gelten für die Fortpflanzung des Druckes in luftförmigen Körpern dieselben Gesetze, wie für tropfbare Flüssigkeiten (§ 71).

Die Dichtigkeit der Gase ist in der Regel sehr viel geringer als die der tropfbaren Flüssigkeiten. So ist z. B. atmosphärische Luft 773 mal weniger dicht als Wasser. Die Dichtigkeiten der übrigen Gase pflegt man nicht, wie die der tropfbar flüssigen und festen Körper, im Vergleich mit Wasser, sondern mit atmosphärischer Luft, oder mit Wasserstoffgas, welches unter allen Gasen die geringste Dichtigkeit besitzt, zu bestimmen (vergl. § 94).

§ 89. Schwere der Luft, atmosphärischer Druck. Dass die luftförmigen Körper mit den festen und flüssigen die Eigenschaft der Schwere gemein haben, lässt sich nachweisen, indem man einen durch einen luftdichten Hahn verschliessbaren Glasballon zuerst mit Luft gefüllt abwägt und dann die Wägung wiederholt, nachdem man mittelst der unten (§ 97) zu beschreibenden Luftpumpe die Luft aus demselben entfernt hat. Die Erdoberfläche ist von einer Lufthülle oder Atmosphäre umgeben, deren Höhe (aus astronomischen Gründen) auf etwa 10 Meilen geschätzt wird, und welche im Wesentlichen aus einem Gemenge von 79 Raumtheilen Stickstoffgas und 21 Raumtheilen Sauerstoffgas gebildet wird.

In Folge ihrer Schwere übt die Atmosphäre auf die an der Erdoberfläche befindlichen Körper einen beträchtlichen Druck aus. Dieser Druck wird nur darum für gewöhnlich nicht wahrgenommen, weil er auf alle Körper und nach allen Richtungen mit gleicher Stärke wirkt. Seine Wirkung wird aber sofort bemerkbar, sobald er durch Entfernung der Luft an einer Stelle aufgehoben wird.

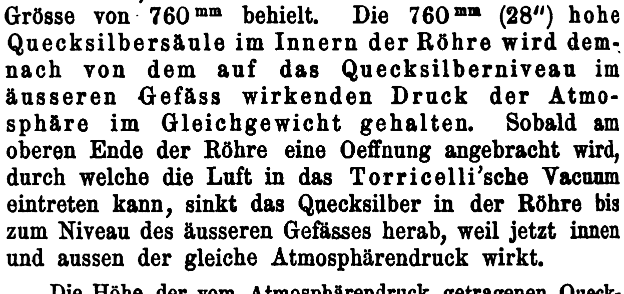
In Folge der allseitigen Fortpflanzung des Druckes ist derselbe in Zimmern und anderen mit der Atmosphäre communicirenden Räumen eben so gross wie unter freiem Himmel.

Durch den atmosphärischen Druck erklären sich die Erscheinungen, dass aus einem mit Wasser gefüllten und mit der nach unten gekehrten Oeffnung in ein weiteres Gefäss mit Wasser getauchten Glase das Wasser nicht ausfliesst, dass aus einem gefüllten Fass durch den geöffneten Hahn die Flüssigkeit erst dann ausfliesst, wenn auch das Spundloch geöffnet worden ist, dass das Wasser dem in einem cylindrischen Pumpenrohr emporgezogenen Stempel nachfolgt u. s. w. — Erscheinungen, welche, bevor das Vorhandensein des Luftdrucks durch Torricelli nachgewiesen worden war (§ 90), durch einen angeblichen Abscheu der Natur vor dem leeren Raum (horror vacui) erklärt wurden. — Heber und Stechheber (§§ 100, 101).

§ 90. Torricelli's Versuch. Barometer. Um das Vorhandensein des Luftdrucks nachzuweisen, füllte Torricelli eine etwa 90 Cm. lange, an einem Ende verschlossene Glasröhre AB (Fig. 90) mit Quecksilber und tauchte dann das offene Ende der Röhre in ein weiteres, mit Quecksilber gefülltes Gefäss. Während des Umkehrens der Röhre wurde das offene Ende derselben mit dem Finger verschlossen, um das Ausfliessen des Quecksilbers zu verhüten. Wurde nun die Röhre, nach Entfernung des Fingers, vertikal gestellt, so floss das Quecksilber nicht aus, sondern die Quecksilbersäule im Innern der Röhre sank nur so weit herab, dass ihr Gipfel um etwa 760^{mm} (28 par.'') höher stand, als das Niveau des Quecksilbers im äusseren Gefäss. Ueber dem Quecksilber blieb im obersten Theil der Röhre ein leerer Raum, das Torricelli'sche Vacuum. Beim tieferen

Einsenken der Röhre in das Quecksilbergefäss verminderte sich die Ausdehnung dieses leeren Raumes, so dass die Niveaudifferenz immer dieselbe Grösse von 760^{mm} behielt. Die 760^{mm} (28″) hohe Quecksilbersäule im Innern der Röhre wird demnach von dem auf das Quecksilberniveau im äusseren Gefäss wirkenden Druck der Atmosphäre im Gleichgewicht gehalten. Sobald am oberen Ende der Röhre eine Oeffnung angebracht wird, durch welche die Luft in das Torricelli'sche Vacuum eintreten kann, sinkt das Quecksilber in der Röhre bis zum Niveau des äusseren Gefässes herab, weil jetzt innen und aussen der gleiche Atmosphärendruck wirkt.

Fig. 90.

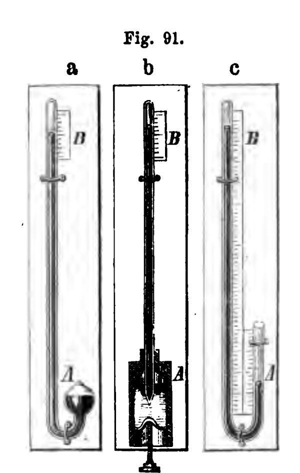


Die Höhe der vom Atmosphärendruck getragenen Quecksilbersäule, welche am Meeresniveau im Mittel etwa 760^{mm} oder 28 par.″ beträgt, giebt ein Mass für die Stärke des Luftdrucks. Der Druck auf 1 Quadratcentimeter ist nämlich gleich dem Gewicht von 76 Cubikcentimeter Quecksilber, oder da das specifische Gewicht des Quecksilbers = 13,59 ist, so beträgt derselbe 76 . 13,59 Gr. = 1,033 Kgr. auf 1 Quadratcentimeter. Der Atmosphärendruck wird häufig als Masseinheit für den Druck der Gase und Dämpfe gebraucht, so dass z. B. bei einem Druck von 10 Atmosphären jedes Quadratcentimeter mit 10,33 Kgr. belastet ist.

Der Quecksilbersäule von 760^{mm} (28 par.″) entspricht eine Wassersäule von 13,59 . 0,76 oder $10{,}33^{m}$ (31,7′) Höhe. In einem Pumpenrohr kann das Wasser durch Aufziehen des Stempels nur bis zu dieser Höhe gehoben werden. Diese Erfahrung, welche man bei der Anlage eines Brunnens zu Florenz machte, gab die Veranlassung zu dem oben beschriebenen Versuch von Torricelli und zur Entdeckung der Gesetze des Luftdruckes.

§ 91. Barometer. Der Druck der Atmosphäre ist nicht zu allen Zeiten und an allen Orten gleich gross. Um seine Veränderungen zu messen, dient das von Torricelli erfundene Barometer. Dasselbe besteht im Wesentlichen aus einer gebogenen Glasröhre *AB* (Fig. 91), welche einen längeren, oben geschlossenen, und einen kürzeren, oben offenen Schenkel besitzt und mit Quecksilber gefüllt ist. Der geschlossene Schenkel muss etwas mehr als 30 par.″ (etwa 90 Cm.) lang sein; der kürzere, offene Schenkel endet in der Regel in einem weiteren angeschmolzenen Gefäss *A* (Fig. 91 a). Die Röhre wird ganz mit Quecksilber gefüllt und durch Auskochen des Quecksilbers vollständig von der am Glase adhärirenden atmosphärischen Luft (§ 107) befreit. Bei vertikaler Stellung der Barometerröhre bildet sich dann in dem längeren Schenkel über dem Gipfel der Quecksilbersäule bei *B* ein Torricelli'sches Vacuum, und die Niveaudifferenz beider Schenkel giebt die Grösse des Luftdruckes an. Auf dem Brettchen, an welchem die Barometerröhre befestigt ist, ist gleichzeitig eine in Pariser Linien oder Millimeter eingetheilte Skala befestigt, an

Fig. 91.



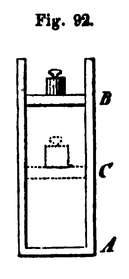
welcher die Barometerhöhe abgelesen werden kann. Der Nullpunkt der Skala muss mit dem Niveau des Quecksilbers im offenen Schenkel zusammenfallen.

Beim Ablesen des Barometers muss stets der Gipfel der gewölbten Quecksilberkuppe (§ 82) beobachtet und zur Vermeidung der Parallaxe das Auge in gleicher Höhe mit der Quecksilberkuppe gehalten werden. Bei genaueren Beobachtungen wird die Schärfe der Ablesung durch einen Nonius vergrössert. Bei Anwendung zu enger Barometerröhren übt die Capillarität einen beträchtlichen Einfluss auf die Höhe der Quecksilbersäule. Auch die Temperatur muss berücksichtigt werden, da bei höherer Temperatur das Quecksilber in Folge der Ausdehnung durch die Wärme (§ 200) specifisch leichter ist, als bei niederer Temperatur. Genaue Barometerbeobachtungen müssen daher, um vergleichbar zu sein, auf 0° reducirt werden.

Wenn das Niveau des Quecksilbers im längeren Schenkel steigt oder fällt, so ändert sich gleichzeitig das Niveau im kürzeren Schenkel. Ist das an diesem angebrachte Gefäss *A* weit genug, so sind diese Niveauänderungen so gering, dass dieselben, wo es auf grosse Genauigkeit nicht ankommt, vernachlässigt werden können. Bei genauen Beobachtungen zu wissenschaftlichen Zwecken kann dieser Fehler auf verschiedene Weise vermieden werden. Beim Gefässbarometer mit constantem Niveau (Fig. 91 b) taucht das offene Ende der geraden Barometerröhre *AB* in ein Quecksilbergefäss, dessen Boden durch eine Schraube gehoben oder gesenkt werden kann. Vom Deckel des Gefässes, der zur Verbindung mit der äusseren Atmosphäre mit einer engen Oeffnung versehen ist, ragt eine Stahlspitze in das Gefäss herab. Vor jeder Beobachtung wird durch Drehen der Schraube der Boden und dadurch das Quecksilberniveau so weit gehoben oder gesenkt, dass es die Stahlspitze genau berührt, welche dem Nullpunkt der Skala entspricht. Beim Heberbarometer (Fig. 91 c) sind beide Schenkel gleich weit, wodurch der Einfluss der Capillarität verringert wird, und es kann entweder die ganze Skala durch eine Schraube verstellt werden, so dass jedesmal der Nullpunkt derselben mit dem Niveau im kürzeren Schenkel in Uebereinstimmung gebracht wird, oder es werden die Niveauänderungen beider Schenkel abgelesen.

§ 92. Beziehung zwischen Druck und Volumen der Gase. Mariotte's Gesetz. Eine in einem geschlossenen Gefäss enthaltene Gasmasse übt in Folge ihrer Elasticität einen Druck auf die Wände des Gefässes aus. Es sei z. B. *AB* (Fig. 92) ein cylindrisches Gefäss von 1□cm Querschnitt, welches mit Luft gefüllt und durch einen luftdicht schliessenden Stempel *B* verschlossen ist. Wird die über dem Stempel *B* befindliche Luft entfernt, so muss der Stempel mit einem Gewicht von etwa 1 Kgr. (§ 90) belastet werden, um die Expansion der im Gefäss enthaltenen Luft zu verhindern. Um die Luftmasse bis auf die Hälfte ihres ursprünglichen Volumens zu comprimiren, oder um den Stempel bis *C* niederzudrücken, ist eine Belastung von 2 Kgr. erforderlich. Jedes Quadratcentimeter der Gefässwand hat also jetzt den doppelten Druck auszuhalten. Da dieselbe Luftmasse nur noch die Hälfte ihres ursprünglichen Volumens einnimmt, so ist ihre Dichtigkeit die doppelte. Im Allgemeinen ist das Volumen einer Gasmasse dem Drucke, welchem dieselbe ausgesetzt ist, umgekehrt proportional, oder die Dichtigkeit wächst im geraden Verhältniss des Druckes.

Fig. 92.

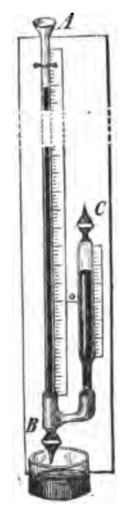


Um die Richtigkeit dieses zuerst von Boyle (1662) und bald darauf unabhängig von Mariotte (1679) aufgefundenen Gesetzes durch den Versuch zu erweisen, dient am besten eine gebogene, an beiden Enden offene Glasröhre *ABC* (Fig. 93) mit den ungleich langen Schenkeln *AB*, *BC*, von denen der kürzere, der genau cylindrisch sein muss, bei *C* durch einen Hahn verschlossen werden kann.

Bei B ist ein zweiter Hahn zum Ablassen des in die Röhre gegossenen Quecksilbers angebracht. Die Röhre ist mit einer in Linien oder Millimeter getheilten Skala versehen, an welcher der Stand des Quecksilbers in beiden Schenkeln abgelesen werden kann. Giesst man nun, während der Hahn B geschlossen und C geöffnet ist, durch die mit einem Trichter versehene Oeffnung A etwas Quecksilber in die Röhre, so steht dasselbe in beiden Schenkeln gleich hoch. Wenn der Gipfel der Quecksilbersäule in beiden Schenkeln den mit 0 bezeichneten Anfangspunkt der Skala erreicht hat, schliesst man den Hahn C. Die im kürzeren Schenkel abgeschlossene Luftsäule steht dann unter dem Druck einer Atmosphäre (§ 90). Wird jetzt bei A mehr Quecksilber zugegossen, so wird durch den Druck der im längeren Schenkel enthaltenen Quecksilbersäule die Luft im kürzeren Schenkel comprimirt und zwar bei einer Niveaudifferenz von 760^{mm} genau auf die Hälfte, bei einer Differenz von 2.760^{mm} auf $^1/_3$ ihres ursprünglichen Volumens u. s. f. Da jedesmal zu dem Druck der Quecksilbersäule noch der auf das Quecksilber im offenen Schenkel wirkende Atmosphärendruck hinzuzufügen ist, so ergiebt sich daraus, dass dem Druck von 1, 2, 3 u. s. f. Atmosphären beziehungsweise die Volumina 1, $^1/_2$, $^1/_3$ u. s. f. entsprechen. — Um die Richtigkeit des Gesetzes auch für Verdünnung der Luft nachzuweisen, füllt man anfänglich, während der Hahn C offen bleibt, beide Schenkel so weit mit Quecksilber, dass bei C nur ein wenige Zoll langer Theil der Röhre mit Luft gefüllt bleibt und schliesst dann den Hahn C. Lässt man darauf bei B Quecksilber abfliessen, so verdünnt sich die Luft bei C und das Niveau des Quecksilbers steht im offenen Schenkel niedriger, als im geschlossenen. Wenn die Niveaudifferenz 380^{mm} beträgt, hat sich die Luft auf das Doppelte, bei einer Niveaudifferenz von $506^2/_3{}^{mm}$ auf das Dreifache des ursprünglichen Volumens ausgedehnt, im ersten Fall steht dieselbe nur noch unter dem Druck einer halben, im letzten Fall unter dem einer Drittel-Atmosphäre u. s. f.

Fig. 93.





Indem Regnault den Schenkel AB bis zu einer Höhe von 24^m verlängerte, prüfte er die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes für atmosphärische Luft und für verschiedene Gase bis zu einem Druck von 30 Atmosphären. Er fand, dass die atmosphärische Luft und die permanenten Gase (vergl. § 212) nur sehr geringe Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetz bei hohem Druck wahrnehmen lassen. Grössere Abweichungen zeigten sich bei den coërciblen Gasen, die sich durch starken Druck zu Flüssigkeiten verdichten lassen (s. § 212), indem namentlich in der Nähe des Verflüssigungspunktes die Dichtigkeit derselben in schnellerem Verhältniss wächst, als der Druck.

Bezeichnet v das Volumen einer Gasmasse, unter dem Druck p, v_1 das Volumen derselben Gasmasse unter dem Druck p_1, so wird das Mariotte'sche Gesetz durch die Proportion

$$v : v_1 = p_1 : p$$

oder auch durch die Gleichung

$$p v = p_1 v_1$$

ausgedrückt. Da ferner die Dichtigkeit in demselben Verhältniss wächst, in welchem das Volumen abnimmt, so folgt

$$d : d_1 = p : p_1.$$

§ 93. Das Manometer dient zur Messung des Druckes eingeschlossener Gase, Dämpfe oder Flüssigkeiten (vergl. §§ 71, 216, 223). Man unterscheidet offene und geschlossene Manometer. Das offene Manometer besteht aus einer oben und unten offenen, mit einer Skala versehenen Glasröhre, deren unteres Ende in ein Gefäss mit Quecksilber taucht. Ein auf die Oberfläche dieses Quecksilbers ausgeübter Luft- oder Dampfdruck treibt das Quecksilber im Innern der Röhre empor und aus der Höhe der gehobenen Quecksilbersäule kann, nach dem Obigen (§ 90), der Druck in Atmosphären oder in Kilogrammen berechnet werden. Da bei hohem

Druck die Quecksilbersäule sehr hoch sein muss, wodurch der Gebrauch der offenen Manometer unbequem wird, so bedient man sich der geschlossenen Manometer, bei welchen durch das Quecksilber in dem oben geschlossenen Rohr eine Luftmenge abgesperrt wird, deren im umgekehrten Verhältniss des Volumens wachsender Druck sich zu dem durch das Gewicht der Quecksilbersäule hervorgebrachten hinzuaddirt. Man kann leicht den jedem Stand der Quecksilbersäule im Manometerrohr entsprechenden Luft- oder Dampfdruck bestimmen und dasselbe danach ein für allemal mit einer festen Skala versehen.

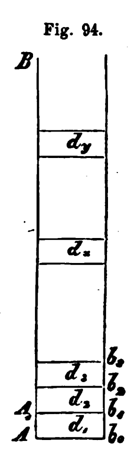
§ 94. Bestimmung der Dichtigkeit gasförmiger Körper. Die Bestimmung der Dichtigkeit verschiedener Gase geschieht auf direktestem Wege, indem man einen Ballon von bekanntem Rauminhalt zuerst luftleer abwägt und sodann sein Gewicht bestimmt, nachdem man ihn entweder mit atmosphärischer Luft oder mit den verschiedenen, zu untersuchenden Gasen gefüllt hat. Da jedoch die Dichtigkeit gasförmiger Körper je nach dem Druck, unter welchem dieselben stehen, veränderlich ist, und da dieselben ferner durch die Wärme in sehr hohem Grade ausgedehnt werden, so muss bei der Bestimmung von Gasdichten auf Luftdruck und Temperatur jederzeit Rücksicht genommen werden. Da aber durch Aenderungen des Luftdruckes sowohl als der Temperatur die Dichtigkeit aller Gase nahe in gleichem Verhältniss beeinflusst wird (§§ 92 u. 202), so bleibt das Verhältniss der Dichtigkeiten je zweier Gase stets nahe dasselbe, vorausgesetzt, dass sie gleichen Aenderungen des Druckes und der Temperatur unterworfen werden. Insbesondere gilt dieses von den permanenten Gasen. — Man pflegt deshalb die relative Dichtigkeit oder das specifische Gewicht der Gase auf das der atmosphärischen Luft oder auch auf das des leichtesten Gases, des Wasserstoffs, als Einheit zu beziehen (siehe d. Tabelle § 14).

Die atmosphärische Luft (s. § 19) ist bei der Temperatur von 0^0 und dem Barometerstand von 760^{mm} 773 mal leichter als Wasser oder 1 Liter Luft wiegt $1{,}293^{gr}$. Ein Liter Wasserstoffgas wiegt fast genau 9^{cgr}.

Ueber den Zusammenhang zwischen den Dichtigkeiten und den chemischen Aequivalentgewichten gasförmiger Körper siehe § 18.

§ 95. Barometrische Höhenmessung. Da der Luftdruck von dem Gewicht der auf der Erdoberfläche lastenden Atmosphäre herrührt, so nimmt derselbe mit wachsender Erhebung über die Erdoberfläche ab. Der Barometerstand ist daher auf hohen Bergen niedriger als in der Ebene oder am Meeresniveau. Die Abnahme des Luftdruckes erfolgt jedoch nicht gleichmässig in der Weise, dass einer gleich grossen vertikalen Erhebung immer dieselbe Abnahme des Barometerstandes entspricht, sondern dieselbe wird mit wachsender Höhe langsamer. Dies rührt davon her, dass die unteren Schichten der Atmosphäre durch das Gewicht der darüber befindlichen Theile stärker comprimirt, mithin dichter sind, als die oberen, und zwar nimmt nach dem Gesetz von Mariotte (§ 92) die Dichtigkeit der Luft in demselben Verhältniss ab, als der Druck oder der Barometerstand. Es wird deshalb einer Erhebung, z. B. um 100^m, in den höheren und mithin dünneren Schichten der Atmosphäre eine geringere Abnahme des Luftdruckes entsprechen als in den unteren, dichteren Schichten. Um das Gesetz der Abnahme des Druckes mit wachsender Höhe zu ermitteln, soll vorläufig die Temperatur in der ganzen Höhe einer vertikalen Luftsäule als gleichförmig vorausgesetzt werden. Man denke sich die vertikale Luftsäule AB (Fig. 94) durch horizontale Ebenen in Schichten

Fig. 94.



von je 1^m Höhe getheilt. Innerhalb jeder dieser Schichten darf die Dichtigkeit der Luft ohne merklichen Fehler als gleichförmig betrachtet werden. Es sei b_0 der Barometerstand im Meeresniveau, welcher 760^{mm} beträgt, $b_1, b_2, b_3 \ldots$ bezeichnen den Barometerstand in 1, 2, 3 ... Meter Höhe. Die Dichtigkeiten der auf einander folgenden Luftschichten werden mit $d_1, d_2, d_3 \ldots$ bezeichnet, und zwar soll d die Dichtigkeit der Luft im Verhältniss zum Quecksilber angeben. Da beim Barometerstand b_0 die Luft 773 mal leichter als Wasser (§ 94), dieses aber 13,596 mal leichter als Quecksilber ist, so ist $d_1 = \frac{1}{13{,}596.773} = \frac{1}{10510}$. Die 1^m hohe Luftsäule AA_1 wird dann einer $d_1{}^m$ hohen Quecksilbersäule das Gleichgewicht halten (§ 74), oder es ist

$$b_0 - b_1 = d_1$$

eben so ist ferner

$$b_1 - b_2 = d_2$$
$$b_2 - b_3 = d_3 \text{ u. s. f.}$$

Nach dem **Mariotte'schen** Gesetz ist aber

$$d_1 : d_2 = b_1 : b_2$$
$$d_2 : d_3 = b_2 : b_3 \text{ u. s. f.,}$$

oder wenn man in diese Proportionen die obigen Werthe für $d_1, d_2, d_3 \ldots$ einsetzt;

$$b_0 - b_1 : b_1 - b_2 = b_1 : b_2$$
$$b_1 - b_2 : b_2 - b_3 = b_2 : b_3 \text{ u. s. f.}$$

woraus nach einem bekannten Satz der Proportionslehre ($a : b = c : d$, folglich $a + c : b + d = c : d$) folgt

$$b_0 : b_1 = b_1 : b_2$$
$$b_1 : b_2 = b_2 : b_3 \text{ u. s. f.}$$

Es bilden demnach die gleichen Höhendifferenzen entsprechenden Barometerstände eine Reihenfolge von stetigen Proportionen, oder wenn der Quotient $\frac{b_1}{b_0}$ mit k bezeichnet wird, so ist $b_1 = b_0 k$, $b_2 = b_1 k$, $b_3 = b_2 k$ u. s. f. Da $b_1 < b_0$ ist, so ist $k < 1$, und die Barometerstände $b_0, b_1, b_2 \ldots$ bilden eine abnehmende geometrische Reihe. Es folgt daraus der wichtige Satz, **dass die Barometerstände in geometrischer Reihe abnehmen, wenn die Höhen in arithmetischer Reihe wachsen.** Nach den Gesetzen der geometrischen Reihe ergiebt sich $b_1 = b_0 k$, $b_2 = b_0 k^2 \ldots$, und wenn b_x und b_y die Barometerstände in x^m und y^m Höhe bezeichnen,

$$b_x = b_0 \,.\, k^x, \quad b_y = b_0 \,.\, k^y.$$

Es handelt sich nun darum, wenn in den unbekannten Höhen über dem Meeresspiegel, x und y, die Barometerstände b_x und b_y beobachtet worden sind, daraus die Höhendifferenz $y - x = h$ zu finden. Durch Division der vorhergehenden Gleichungen erhält man

$$\frac{b_y}{b_x} = k^{y-x} = k^h,$$

daraus

$$h \log k = \log b_y - \log b_x,$$

mithin

$$h = -\frac{1}{\log k} (\log b_x - \log b_y).$$

Da $k < 1$, so ist $\log k$ negativ, mithin hat der vor der Klammer stehende Faktor $-\frac{1}{\log k}$ einen positiven Werth. Dasselbe gilt von der in der Klammer stehenden Differenz der Logarithmen, da $b_x > b_y$ ist. Der Faktor $-\frac{1}{\log k}$, der einen unveränderlichen Werth besitzt und der Kürze wegen mit A bezeichnet werden soll, kann, wie sogleich gezeigt werden wird, entweder durch Rechnung oder durch einen Versuch ein für allemal bestimmt werden. Es ist somit der gesuchte Höhenunterschied h **der Differenz der Logarithmen** der beobachteten Barometerstände proportional.

Der Faktor $A = -\frac{1}{\log k}$ kann entweder durch den Versuch bestimmt werden, indem man eine anderweitig bekannte Höhendifferenz auf barometrischem Wege

bestimmt und aus den bekannten Grössen h, b_x und b_y die Unbekannte A ermittelt, oder man findet A durch Rechnung.

Es ist nämlich $k = \frac{b_1}{b_0}$, oder auch, da $b_1 = b_0 - d_1$ war, $k = 1 - \frac{d_1}{b_0}$. Da $d_1 = \frac{1}{10510}$ gefunden wurde, so ist $\frac{d_1}{b_0}$ eine sehr kleine Zahl und k sehr wenig von 1 verschieden. Aus der Theorie der Logarithmen folgt

$$\log\left(1 - \frac{d_1}{b_0}\right) = -M\left(\frac{d_1}{b_0} + \frac{1}{2}\left(\frac{d_1}{b_0}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{d_1}{b_0}\right)^3 + \ldots\right),$$

wo M den Modulus des Logarithmensystems bezeichnet, der für Briggische oder dekadische Logarithmen $= 0{,}434294\ldots$ ist. Da das Quadrat und die höheren Potenzen von $\frac{d_1}{b_0}$ ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden können, so erhält man einfach $\log k = -M.\frac{d_1}{b_0}$ und $A = -\frac{1}{\log k} = \frac{b_0}{Md_1}$.

Durch Einsetzung der Zahlenwerthe ergiebt sich

$$A = \frac{0{,}76 \, . \, 10510}{0{,}434294} = 18392^{m}\text{*)}.$$

Dabei war vorausgesetzt, dass die Luftsäule in ihrer ganzen Höhe die Temperatur von 0^0 besitze. Bei einer höheren Temperatur t ist jedoch ihre Dichtigkeit geringer im Verhältniss von $1 : 1 + \alpha t$ (§ 202), wenn $\alpha = \frac{11}{3000}$ den Ausdehnungscoëfficienten der Luft bezeichnet. Es muss daher die nach obiger Formel gefundene Höhe noch mit $(1 + \alpha t)$ multiplicirt werden. Da die Temperatur an den beiden Punkten, deren Höhendifferenz bestimmt werden soll, in der Regel verschieden ist, so nimmt man für die Temperatur der Luftsäule das arithmetische Mittel aus den an beiden Stationen beobachteten Temperaturen. Bei genauen Messungen ist ferner der Feuchtigkeitsgehalt der Luft, sowie der Umstand zu berücksichtigen, dass mit der geographischen Breite sich die Intensität der Schwerkraft ändert und in Folge dessen bei gleicher Höhe der barometrischen Quecksilbersäule b_0 die Dichtigkeit der Luft d am Aequator etwas geringer ist als am Pol.

Der Gedanke, das Barometer zur Messung von Berghöhen zu benutzen, rührt von Pascal her, auf dessen Veranlassung zuerst Perrier am 19. September 1648 mit einem Barometer den etwa 970m hohen Puy-de-Dôme bestieg und auf dem Gipfel eine Abnahme des Luftdruckes von etwas mehr als 3″ beobachtete.

Barometrische Höhenmessungen geben nur dann genaue Resultate, wenn die horizontale Entfernung der beiden Beobachtungsstationen nicht zu gross ist. Wo möglich muss der Barometerstand am Fusse und auf dem Gipfel des Berges gleichzeitig von zwei Beobachtern nach vorausgegangener Verabredung bestimmt werden. — Durch die leicht transportablen Metall- oder Aneroidbarometer (ἀ-νηρός, nicht-feucht) sind in neuerer Zeit die barometrischen Höhenmessungen erleichtert worden. Dieselben beruhen auf den Formveränderungen, welche eine Metallbüchse mit dünnem, elastischem Deckel, oder eine gebogene, dünnwandige Röhre, welche luftleer gepumpt sind, durch den äusseren Luftdruck erleiden. Die dadurch erzeugten kleinen Bewegungen werden mittelst eines Winkelhebels auf einen um eine Axe drehbaren Zeiger übertragen und durch diesen auf einer kreisförmigen Skala im vergrösserten Massstabe sichtbar gemacht. — Doch müssen solche Metallbarometer öfter mit einem Normal-Quecksilberbarometer verglichen werden, wenn sie brauchbare Resultate ergeben sollen.

§ 96. **Wasserpumpen.** Auf den Gesetzen des Luftdruckes basirt die Wirkung der Pumpen, deren man sich zum Heben des Wassers bedient. Das Pumpenrohr AB (Fig. 95 a und b) steht mit seinem unteren Ende in dem mit Wasser gefüllten Brunnenkessel. In dem oberen, genau cylindrisch ausgebohrten Theile des Rohres BF wird der luftdicht anschliessende Kolben C mittelst der Kolbenstange CD, die an dem Hebel

*) Durch Vergleichung des Barometerstandes auf Höhen, welche trigonometrisch genau gemessen waren, fand Ramond (1811) für A den Werth 18393m.

DE befestigt ist, auf und nieder bewegt. Beim Aufziehen des Kolbens wird das Wasser aus dem Brunnenkessel durch den auf das äussere Niveau wirkenden Luftdruck in das Pumpenrohr emporgetrieben. Am unteren Ende des Rohres *BF* ist das Bodenventil *F* angebracht, eine mit Leder überzogene Klappe, welche sich nach oben öffnet und dem von unten in das Pumpenrohr eintretenden Wasser den Durchgang gestattet, beim Niederdrücken des Kolbens aber die Oeffnung des Rohres verschliesst und den Rücktritt des Wassers verhindert.

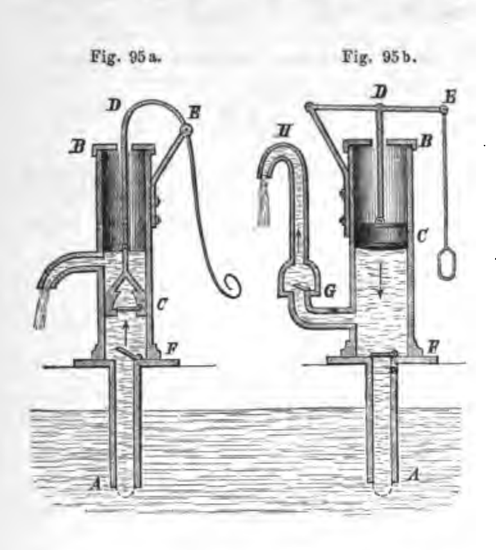


Fig. 95a. Fig. 95b.

Bei den Saugpumpen (Fig. 95a) ist nun der Kolben *C* mit einem Kanal durchbohrt, welcher durch ein zweites, nach oben sich öffnendes Ventil, das Kolbenventil, verschlossen ist. Beim Aufziehen des Kolbens schliesst sich das Kolbenventil, und das Wasser wird durch das geöffnete Bodenventil angesaugt; beim Niederdrücken des Kolbens dagegen schliesst sich das Bodenventil, und das Wasser tritt durch das geöffnete Kolbenventil über den Kolben. Beim abermaligen Emporziehen des Kolbens wird das über denselben getretene Wasser emporgehoben und fliesst durch das Seitenrohr ab, während gleichzeitig eine neue Wassermenge aus dem Brunnenkessel angesaugt wird.

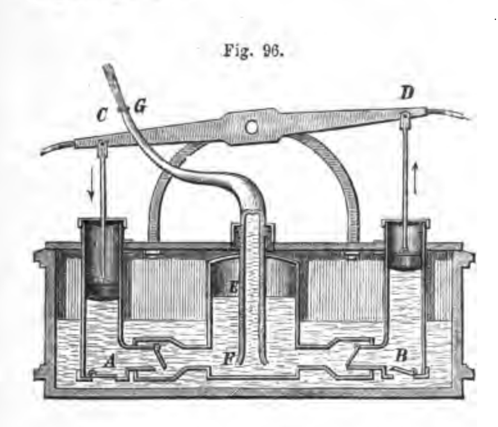


Fig. 96.

Bei den Druckpumpen (Fig. 95b) ist der Kolben nicht durchbohrt, dagegen ist dicht über dem Bodenventil ein Seitenrohr angebracht, dessen Eingang durch das nach aussen sich öffnende Ventil *G* verschlossen ist, und welches in das Steigrohr *GH* übergeht. Beim Niederdrücken des Kolbens wird das Wasser durch das sich öffnende Ventil *G* in das Steigrohr getrieben, während beim Aufziehen des Kolbens das Ventil den Rücktritt des Wassers verhindert.

Die Druckpumpen kommen namentlich in Anwendung, wo das Wasser auf grössere Höhen gehoben oder wo, wie bei den Feuerspritzen, ein Wasserstrahl zu grosser Höhe emporgetrieben werden soll. Da das Wasser bei der Druckpumpe nur während des Niedergangs des Kolbens emporgetrieben wird, so verbindet man

bei der Feuerspritze, um den Strahl gleichförmig zu machen, in der Regel zwei Druckpumpen, *A* und *B* (Fig. 96), deren Kolbenstangen an einem zweiarmigen Hebel *CD* befestigt sind und abwechselnd auf- und niedergehen, und bringt ausserdem einen Windkessel *E* an, in welchem das Wasser abwechselnd aus beiden Druckpumpen durch die sich öffnenden Seitenventile getrieben wird. Durch das in den Windkessel getriebene Wasser wird die in demselben enthaltene Luft comprimirt und treibt das Wasser durch ihren auf die Oberfläche desselben mit gleichförmiger Stärke wirkenden Druck in das Steigrohr *FG* empor, welches luftdicht durch die Decke des Windkessels hindurchgeht, und dessen untere Oeffnung *F* sich unter dem Niveau des Wassers befindet.

Auf demselben Princip, wie der Windkessel der Feuerspritzen, beruht der Heronsball und der Heronsbrunnen (Hero von Alexandrien 284—221 v. Chr.). Bei ersterem wird die Luft in dem über dem Wasser befindlichen Raum *E* unmittelbar durch Einblasen, bei letzterem durch den Druck einer Wassersäule verdichtet.

§ 97. Luftpumpe. Die Luftpumpe, erfunden von Otto v. Guericke zu Magdeburg 1650, dient dazu, durch Entfernung der Luft aus einem Gefäss oder Recipienten einen luftverdünnten oder annähernd luftleeren Raum zu erzeugen. Man unterscheidet Hahn- und Ventilluftpumpen. Die Hahnluftpumpe (Fig. 97) kann zweckmässig folgendermassen eingerichtet werden. In einer genau cylindrisch ausgeschliffenen Röhre *AB*, dem Stiefel der Luftpumpe, wird der luftdicht anschliessende Kolben *C* mittelst der Kolbenstange *CD* auf und nieder bewegt. Am Boden des Stiefels ist ein Hahn angebracht, welcher, wie in Figur 98a und b angedeutet, mit einer doppelten Bohrung versehen ist. Bei der Stellung *a* steht der Pumpenstiefel durch die gerade durchgehende Bohrung des Hahnes mit dem Rohre *EF* und dem zu evacuirenden Gefäss oder Recipienten *G* in Verbindung. Wird der Kolben emporgezogen, so tritt ein Theil der im Recipienten enthaltenen Luft in den Pumpenstiefel. Dreht man jetzt den Hahn um 90°, so dass derselbe die Stellung *b* erhält, so wird die Verbindung zwischen Stiefel und Recipienten unterbrochen, der erstere tritt dagegen durch die seitliche Bohrung des Hahnes und die Oeffnung *v* in Verbindung mit der äusseren Atmosphäre, und beim Niederdrücken des Kolbens entweicht die im Stiefel enthaltene Luft. Der Hahn wird nun wieder in die Stellung *a* zurückgedreht, der Kolben wird wieder emporgezogen u. s. f., bis der gewünschte Grad der Luftverdünnung erreicht ist.

Fig. 97.

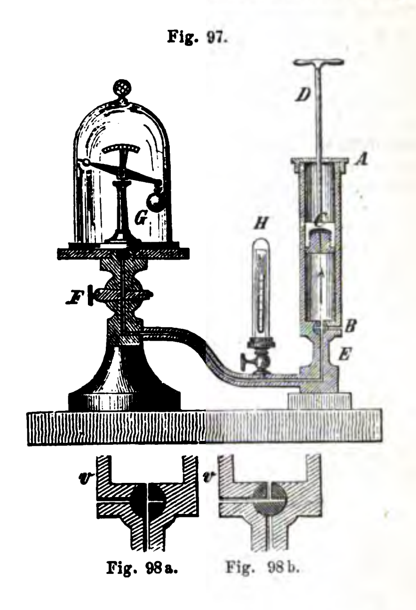
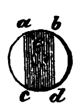


Fig. 98a. Fig. 98b.

Um das lästige Drehen des Hahnes zu vermeiden, hat man denselben bei der Ventilluftpumpe durch ein Bodenventil und ein Kolbenventil ersetzt, die ganz ähnlich wie bei der Saugpumpe (§ 96) angeordnet sind.

Anstatt der mit Leder überzogenen Klappenventile, welche nicht hinreichend luftdicht schliessen und ausserdem zu schwer sein würden, um bei fortschreitender Verdünnung durch den geringen, im Recipienten noch stattfindenden Luftdruck gehoben zu werden, wendet man in der Regel sogenannte Blasenventile an, welche aus einem rechteckigen Streifen Blase *a b c d* (Fig. 99) gebildet sind, der eine kleine in der Bodenplatte des Stiefels befindliche Oeffnung *e* bedeckt und an zwei gegenüberliegenden Seiten *a b*, *c d* befestigt ist. Durch einen von unten her wirkenden Luftdruck wird derselbe leicht gehoben und gestattet der Luft den Durchgang; durch einen von oben her wirkenden Druck dagegen wird er luftdicht gegen die Messingplatte gedrückt.

Fig. 99.



Als Recipient dient bei den meisten Versuchen mit der Luftpumpe eine Glasglocke mit breitem, vollkommen eben abgeschliffenem Rande, welche auf den ebenen Teller der Luftpumpe gesetzt wird, nachdem man den Rand zu besserer Dichtung mit einer geringen Quantität Fett bestrichen hat. Der Grad der Verdünnung wird durch die Barometerprobe (Fig. 97) *H* angegeben, welche ein abgekürztes Heberbarometer bildet, dessen Schenkel nur 10—15 cm lang sind. Der geschlossene Schenkel ist ganz mit Quecksilber gefüllt und durch sorgfältiges Auskochen von jeder Spur von Luft befreit. So lange der Luftdruck im Recipienten der Luftpumpe noch nicht unter die Grösse herabgesunken ist, welche der Niveaudifferenz beider Schenkel entspricht, bleibt der geschlossene Schenkel ganz mit Quecksilber gefüllt. Dasselbe beginnt erst zu sinken, wenn ein der Höhe dieser Quecksilbersäule entsprechender Grad der Verdünnung erreicht ist. Von diesem Augenblick an giebt die Niveaudifferenz, welche an der Skala der Barometerprobe abgelesen wird, den noch vorhandenen Luftdruck an. Um auch geringere Grade der Verdünnung messen zu können, setzt man mit dem Recipienten das obere Ende eines oben und unten offenen, mehr als 760 mm (28 par.") langen, vertikalen Glasrohres in Verbindung, dessen unteres Ende in ein Gefäss mit Quecksilber taucht. Wenn die Luft im Recipienten verdünnt wird, so wird eine Quecksilbersäule im Rohr emporgesaugt, deren Höhe den erreichten Grad der Verdünnung angiebt. Wenn die vollkommene Luftleere im Recipienten erreicht wäre, so müsste diese Höhe der Barometerhöhe gleich sein.

Selbst mit der besten Luftpumpe ist es nicht möglich, einen absolut luftleeren Raum zu erzeugen. Bezeichnet v den Rauminhalt des Recipienten, einschliesslich des Verbindungsrohres *EF*, w den Rauminhalt des Pumpenstiefels, so wird sich beim ersten Kolbenzug das Luftvolumen von v Cub.cm auf $v+w$ Cub.cm ausdehnen, mithin die Dichtigkeit im Recipienten nach dem ersten Kolbenzuge nur noch $\frac{v}{v+w}$ der ursprünglichen betragen. Ebenso werden nach n Kolbenzügen die Dichtigkeit und der Druck im Verhältniss von $\left(\frac{v}{v+w}\right)^n$ vermindert sein. Nach einer hinreichend grossen Zahl von Kolbenzügen würde dieser Werth unter jede angebbare Grösse herabsinken, oder es könnte jeder beliebige Grad der Verdünnung erreicht werden. Dies ist aber, auch abgesehen von den aus mangelhafter Dichtung des Kolbens und der Hähne entspringenden Fehlern, nicht möglich. Bei den Hahnluftpumpen bleibt nämlich nach dem Niederdrücken des Kolbens die Bohrung des Hahnes jedesmal mit Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre gefüllt. Wird nun der Hahn gedreht und der Kolben wieder emporgezogen, so breitet sich diese Luft im Stiefel aus. Wenn z. B. der mit Luft gefüllte sogenannte schädliche Raum des Hahnes $\frac{1}{1000}$ vom ganzen Volumen des Stiefels beträgt, so wird die Verdünnung nie weiter als bis auf $\frac{1}{1000}$ der Dichtigkeit der Atmosphäre getrieben werden können. Man muss daher die Grösse dieses schädlichen Raumes möglichst zu verringern suchen. Bei den Ventilluftpumpen kommt zu der Wirkung des nicht ganz zu vermeidenden schädlichen Raumes, der beim Niederdrücken des Kolbens zwischen dem Kolbenventil und Bodenventil übrig bleibt, noch der Widerstand hinzu, welchen die Ventile der Oeffnung durch den schwachen Druck im Recipienten entgegensetzen. Wenn ein gewisser Grad der Verdünnung erreicht ist, vermag dieser Druck das Bodenventil nicht mehr zu heben. Im Allgemeinen gestatten deshalb die Hahnluftpumpen einen höheren Grad der Verdünnung als die Ventilluftpumpen. Der nachtheilige Einfluss des schädlichen Raumes kann zum grössten Theil besei-

tigt werden bei den zweistiefligen Hahnluftpumpen, welche zwei Pumpenstiefel mit abwechselnd auf- und niedergehenden Kolben besitzen. Dies geschieht mittelst des auf besondere Weise durchbohrten Grassmann'schen Hahnes, dessen Einrichtung hier aus Mangel an Raum nicht erläutert werden kann.

Auch die in neuerer Zeit von Geissler u. A. angegebenen Quecksilberluftpumpen, deren Wirkung im Wesentlichen auf der Erzeugung eines Torricelli'schen Vacuums beruht, gestatten die Verdünnung der Luft weiter zu treiben, als dies bei den gewöhnlichen Luftpumpen der Fall ist, und werden namentlich zur Evacuation kleinerer Recipienten mit grossem Vortheil angewendet.

§ 98. Versuche mit der Luftpumpe. 1. Verschliesst man ein offenes cylindrisches Gefäss durch eine auf den eben abgeschliffenen Rand gelegte und mit etwas Fett luftdicht gemachte Glasplatte oder durch ein Stück trockener Blase, so wird dasselbe beim Auspumpen der Luft aus dem Gefäss durch den einseitig wirkenden äusseren Luftdruck zersprengt.

2. Die Magdeburger Halbkugeln. Eine Hohlkugel ist aus zwei mit eben abgeschliffenen Rändern genau auf einander passenden Hälften zusammengesetzt. Die Halbkugeln können leicht getrennt werden, so lange das Innere der Halbkugel mit Luft gefüllt ist. Wird dieselbe durch eine zu diesem Zweck angebrachte, durch einen Hahn verschliessbare Oeffnung evacuirt, so ist zur Trennung eine sehr grosse Kraft erforderlich.

Otto v. Guericke stellte diesen Versuch i. J. 1654 vor dem Reichstag zu Regensburg mit zwei Paar Halbkugeln von $^2/_3$ und 1 Elle Durchmesser an. Letztere konnten durch die Kraft von 24 Pferden nicht auseinander gerissen werden. Es ist leicht, die Grösse der zur Trennung erforderlichen Kraft zu berechnen (§ 90). Die Glocke des Recipienten haftet, sobald sie evacuirt worden ist, so fest auf dem Teller der Luftpumpe, dass es unmöglich ist, dieselbe aufzuheben oder seitwärts zu verschieben.

3. Quecksilber wird durch den Luftdruck durch eine dicke, senkrecht gegen die Fasern geschnittene Platte von Buchsbaumholz gepresst.

4. Ein mit Quecksilber gefüllter Heber hört unter der Glocke der Luftpumpe auf zu fliessen. (Vergl. § 100).

5. Versuche, welche auf der Expansion abgeschlossener Luftmassen beruhen. Ein hohler Gummiball oder eine schlaff zugebundene Blase bläht sich unter der Glocke der Luftpumpe auf, der Wasserstrahl eines unter die Glocke gestellten Heronsballs beginnt zu springen, sobald evacuirt wird u. s. w.

6. Entweichen absorbirter Gase. Aus Brunnenwasser steigen beim Evacuiren zahlreiche Luftbläschen auf, welche von absorbirten Gasen, namentlich Kohlensäure, herrühren (§ 107). Kohlensäurehaltige Getränke (Selterwasser, Bier) beginnen ausserordentlich stark zu schäumen.

7. Lauwarmes Wasser kann durch Evacuiren der Luft zum Sieden gebracht werden, wobei seine Temperatur sinkt, da die zur Dampfbildung erforderliche Wärme dem Wasser entzogen wird (§ 209).

8. Stellt man unter den Recipienten ein Schälchen mit Wasser über ein grösseres Gefäss mit concentrirter Schwefelsäure, so wird die Temperatur des Wassers durch die schnelle Verdunstung im Vacuum nach einiger Zeit bis zum Gefrieren erniedrigt (§ 211).

9. Ein Stück Metall und eine Flaumfeder fallen im luftleeren Raum gleichschnell (§ 32).

10. An einem kleinen Wagebalken *G* (Fig. 97, Seite 89) ist einerseits eine Hohlkugel von Glas, andererseits ein Metallgewichtchen angebracht, so dass im lufterfüllten Raum der Wagebalken im Gleichgewicht ist und horizontal schwebt. Beim Evacuiren sinkt das Ende des Wagebalkens,

an welchem die Glaskugel aufgehängt ist, beim Zuströmen der Luft stellt sich das Gleichgewicht wieder her (vergl. § 103).

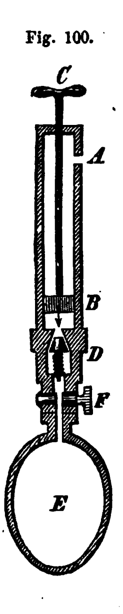
11. Lichtflammen verlöschen, Thiere, namentlich warmblütige, sterben sogleich im luftleeren Raum, Schiesspulver kann nicht entzündet werden — Folgen des Mangels an Sauerstoff (§ 19).

12. Der Schall eines unter dem Recipienten befindlichen Glöckchens wird unhörbar, wenn die Luft ausgepumpt ist (§ 121).

Damit der Versuch gelinge, muss dafür gesorgt sein, dass die Glocke durch unelastische Körper, welche den Schall nicht fortpflanzen, von dem Körper der Luftpumpe getrennt sei.

§ 99. Die Compressionspumpe dient dazu, die atmosphärische Luft oder andere Gase in einem Recipienten zu verdichten. Der Recipient besteht in der Regel aus Metall (Kupfer, Gussstahl u. dgl.) und muss hinreichend starke Wände besitzen, um den beabsichtigten Druck ohne Gefahr des Zerspringens auszuhalten. Jede Hahnluftpumpe kann bei umgekehrter Stellung des Hahns auch zum Comprimiren der Luft benutzt werden. Einfacher ist folgende Einrichtung der Compressionspumpe. In dem Stiefel *AB* wird der Kolben *B* mittelst des an der Kolbenstange befestigten Handgriffs *C* auf und nieder bewegt. Am unteren Ende des Stiefels ist bei *D* ein Kegelventil angebracht, d. i. ein kegelförmiges Metallstück, welches die hohlkegelförmige Bohrung am unteren Ende des Stiefels genau verschliesst, wenn es von unten her gegen dieselbe gedrückt wird, welches aber beim Niederdrücken des Kolbens der Luft den Durchgang in der Richtung vom Stiefel nach dem Recipienten *E* gestattet. Beim Aufziehen des Kolbens schliesst sich das Ventil *D* und hindert den Rücktritt der Luft aus dem Recipienten in den Stiefel. Bei *A* ist in der Seitenwand des letzteren eine Oeffnung angebracht. Wird der Kolben bis über diese Oeffnung emporgezogen, so füllt sich der Stiefel von Neuem mit Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre, welche beim nächsten Kolbenstoss in den Recipienten gepresst wird u. s. f.

Fig. 100.



Der Raum, welcher beim Niederdrücken des Kolbens zwischen diesem und dem Bodenventil übrig bleibt, wirkt hier, ähnlich wie bei den Verdünnungsluftpumpen, als schädlicher Raum, welcher hindert, die Verdichtung bis über eine gewisse Grenze zu steigern. Indess giebt man bei den Compressionspumpen häufig absichtlich dem schädlichen Raum eine gewisse Ausdehnung, um sich vor den gefährlichen Folgen einer durch Versehen zu weit gesteigerten Compression zu sichern.

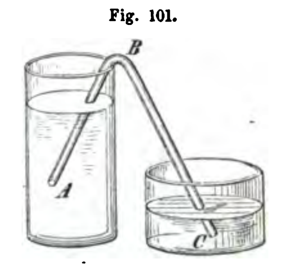
Im hohlen Kolben der Windbüchse wird vor dem Gebrauch die Luft bis auf 8—10 Atmosphären comprimirt. Wenn das den Recipienten verschliessende Ventil durch den Drücker für einen Moment geöffnet wird, so strömt ein Theil der im Kolben comprimirten Luft aus und treibt durch ihren Druck die Kugel mit grosser Geschwindigkeit aus dem Lauf. Man kann auf diese Weise mehrere Schüsse nach einander thun, ohne die Luft von Neuem zu comprimiren, wobei freilich der Druck der eingeschlossenen Luft und mithin die Geschwindigkeit des Geschosses bei jedem folgenden Schusse etwas geringer wird.

Wichtiger ist der Gebrauch, welchen man von der Compressionspumpe gemacht hat, um Kohlensäure, Ammoniak, Cyangas und andere coërcible Gase in den tropfbar flüssigen Zustand überzuführen (s. unter Wärmelehre § 212).

§ 100. Einige Apparate, deren Wirksamkeit auf den Gesetzen des Luftdruckes beruht. Der Heber ist eine gebogene Röhre mit zwei ungleich langen Schenkeln, welche zur Ueberführung einer Flüssig-

keit aus einem Gefäss in ein anderes dient. Taucht der kürzere Schenkel *AB* (Fig. 101) in das mit Wasser oder einer anderen Flüssigkeit gefüllte Gefäss *A*, und füllt man den Heber durch Saugen bei *C* mit Flüssigkeit, so beginnt diese bei *C* auszufliessen, indem sie fortdauernd im kürzeren Schenkel *AB* aufsteigt und im längeren *BC* herabfliesst, bis das Flüssigkeitsniveau das Ende des kürzeren Schenkels *A* erreicht hat. Lässt man den längeren Schenkel *C* in ein zweites Gefäss münden, so dauert das Fliessen nur so lange, bis das Flüssigkeitsniveau in beiden Gefässen in gleicher Höhe steht. Der Luftdruck wirkt nämlich auf das Flüssigkeitsniveau auf beiden Seiten gleich stark, und wenn das Niveau auf beiden Seiten gleich ist, so üben auch die in den Schenkeln des Hebers vom Scheitel *B* bis zum Flüssigkeitsniveau enthaltenen Flüssigkeitssäulen gleichen Druck aus (§ 73). Ist dagegen das Niveau auf beiden Seiten ungleich, so überwiegt der Druck der Flüssigkeitssäule, deren vertikale Höhe die grössere ist, und treibt die Flüssigkeit nach der Seite des niederen Niveaus.

Fig. 101.



Man bedient sich zu Heberröhren zweckmässig biegsamer Kautschukschläuche. — Im völlig luftleeren Raum versagt der Heber seinen Dienst, indem bei mangelndem Luftdruck die Flüssigkeit nicht mehr von *A* bis *B* aufzusteigen vermag, sondern bei *B* sich theilt und in jedem von beiden Schenkeln bis zu dem Niveau der Flüssigkeit im äusseren Gefässe herabsinkt, so dass bei *B* ein luftleerer Raum entsteht. (Vergl. § 98, 3.)

§ 101. Der Stechheber (Fig. 102) ist ein längliches röhrenförmiges, oben und unten mit engen Oeffnungen versehenes Gefäss, dessen man sich bedient, um Flüssigkeitsproben aus Gefässen mit enger Mündung, z. B. aus Fässern, emporzuheben. Taucht man das Gefäss in die Flüssigkeit, während beide Zugänge *A* und *B* offen sind, so füllt es sich bis zum Niveau der äusseren Flüssigkeit, indem die aus dem Gefäss verdrängte Luft bei *A* entweicht. Wird dann beim Emporheben die Oeffnung *A* durch den darauf gedrückten Daumen verschlossen, so wird der Wiedereintritt der Luft verhindert und das Gefäss bleibt zum grössten Theil mit Flüssigkeit gefüllt, welche bei *B* abfliesst, sobald der Finger von *A* entfernt wird. Die Oeffnung bei *B* muss eng genug sein, um das Eindringen von Luftblasen durch dieselbe zu verhindern. Eine ähnliche Vorrichtung im kleineren Massstabe ist die Pipette.

Fig. 102.

A

B

§ 102. Das Mariotte'sche Gefäss mit constantem Niveau wird benutzt, wo es sich darum handelt, einen Flüssigkeitsstrahl unter constant bleibender Druckhöhe ausfliessen zu lassen (vergl. § 84). Eine grosse Flasche *A* (Fig. 103) sei mit Wasser gefüllt und durch einen Kork verschlossen, durch welchen eine oben und unten offene Glasröhre *AB* hindurchgeht. Ausserdem besitze dieselbe in der Nähe des Bodens eine Seitenöffnung *C*. Wird die Oeffnung der Röhre *B* verschlossen, so kann bei *C* kein Wasser abfliessen, weil bei *B* keine Luft eintreten kann. Wird *B* geöffnet, so beginnt das Wasser bei *C* auszufliessen. Das Niveau des Wassers in der Röhre *AB* sinkt sogleich bis zum unteren Ende der Röhre *A* herab, und ein der ausfliessenden Wasser-

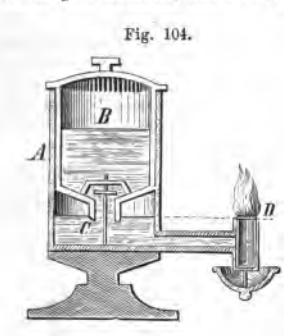
menge entsprechendes Luftvolumen tritt durch *BA* ein und steigt in Blasen durch das Wasser in den oberen Raum der Flasche empor. Der Ausfluss geschieht dabei fortdauernd mit einer der Druckhöhe *AD* entsprechenden Geschwindigkeit. Die Wassertheilchen bei *A* stehen nämlich unter demselben Atmosphärendruck, wie bei *C*; der Druck der Wassersäule *AE* wird dadurch im Gleichgewicht gehalten, dass die Luft bei *E* im oberen Theil der Flasche etwas verdünnt ist und einen geringeren Druck auf das Wasserniveau ausübt, als die Atmosphäre bei *C*. Durch Emporziehen oder Herabsenken der Glasröhre *AB* kann die Druckhöhe und somit die Ausflussgeschwindigkeit beliebig modificirt werden.

Fig. 103.



Auf einem ganz ähnlichen Princip beruht die Vorrichtung, deren man sich bei Oellampen bedient, um das Niveau des Brennöles constant auf der Höhe des Dochtrandes zu erhalten. In das weitere cylindrische Gefäss *A* ist umgekehrt das engere Gefäss *B* gestürzt, welches oben luftdicht geschlossen ist, unten aber bei *C* in eine kurze, offene Röhre mündet. Das Gefäss *B* ist mit Oel gefüllt. Dieses kann eben nur so lange ausfliessen, als bei *C* Luft eintreten kann. Sobald daher das Niveau des Oeles im weiteren Gefäss bis *C* gestiegen ist, hört das Ausfliessen des Oeles aus *B* auf oder dauert nur in dem Masse fort, als durch das Verbrennen ein Theil des Oeles bei *D* verzehrt wird. Der Rand des Dochthalters muss sich in gleicher Horizontalebene mit dem Rande der Ausflussöffnung *C* befinden.

Fig. 104.



§ 103. **Gewichtsverlust der Körper in der Luft; Einfluss desselben auf Wägungen.** Genau dieselben Betrachtungen, durch welche in der Hydrostatik (§ 75) nachgewiesen wurde, dass ein in eine Flüssigkeit eingetauchter Körper durch den Druck derselben einen scheinbaren Gewichtsverlust erleidet, welcher dem Gewicht des verdrängten Flüssigkeitsvolumens gleich ist, sind auch auf Körper anwendbar, welche dem allseitigen Drucke eines umgebenden gasförmigen Mittels ausgesetzt sind. Ein Körper wird in der umgebenden atmosphärischen Luft herabsinken, schweben oder emporsteigen, je nachdem sein eigenes Gewicht grösser, genau gleich gross oder kleiner ist als das des verdrängten Luftvolumens. Bei der Wägung in der Luft erscheint das Gewicht des zu wägenden Körpers um so mehr verringert, je mehr Luft er verdrängt, oder je geringer seine Dichtigkeit ist (s. oben § 98, 10).

Werden die Gewichte zweier Körper von annähernd gleicher Dichtigkeit verglichen, so kann sich der Gewichtsverlust beider bis auf eine unmerkliche Grösse compensiren. Haben aber die durch Wägung zu vergleichenden Körper sehr ungleiche Dichtigkeit, so muss dieser Umstand bei genauen Wägungen berücksichtigt werden. Bei wissenschaftlichen Untersuchungen, bei welchen es sich um die grösste erreichbare Schärfe der Bestimmungen handelt, müssen die Wägungen im luftleeren Raum vorgenommen oder auf den luftleeren Raum reducirt werden.

§ 104. Luftballon. Wird ein aus leichtem Seidenzeug, welches durch einen Firnissüberzug luftdicht gemacht ist, angefertigter Ballon mit einem Gase gefüllt, dessen Dichtigkeit geringer ist, als diejenige der atmosphärischen Luft, so wird der Ballon in der Luft emporsteigen, sobald das Gewicht des Ballons nebst dem darin enthaltenen Gase und der angehängten Belastung geringer ist, als das der verdrängten Luft. Die Gebrüder Montgolfier brachten zuerst im Jahre 1783 Ballons mittelst durch Feuer erwärmter Luft zum Steigen, wobei stets die grosse Gefahr vorhanden war, dass der Ballon selbst sich durch das unter seiner Oeffnung angebrachte Feuer entzündete. Charles wendete bald darauf zur Füllung des Ballons Wasserstoffgas an. In neuerer Zeit bedient man sich zur Füllung der Luftballons in der Regel des billiger und bequemer herzustellenden Leuchtgases. Da das specifische Gewicht des Leuchtgases beträchtlich grösser ist als das des Wasserstoffgases, so müssen allerdings die Dimensionen des Ballons vergrössert werden, um eine gleiche Steigkraft zu erzielen.

Ist v der Rauminhalt des gefüllten Ballons in Litern ausgedrückt. Ist ferner p das Gewicht eines Liters atmosphärischer Luft beim herrschenden Barometerstand b und bei der Temperatur t, und bezeichnet s das specifische Gewicht des im Ballon enthaltenen Gases, endlich P das Gewicht des Zeuges, aus welchem der Ballon besteht, nebst der angehängten Belastung. Es ist dann das Gewicht der vom Ballon verdrängten Luft $v \cdot p$, das Gewicht des den Ballon füllenden Gases $v \cdot p \cdot s$, der Unterschied beider mithin $vp\,(1-s)$. Der Ballon würde in der Schicht der Atmosphäre, in welcher er sich befindet, gerade im Gleichgewicht sein, wenn $vp\,(1-s) = P$ wäre. Ist die Belastung P geringer, so giebt der Unterschied $vp\,(1-s) - P$ die Steigkraft an, welche übrig bleibt, oder das Gewicht, welches der Belastung noch hinzugefügt werden müsste, um den Ballon im Gleichgewicht zu erhalten. Mit wachsender Höhe über die Erdoberfläche nimmt der Barometerstand und in Folge dessen die Dichtigkeit der Luft ab. Ist b_0 der Barometerstand an der Erdoberfläche, b_h der Barometerstand in der Höhe h, ferner p_0 und p_h das Gewicht eines Liters Luft an der Erdoberfläche und in der Höhe h, und bezeichnet wie oben s das specifische Gewicht des Gases, mit welchem der Ballon gefüllt ist, so wird derselbe bis zu einer Höhe steigen, in welcher

$$v \cdot p_h\,(1-s) = P$$

ist. Wäre die Temperatur innerhalb der ganzen Höhe der Luftsäule gleich, so hätte man $p_h = p_0 \cdot \frac{b_h}{b_0}$, und indem man diesen Werth in obige Gleichung einsetzt, erhält man $\frac{b_h}{b_0} = \frac{P}{vp_0\,(1-s)}$. Aus dem Verhältniss der Barometerstände $\frac{b_h}{b_0}$ kann aber nach § 95 die Höhe h leicht gefunden werden.

§ 105. Ausströmungsgesetze der Gase. Für die Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase gelten ähnliche Gesetze wie für die der tropfbaren Flüssigkeiten (§ 84). Die Ausflussgeschwindigkeit wird nämlich ebenfalls durch die Formel

$$v = \sqrt{2gh}$$

dargestellt, wenn h die Höhe einer Gassäule von der Dichtigkeit des ausströmenden Gases vorstellt, welche denjenigen Druck oder die Druckdifferenz hervorbringen würde, unter welcher die Ausströmung erfolgt. Wird daher die Druckdifferenz durch die Höhe H einer Quecksilbersäule gemessen und bezeichnet $D:d$ das Verhältniss der Dichtigkeit des Quecksilbers zu der des ausströmenden Gases, so hat man $H:h = d:D$ (§ 92), mithin

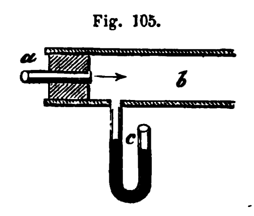
$$v = \sqrt{\frac{2g\,H.D}{d}},$$

woraus unter anderem das von Graham aufgestellte Gesetz sich ergiebt, dass die Ausströmungsgeschwindigkeiten verschiedener Gase unter gleichem Quecksilberdruck den Quadratwurzeln aus ihren specifischen Gewichten umgekehrt proportional sind. So ist z. B. Wasserstoffgas 16mal weniger dicht, als Sauerstoffgas, mithin seine Ausströmungsgeschwindigkeit bei gleicher Druckdifferenz 4mal grösser.

Bei Berechnung der Ausflussmenge der Gase finden ähnliche Bemerkungen statt, wie bei den tropfbaren Flüssigkeiten (§ 85). Die Strömungen der Gase in Röhrenleitungen, wie sie z. B. bei der Gasbeleuchtung in Anwendung kommen, sind complicirteren Gesetzen unterworfen.

Bemerkenswerth sind die Erscheinungen, welche beim Ausfluss eines Luftstromes aus einem engeren in ein weiteres Rohr oder in einen unbegrenzten Luftraum stattfinden. Wird z. B. aus dem engen Rohr *a* in das weitere *b* (Fig. 105) ein Luftstrom in der Richtung des Pfeiles geblasen, so wird dadurch in dem Rohre *b* nicht, wie man glauben könnte, eine Vermehrung, sondern eine Verminderung des Luftdruckes erzeugt, welche sich durch den Stand des Flüssigkeitsniveaus in den beiden Schenkeln des Uförmig gebogenen Rohres *c* zu erkennen giebt und als negativer Druck bezeichnet wird. Die Erscheinung erklärt sich daraus, dass die aus *a* mit einer gewissen Geschwindigkeit austretenden Lufttheilchen, indem sie sich ausbreiten, ihre Geschwindigkeit den im Rohre *b* enthaltenen ruhenden Lufttheilchen mittheilen und dieselben im Sinne ihrer Bewegung mit sich fortzureissen streben. — Aehnliche Saugwirkungen kommen bei der Ausströmung tropfbarer Flüssigkeiten vor. Auf denselben beruht die Wirkung des sogenannten Wassertrommelgebläses, die Erzeugung des Luftzugs im Feuerheerd der Lokomotiven durch das sogenannte Dampfblasrohr (§ 224), die Sprengel'sche Quecksilberluftpumpe, der Giffard'sche Injector zur Einführung des Speisewassers in Dampfkessel u. s. w. Durch negativen Druck, hervorgebracht durch fliessende Quellen im Innern der Insel, deren Nebenklüfte mit den Einflussstellen in Verbindung stehen und durch die das Meerwasser in den Quellstrang aufgezogen wird, hat wohl Wiebel richtig die Meermühlen von Argostoli auf Cephalonia erklärt. Das Meer fliesst daselbst an zwei Stellen direkt in den Erdboden ein und zwar täglich etwa 160000 Cub^m und mit einer Fallhöhe, welche genügt, um an jedem Orte eine Mühle zu treiben, die eine seit 1835, die andere seit 1859 in ununterbrochener Thätigkeit.

Fig. 105.



§ 106. Diffusion der Gase. Setzt man zwei Gefässe, welche verschiedene Gase, z. B. Kohlensäure und Wasserstoffgas, enthalten, mit einander in Verbindung, so findet, selbst wenn das specifisch schwerere Gas im unteren, das specifisch leichtere im oberen Gefäss enthalten ist, eine allmähliche Vermischung beider Gase statt, so dass nach Verlauf einer gewissen Zeit das entstandene Gasgemenge überall dieselbe Zusammensetzung zeigt. Ein solches Gasgemenge ist auch die atmosphärische Luft, in welcher Sauerstoffgas und Stickstoffgas trotz ihres verschiedenen specifischen Gewichts in allen Höhenschichten der Atmosphäre in gleichem Verhältniss (§ 89) gemischt sind. — Trennt man zwei Gase durch eine poröse Scheidewand, z. B. durch eine dünne Platte aus unglasirtem gebranntem Thon, Gyps, Graphit u. s. w., so geht durch die Poren der Scheidewand die Vermischung oder Diffusion beider Gase ebenfalls vor sich. Beide Gase durchdringen jedoch die Scheidewand im Allgemeinen mit ungleicher Geschwindigkeit, und zwar sind diese Diffusionsgeschwindigkeiten, wie Graham gezeigt hat, ebenso wie die Ausflussgeschwindigkeiten (§ 105), den Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten der Gase umgekehrt proportional.

Bringt man daher ein mit atmosphärischer Luft gefülltes und durch eine Platte von porösem Thon verschlossenes Gefäss in eine Atmosphäre von Wasserstoffgas oder Grubengas, so wird in Folge der schnelleren Diffusion dieser specifisch leichteren Gase im Innern des Gefässes eine Vermehrung des Luftdrucks erzeugt, eine Verminderung dagegen, wenn man dasselbe in eine Umgebung bringt, welche Kohlensäure oder ein anderes dichteres Gas enthält. Man hat diese Erscheinung zur Construktion eines Apparats benutzt, der zur Erkennung des Vorhandenseins brennbarer Gase (der sogenannten „schlagenden Wetter") in Kohlenbergwerken bestimmt ist.

§ 107. Absorption der Gase durch feste und flüssige Körper. Die festen Körper besitzen im Allgemeinen die Eigenschaft, die umgebenden Gase an ihrer Oberfläche zu verdichten, so dass jeder Körper, welcher an der atmosphärischen Luft oder in einem anderen Gase oder Gasgemenge gelegen hat, an seiner Oberfläche mit einer durch Adhäsion (§ 81) an derselben haftenden Gasschicht bedeckt ist, welche nur durch erhöhte Temperatur oder durch sorgfältiges Abreiben mit Flüssigkeiten, mit Kohlenpulver oder anderen Substanzen, welche die verdichtete Gasschicht selbst absorbiren, entfernt werden kann (vgl. § 91). In besonders auffallendem Grade zeigt sich aber die Eigenschaft, gasförmige Körper an ihrer Oberfläche zu verdichten oder zu absorbiren, bei porösen Körpern, deren feine Poren in ihrem Innern eine im Verhältniss zum Volumen des Körpers ausserordentlich grosse Oberfläche darbieten. Zu den porösen Körpern, welche ein vorzügliches Absorptionsvermögen für Gase besitzen, gehört vorzugsweise die frisch ausgeglühte Holzkohle. Nach Hunter vermag die Kohle des Buchsbaumholzes bei 0^0 ihr 85faches, die des Campecheholzes ihr 111faches Volumen Ammoniakgas zu absorbiren. Ein ausgezeichnetes Absorptionsvermögen für Gase besitzt ferner das Platin im fein vertheilten Zustand, wie es aus seinen chemischen Verbindungen als Platinschwamm oder Platinmohr ausgeschieden wird. Diese Eigenschaft des Platinschwamms kommt bei der Wasserstoffzündmaschine zur Anwendung, indem ein auf Platinschwamm treffender Wasserstoffstrom an dessen Oberfläche mit solcher Energie verdichtet wird, dass sich der Platinschwamm bis zum Glühen erhitzt (§ 242) und die Entzündung des Wasserstoffgases bewirkt.

Auch durch Flüssigkeiten werden die Gase in verschiedenem und zum Theil sehr beträchtlichem Verhältniss aufgelöst oder absorbirt. Die Quantität des absorbirten Gases ist nach einem von Henry aufgestellten Gesetz dem Druck der mit der Flüssigkeit in Berührung stehenden Gasmasse proportional, so dass bei doppeltem Druck die doppelte Gasmasse absorbirt wird, oder nach dem Mariotte'schen Gesetz (§ 92) die Absorption immer in gleichem Volumenverhältniss stattfindet. Wird daher der Druck vermindert, so entweicht ein Theil des absorbirten Gases (z. B. unter der Glocke der Luftpumpe (§ 98, 6) oder beim Oeffnen einer Selterwasserflasche), durch gesteigerten Druck dagegen wird die absorbirte Gasmenge vermehrt.

Ist ein Gasgemenge mit der Flüssigkeit in Berührung, so kommt für jeden Bestandtheil desselben nur der Partialdruck in Betracht, welchen derselbe ausübt, oder es wird z. B. die absorbirte Kohlensäuremenge dadurch nicht vermehrt, dass man in den über der Flüssigkeit befindlichen, mit Kohlensäuregas gefüllten Raum ein anderes Gas als Kohlensäure, z. B. Stickstoffgas, hineinpresst (vergl. Dalton's Gesetz § 213).

Die Absorptionsfähigkeit nimmt mit steigender Temperatur ab. Beim Sieden des Wassers werden die meisten in demselben absorbirten Gase ausgetrieben.

Wasser absorbirt bei 15° nach Bunsen 727 Vol. Ammoniakgas, 450 Vol. Chlorwasserstoff, 43,5 Vol. schweflige Säure, $3^1/_4$ Vol. Schwefelwasserstoff, 1 Vol. Kohlensäure, $^1/_{34}$ Vol. Sauerstoffgas, $^1/_{70}$ Vol. Stickstoffgas. — Das im frischen Brunnenwasser und in grösserer Menge in Mineralwässern und moussirenden Getränken aufgelöste Gas, welches beim Stehen an der Luft in kleinen Bläschen entweicht, besteht zum grössten Theil aus Kohlensäure.

D. Allgemeine Gesetze der Wellenbewegung flüssiger und elastischer Körper.

§ 108. Wasserwellen. Wird die ebene, horizontale Oberfläche einer im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeitsmasse an einer Stelle erschüttert, z. B. durch einen in die Flüssigkeit fallenden Körper, so beobachtet man, dass sich von dem Erschütterungsmittelpunkt aus ein System von kreisförmigen Wellen mit immer wachsenden Halbmessern ausbreitet. Diese radiale Ausbreitung der Wellenkreise ist jedoch nicht mit einer fortschreitenden Bewegung der Flüssigkeitstheilchen selbst verbunden. An leichten Körperchen, welche auf der Oberfläche der Flüssigkeit schwimmen oder im Innern derselben schweben, beobachtet man nämlich, dass dieselben an der fortschreitenden Bewegung der Welle nicht theilnehmen, sondern nur durch dieselbe gehoben und gesenkt werden oder eine kleine Kreisbahn beschreiben, so dass sie nach dem Vorübergang der Welle an ihre ursprüngliche Stelle zurückgekehrt sind. Der Eindruck des Fortschreitens der Welle wird also nur durch eine Fortpflanzung des Bewegungszustandes hervorgebracht, indem jedes Flüssigkeitstheilchen dem nächstfolgenden seine Bewegung in der Weise mittheilt, dass alle in der Richtung eines Wellenradius auf einander folgenden Theilchen der Reihe nach die gleiche Bewegung machen.

An jeder Welle unterscheidet man den über das ursprüngliche Niveau erhobenen Wellenberg und das unter dasselbe vertiefte Wellenthal. Folgt eine Reihe gleichgestalteter Wellen nach einander, so heisst der Abstand zweier auf einander folgender Wellenberge oder der ihm gleiche Abstand zweier Wellenthäler eine Wellenlänge. Zwei Flüssigkeitstheilchen, welche in der Richtung des Fortschreitens der Wellen um eine Wellenlänge von einander entfernt sind, befinden sich stets in gleichem Bewegungszustand oder in gleicher Schwingungsphase (vergl. § 60); zwei Theilchen, deren Abstand gleich einer halben Wellenlänge ist, befinden sich in entgegengesetzter Schwingungsphase.

Die Gebrüder Weber stellten an einer mit Wasser gefüllten Rinne, deren Seitenwände aus Spiegelglasplatten gebildet waren, Untersuchungen über die Wasserwellen an. Dieselben fanden, dass die in der Nähe der Oberfläche befindlichen Wassertheilchen kreisähnliche, die tieferen Theilchen dagegen elliptische Bahnen beschrieben, deren horizontale Axe grösser war als die vertikale.

§ 109. Fortpflanzungsgeschwindigkeit; Schwingungsdauer und Schwingungszahl. Während ein Wellensystem um eine Wellenlänge fortschreitet, gelangt ein Flüssigkeitstheilchen vom Gipfel eines Wellenberges durch den tiefsten Punkt seiner Bahn wieder bis zum Gipfel des nächstfolgenden Wellenberges; es hat also während dieser Zeit einmal seine Bahn vollständig durchlaufen. Die dazu erforderliche Zeit T heisst Schwingungsdauer. Während dieser Zeit pflanzt sich die Bewegung

um eine Wellenlänge L fort. Bezeichnet daher a die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung, so ist (§ 30):

$$a = \frac{L}{T}, \qquad L = a\,T, \qquad T = \frac{L}{a}.$$

Da im Folgenden häufig von Wellenbewegungen elastischer Körper die Rede sein wird, bei welchen die Schwingungsdauer nur einen kleinen Bruchtheil einer Sekunde beträgt, so ist es in solchen Fällen zweckmässig, an Stelle der Schwingungsdauer die Schwingungszahl oder die Anzahl der in einer Sekunde vollendeten Schwingungen anzugeben. Wird diese mit n bezeichnet, so ist

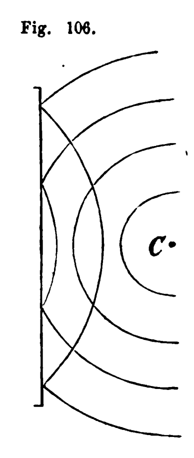
$$T = \frac{1}{n}, \qquad a = n\,L, \qquad L = \frac{a}{n}, \qquad n = \frac{a}{L}.$$

Die Gebrüder Weber beobachteten, dass Wellen auf Flüssigkeiten von verschiedenem specifischem Gewicht (Wasser und Quecksilber) sich mit merklich gleicher Geschwindigkeit fortbewegen, dass aber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Tiefe der Flüssigkeit zunimmt.

§ 110. Interferenz und Reflexion der Wasserwellen. Werden auf einer Flüssigkeitsoberfläche gleichzeitig zwei Systeme von Wellenkreisen erregt, deren Mittelpunkte sich in nicht zu grossem Abstand befinden, so durchkreuzen sich bei fortschreitender Ausbreitung die beiden Systemen angehörigen Wellenkreise, ohne sich gegenseitig in ihrer regelmässigen Fortpflanzung zu stören. Wo zwei gleich hohe Wellenberge zusammentreffen, da entsteht ein Wellenberg von doppelter Höhe, durch Zusammentreffen zweier Thäler von gleicher Tiefe ein Thal von doppelter Tiefe; wo ein Wellenberg des einen Systems mit einem gleichen Wellenthal des anderen Systems zusammentrifft, bleibt das ursprüngliche Niveau ungeändert, indem beide einander gegenseitig aufheben. Dieses Resultat der Zusammenwirkung zweier Wellenbewegungen wird mit dem Namen der Interferenz der Wellensysteme bezeichnet.

Trifft ein System kreisförmiger Wellen bei seiner Ausbreitung auf eine die Flüssigkeit begrenzende, vertikale feste Wand, so wird es von derselben zurückgeworfen oder reflektirt. Es bildet sich nämlich von der Wand aus ein neues System kreisförmiger Wellen (Fig. 106), dessen Mittelpunkt C' eben so weit hinter der reflektirenden Wand liegt, wie der Mittelpunkt des ursprünglichen Systems vor derselben, und beide Systeme interferiren mit einander.

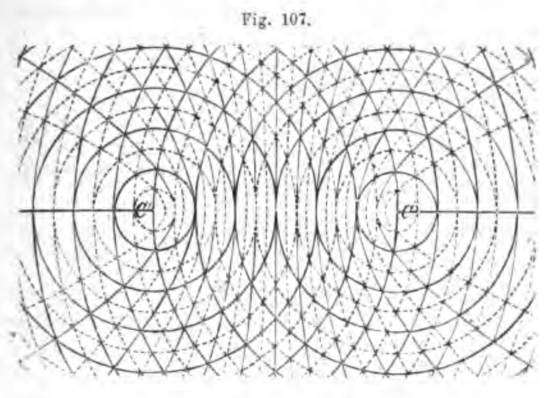
Fig. 106.



Haben zwei interferirende Wellensysteme, welche von den Punkten C und C' aus (Fig. 107) erregt werden, gleiche Schwingungsdauer und Wellenlänge, und befinden sich die beiden Punkte C und C' immer in gleicher Schwingungsphase, so werden an allen Punkten, welche von C und C' gleichen Abstand haben, immer gleiche Schwingungsphasen beider Systeme zusammentreffen, ebenso an denjenigen Punkten, für welche der Unterschied der Entfernungen von C und C' gleich L, $2L$.... ist, oder überhaupt eine ganze Anzahl

von Wellenlängen beträgt. Dagegen treffen stets entgegengesetzte Phasen beider Wellensysteme an denjenigen Punkten zusammen, deren Abstände von C und C' beziehungsweise um $^1/_2\,L$, $^3/_2\,L$ oder überhaupt um eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen von einander verschieden sind. Die an diesen Punkten befindlichen Flüssigkeitstheilchen bleiben also in Ruhe. Aus der Geometrie ist bekannt, dass der geometrische Ort der Punkte, deren Abstände von zwei festen Punkten eine constante Differenz besitzen, eine Hyperbel (§ 57) ist, deren Brennpunkte die beiden festen Punkte sind. In Fig. 107 stellen die stark ausgezogenen Kreise die Wellenberge, die schwachen Kreise die Wellenthäler vor; die stark ausgezogenen Hyperbeln sind die Linien, in welchen durch Zusammentreffen stets gleicher Schwingungsphasen die stärkste Bewegung stattfindet, die schwach gezeichneten Hyperbeln dagegen die Linien, in welchen durch Zusammentreffen entgegengesetzter Schwingungsphasen die Bewegung aufgehoben wird.

Fig. 107.

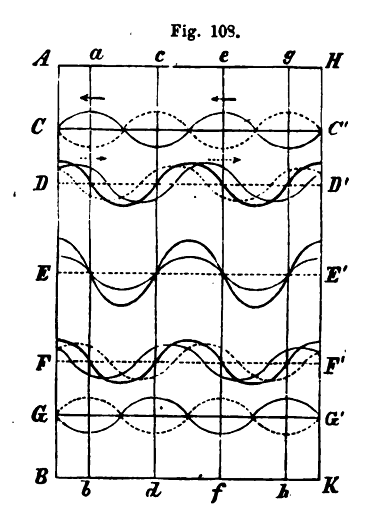


§ 111. Fortschreitende Wellen und stehende Schwingungen flüssiger und elastischer Körper. In ähnlicher Weise, wie auf der Oberfläche von Flüssigkeiten, vermögen sich in elastischen Körpern Wellenbewegungen fortzupflanzen. Der Bewegungszustand, welcher dabei von jedem Theilchen an das benachbarte fortgepflanzt wird, kann dabei entweder in einer seitlichen Verschiebung aus der Gleichgewichtslage (z. B. bei einem gespannten Seil) oder in einer Verschiebung in der Fortpflanzungsrichtung bestehen (wie bei den Luftwellen), wobei an Stelle der Wellenberge und Wellenthäler auf einander folgende abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen treten (s. unten § 112). In engem Zusammenhang mit den fortschreitenden Wellenbewegungen sind ferner die stehenden Schwingungen, bei welchen die Theilchen einer Flüssigkeit oder eines elastischen Körpers gleichzeitig hin- und hergehende Schwingungen von verschiedener Amplitude machen, die sich an derselben Stelle des Körpers immer in gleicher Weise wiederholen, bei denen aber gewisse Stellen, welche man Schwingungsknoten nennt, ganz in Ruhe bleiben, während an den zwischen den Knoten liegenden Schwingungsbäuchen die Bewegung am stärksten ist.

Aus den Betrachtungen des vorigen Paragraphen ist ersichtlich, wie derartige stehende Schwingungen durch die Interferenz fortschreitender Wellen erzeugt werden können. Die schwach gezeichneten Hyperbeln in Fig. 107 stellen die ruhenden Knotenlinien, die starken Hyperbeln die Schwingungsbäuche dar. Insbesondere entstehen häufig stehende Schwingungen durch Interferenz eines ursprünglichen mit einem reflektirten Wellensystem. In Fig. 108 stellen die schwächer ausgezogenen Curven ein in der Richtung der Pfeile fortschreitendes, die punktirten Curven das

von der festen Wand *AB* reflektirte Wellensystem, endlich die stark ausgezogenen Linien das aus der Interferenz beider resultirende System stehender Schwingungen vor. Die Curven *CC'*, *DD'*... stellen dabei auf einander folgende Schwingungszustände dar, welche einem Fortrücken des ursprünglichen Wellensystems um je $1/8$ Wellenlänge oder einem Zeitunterschied von je $1/8$ Schwingungsdauer entsprechen. Man sieht dabei, dass auf den Linien *ab*, *cd*, *ef*, *gh* immer entgegengesetzte Schwingungszustände der direkten und reflektirten Welle zusammentreffen, dass die auf diesen Linien liegenden Punkte also Knotenpunkte der stehenden Schwingungen sind. Bei *CC'* findet das Zusammentreffen entgegengesetzter Schwingungszustände in allen Punkten statt, die stehende Welle reducirt sich daher in diesem Augenblicke auf eine gerade Linie. Nach $1/8$ Schwingungsdauer haben beide Wellen die in *DD'* dargestellte Lage angenommen. Die Ordinate der die stehende Schwingung darstellenden Curve ist in jedem Punkt gleich der algebraischen Summe der Ordinaten der beiden anderen Curven. Wieder nach $1/8$ Schwingungsdauer, in *EE'* fallen überall gleiche Schwingungszustände der direkten und reflektirten Welle zusammen, so dass beide Curven sich in der Figur vollständig decken. Beide Wellen verstärken sich also überall und die stehende Schwingung hat das Maximum ihrer Ausweichung erreicht u. s. f. Denkt man sich *HK* als eine zweite reflektirende Wand, so wird aus der fortdauernd hin und her reflektirten Wellenbewegung die in der Figur dargestellte stehende Schwingung resultiren. Die Schwingungsdauer und Wellenlänge der stehenden Schwingung stimmt mit der der fortschreitenden Welle, aus der sie hervorgegangen ist, überein. Die Entfernung je zweier benachbarter Knotenpunkte beträgt eine halbe Wellenlänge. Die Entfernung des ersten und letzten Schwingungsknotens von den reflektirenden Wänden ist $1/4$ Wellenlänge. Es muss jedoch bemerkt werden, dass die Reflexion der Wellen am befestigten Ende eines Seiles, so wie der Luftwellen an einer festen Wand, in etwas anderer Weise vor sich geht, als die der Flüssigkeitswellen. Da nämlich der Endpunkt des Seiles durch seine Befestigung an der Bewegung gehindert ist, und ebenso die der Wand unmittelbar benachbarten Lufttheilchen in der zur Wand senkrechten Richtung nicht schwingen können, so muss in beiden Fällen an der Stelle selbst, wo die Reflexion stattfindet, ein Schwingungsknoten liegen, oder es müssen daselbst immer entgegengesetzte Phasen der direkten und reflektirten Welle zusammenfallen. Die Welle wird daher mit umgekehrter Phase reflektirt oder die Reflexion erfolgt so, als ob in Fig. 103 nicht *AB*, sondern *ab* die reflektirende Wand wäre. Die Entfernung des nächsten Knotens von der Wand beträgt dann eine halbe Wellenlänge.

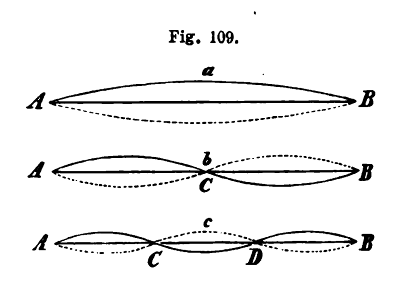
Fig. 108.



Die Erscheinungen der fortschreitenden Wellen und der stehenden Schwingungen lassen sich leicht an einem schlaff gespannten Seil oder an einer elastischen Spiralfeder von Messingdraht (élastique) anschaulich machen. Wird gegen ein Ende des Seiles ein kurzer Schlag von der Seite her geführt, so pflanzt sich die erzeugte Welle am Seile fort, bis sie am anderen Ende reflektirt wird, mit entgegengesetzter Phase zurückkehrt u. s. f. Wiederholen sich die Erschütterungen am Anfangspunkt des Seiles in gewissen gleichen Zeitintervallen, so vereinigen sich die direkten und reflektirten Wellen zu stehenden Schwingungen. Dabei kann entweder das Seil als Ganzes auf- und abschwingen, so dass nur die Enden des Seiles ruhende Knotenpunkte sind, und die ganze Länge des Seiles einen einzigen Schwingungsbauch, entsprechend einer halben Wellenlänge, bildet (Fig. 109a), oder dasselbe kann in zwei, drei oder mehrere durch Knoten getrennte Abtheilungen zerfallen, wobei sich je zwei benachbarte, durch einen Knoten getrennte Theile stets in entgegengesetzten Schwingungsphasen befinden (Fig. 109 b, c), also der

Abstand zweier Knoten einer halben Wellenlänge entspricht. Die Dauer der stehenden Schwingungen ist, wie die der Pendelschwingungen, von der Schwingungsweite unabhängig, so lange diese eine gewisse Grösse nicht überschreitet (vgl. §§ 60, 61). Wenn das Seil als Ganzes schwingt, ist die Schwingungsdauer gleich der Zeit, welche eine fortschreitende Welle braucht, um die Länge des Seiles hin und zurück zu durchlaufen, daher bei gleichbleibender Spannung der Länge des Seiles direkt proportional. Wenn das Seil in 2, 3 . . . Abtheilungen schwingt, ist die Schwingungsdauer $^1/_2$, $^1/_3$ . . . so gross als im ersten Falle. Die Schwingungsdauer ist ferner umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Spannung des Seiles und direkt proportional der Quadratwurzel aus der Dichtigkeit oder dem Gewicht der Längeneinheit des Materials, aus welchem dasselbe besteht. Dieselbe wird nämlich durch die von Taylor aufgestellte Formel ausgedrückt

Fig. 109.



$$T = 2\sqrt{\frac{lG}{gp}},$$

in welcher l die Länge des Seiles, G sein ganzes Gewicht, p die in Gewichtseinheiten ausgedrückte Spannung und g die Intensität der Schwerkraft bezeichnet. Ist k das Gewicht der Längeneinheit der Substanz des Seiles, so wird $G = kl$, mithin

$$T = 2l\sqrt{\frac{k}{gp}},$$

woraus sich die oben ausgesprochenen Sätze ergeben. (Es ist dabei vorausgesetzt, dass die Elasticität des Seiles oder der Saite lediglich von der Spannung, nicht aber von der Steifigkeit des Materials herrührt.) Der Ausdruck $v = \sqrt{\frac{gp}{k}}$ giebt die Geschwindigkeit an, mit welcher sich Transversalwellen am gespannten Seile fortpflanzen.

§ 112. **Longitudinal-, Transversal- und Torsionsschwingungen.** Elastische Körper können auf verschiedene Weise in Schwingungen versetzt werden, welche, ähnlich den Pendelschwingungen, um so länger fortdauern, je vollkommener die Elasticität des schwingenden Körpers ist, und je weniger die Schwingungen durch äussere Bewegungshindernisse (Luftwiderstand u. s. w.) gehemmt werden. Nach der Schwingungsrichtung unterscheidet man drei Arten von Schwingungen. **Longitudinal** heissen die Schwingungen eines elastischen Stabes oder Fadens, wenn die Schwingungsrichtung der einzelnen Theile mit der Längenrichtung des Körpers zusammenfällt; **transversal**, wenn die Schwingungsrichtung auf der Längenrichtung senkrecht steht. Bei den **Torsionsschwingungen** endlich vollführen die einzelnen Theilchen drehende Bewegungen um die Längenaxe des schwingenden Körpers. Alle drei Arten von Schwingungen können sowohl bei fortschreitenden, wie bei stehenden Wellen stattfinden.

Die genannten Schwingungsformen können an einer elastischen Spiralfeder aus Messingdraht, welche durch ein angehängtes Gewicht mässig gespannt ist, leicht nachgewiesen werden. Derselbe Körper kann gleichzeitig in Longitudinal-, Transversal- und Torsionsschwingungen versetzt werden, ohne dass dieselben einander gegenseitig stören. Die im vorigen Paragraphen betrachteten Seilwellen sind Transversalwellen; die Theile des schwingenden Körpers erleiden dabei abwechselnd Ausbiegungen nach entgegengesetzten Richtungen. Bei den Longitudinalschwingungen findet keine Biegung, sondern eine abwechselnde Ausdehnung und Zusammen-

drückung der Theile in der Längenrichtung statt. An den ruhenden Knotenpunkten treten dabei durch das von beiden Seiten her gegen den Knoten hin stattfindende Zusammenrücken und Auseinanderweichen der Theile (s. Fig. 110) abwechselnd die stärksten Verdichtungen und Verdünnungen ein. In der Regel ist die Schwingungsdauer der transversalen Schwingungen grösser als die der longitudinalen. Bei gespannten Saiten z. B. wird das Verhältniss beider durch die Quadratwurzel aus dem Quotienten der durch das spannende Gewicht bewirkten Verlängerung und der ganzen Länge der Saiten ausgedrückt, oder ist $t' = \sqrt{\delta}$, wenn δ diesen Quotienten bezeichnet. Wird z. B. eine Saite durch ein angehängtes Gewicht um $1/_{100}$ ihrer Länge ausgedehnt, so sind die Longitudinalschwingungen 10mal schneller als die transversalen.

Fig. 110.



Wie Saiten und Stäbe, die vorwiegend nach **einer** Richtung ausgedehnt sind, so können gespannte Membranen oder elastische Platten mit **zwei** Hauptdimensionen in Transversalschwingungen versetzt werden, bei welchen die Schwingungsrichtung auf der Ebene der Membran oder Platte senkrecht steht. An Stelle der Knotenpunkte treten dann in Ruhe bleibende **Knotenlinien** auf, die durch aufgestreuten Sand sichtbar gemacht werden können (**Chladni's** Klangfiguren, siehe unten § 118).

Endlich sind auch nach allen drei Dimensionen gleichmässig ausgedehnte elastische Körper fähig, longitudinale und transversale Wellen fortzupflanzen, indem in diesem Falle als **Longitudinalwellen** diejenigen Wellen bezeichnet werden, bei welchen die Schwingungsrichtung der einzelnen Theilchen mit der **Fortpflanzungsrichtung** zusammenfällt, als **Transversalwellen** diejenigen, bei welchen sie auf derselben senkrecht steht. Bei ersteren finden abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen, bei letzteren nur seitliche Verschiebungen der in der Fortpflanzungsrichtung auf einander folgenden Schichten statt. Zur ersten Gattung gehören die **Luftwellen**, welche den **Schall** (§§ 113, 121), zur letzteren die **Aetherwellen**, welche das **Licht** (§ 176) fortpflanzen.

Vierter Abschnitt.

Akustik oder Lehre vom Schall.

§ 113. **Schall, Geräusch, Ton.** Die gasförmigen Körper sind vermöge ihrer grossen Elasticität in vorzüglichem Grade fähig, **Wellenbewegungen** fortzupflanzen. Jede hinreichend intensive Erschütterung der Luft veranlasst ein System von **Longitudinalwellen** (§ 112), welche aus abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehen und sich von dem Erschütterungsmittelpunkte aus nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit, mithin kugelförmig ausbreiten. Wird die Wellenbewegung bis zu unserem Gehörorgan fortgepflanzt, so nehmen wir dieselbe als **Schallempfindung** wahr. Eine unregelmässige Lufterschütterung, wie sie z. B. durch eine Explosion oder durch den Zusammenstoss zweier harter Körper erzeugt wird, wird im Allgemeinen als mehr oder minder lautes **Geräusch** (Knall) empfunden. Von besonderer Wichtigkeit sind aber diejenigen Wellenbewegungen, welche durch die **in gleichen Zeitintervallen sich regelmässig wiederholenden Schwingungen** elastischer Körper hervorgerufen werden, und welche wir, wenn sie schnell auf einander folgen, als musikalische **Töne** wahrnehmen. Bei der Tonempfindung sind zu unterscheiden:

1. die **Stärke** oder **Intensität** des Tones, welche von der **Schwingungsweite** oder **Amplitude** abhängt;

2. die **Höhe** des Tones, welche durch die **Schwingungsdauer**, oder durch die **Anzahl** der Schwingungen bedingt wird, die in einer Sekunde vollendet werden;

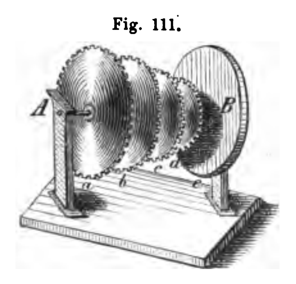
3. der **Klang** des Tones, welcher von der verschiedenen **Form** der Wellen herrührt (vergl. unten § 126).

Verschiedener Klang der Blasinstrumente, Streichinstrumente, der menschlichen Stimme, bei gleicher Tonhöhe.

Damit eine Reihe in gleichen Zeitintervallen auf einander folgender Luftwellen von uns als deutlicher Ton empfunden werde, muss die Anzahl der Wellen in einer Sekunde wenigstens etwa 16, oder die Schwingungsdauer kleiner als $^1/_{16}$ Sekunde sein (§ 115). Da demnach die einem bestimmten Ton entsprechende Schwingungsdauer stets nur ein kleiner Bruchtheil einer Sekunde ist, so ist es zweckmässig, anstatt der Schwingungsdauer stets die Schwingungszahl n anzugeben. Es ist dann $t = \frac{1}{n}$ (§ 109).

§ 114. **Musikalische Tonintervalle, Tonleiter, Sirene von Savart.** Um die den einzelnen Tönen der musikalischen Tonleiter entsprechenden Schwingungszahlen zu ermitteln, bedient man sich verschiedener mechanischer Vorrichtungen, durch welche mittelst schnell auf einander folgender Stösse, deren Zeitintervalle genau bekannt sind, musikalische Töne erzeugt werden können. Eine der einfachsten dieser Vorrichtungen, welche man im Allgemeinen **Sirenen** nennt, ist die von **Savart** angegebene. Auf einer gemeinschaftlichen Umdrehungsaxe AB (Fig. 111) sind mehrere, an ihrem Umfange mit Zähnen versehene Räder von verschiedenem Durchmesser befestigt. Dieselben lassen sich in schnelle Umdrehung versetzen und zum Zweck messender Versuche kann die Anzahl der in einer Sekunde vollendeten Umdrehungen durch ein Uhrwerk geregelt und genau bestimmt werden. Eine auf derselben Axe befestigte Bleischeibe e dient dazu, durch ihr Beharrungsvermögen die Umdrehung möglichst gleichförmig zu erhalten. Wird gegen die Zähne eines der Räder ein elastisches Papierblättchen gehalten, so veranlassen die gegen dasselbe stossenden Zähne während jeder Umdrehung des Rades ebensoviel Schwingungen des Blättchens, als Zähne vorhanden sind, und erzeugen dadurch einen Ton, dessen Höhe von der Anzahl der Zähne und von der Drehungsgeschwindigkeit des Rades abhängt. Mittelst der verschiedenen, auf derselben Axe befestigten Räder lassen sich nun leicht die Verhältnisse der Schwingungszahlen der Töne der Tonleiter bestimmen. Sind z. B. vier Räder vorhanden, die beziehungsweise mit 40, 50, 60, 80 Zähnen versehen sind, und lässt man den Apparat während einer Sekunde 10 Umdrehungen machen, so werden die Schwingungszahlen der durch die vier Räder erzeugten Töne beziehungsweise 400, 500, 600, 800 sein. Der Versuch lehrt nun, dass die vier Töne bei diesen Schwingungsverhältnissen den musikalischen Grundaccord: **Grundton, grosse Terz, Quinte** und **Oktave** bilden. Wählt

Fig. 111.



man z. B. C als Grundton, so ergeben sich die Schwingungsverhältnisse der vier Töne

$$C:E:G:c=4:5:6:8.$$

Im Allgemeinen gilt das schon von Pythagoras erkannte Gesetz, dass diejenigen Tonintervalle, deren Zusammenklingen einen harmonischen Eindruck auf unser Ohr macht, durch die einfachsten Zahlenverhältnisse dargestellt werden. — In obigem Grundaccord sind bereits die hauptsächlichsten harmonischen Tonintervalle enthalten, deren Einklang um so vollkommener ist, durch je kleinere Verhältnisszahlen ihre Schwingungsverhältnisse ausgedrückt werden, nämlich

die Oktave $C:c=1:2$	die grosse Terz	$C:E=4:5$
„ Quinte $C:G=2:3$	„ kleine Terz	$E:G=5:6$
„ Quarte $G:c=3:4$	„ (kleine) Sexte	$E:c=5:8$.

Aus diesen Verhältnissen lassen sich ferner die Schwingungszahlen der übrigen Töne der Tonleiter ableiten. Setzt man, zur Vermeidung von Brüchen, die Schwingungszahl des Grundtons $C=24$, so wird $E=30$, $G=36$, $c=48$, ferner F als Quarte von $C=32$, D als tiefe Quarte von $G=27$, H als Quinte von $E=45$, A als Quarte von $E=40$, so dass man, je nachdem die Schwingungszahl des Grundtons $=24$ oder $=1$ gesetzt wird, folgende Zahlenverhältnisse für die Töne der diatonischen Tonleiter erhält:

C		D		E		F		G		A		H		c
24		27		30		32		36		40		45		48
1		$^9/_8$		$^5/_4$		$^4/_3$		$^3/_2$		$^5/_3$		$^{15}/_8$		3
	$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^{16}/_{15}$		$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^9/_8$		$^{16}/_{15}$	

Das Schwingungsverhältniss der im Grundaccord nicht enthaltenen grossen Sexte $C:A$ ist also $=8:5$. Die in der dritten Reihe zwischen je zwei auf einander folgenden Tönen stehenden Brüche drücken das Verhältniss der Schwingungszahlen dieser Töne aus. Es ist ersichtlich, dass von den drei vorkommenden Tonintervallen zwei sehr nahe gleich sind, indem ihr Quotient $^9/_8:{}^{10}/_9={}^{81}/_{80}$, oder das sogenannte Komma, nur sehr wenig von der Einheit verschieden ist, dass hingegen das Intervall $^{16}/_{15}$ beträchtlich kleiner ist, als die beiden anderen. Man nennt deshalb in der Musik dieses Intervall ein halbes, die beiden anderen ganze Tonintervalle, und zwar unterscheidet man das Intervall $^9/_8$ als grossen, $^{10}/_9$ als kleinen ganzen Ton (Major und Minor). Wie die einfachen Tonintervalle, so sind auch die Quintenintervalle der Tonleiter nicht genau gleich. So müsste z. B. A als reine Quinte von D $40^1/_2$ Schwingungen, anstatt 40 machen, oder das Quintenverhältniss $D:A$ ist um ein Komma zu klein ($40:40^1/_2=80:81$). Man unterscheidet deshalb reine Quinten, welche genau das richtige Verhältniss $2:3$ haben, und verminderte Quinten. Von der Unmöglichkeit, in einer fortlaufenden Reihe von Tönen gleichzeitig alle Quinten und auch alle Oktaven rein zu stimmen, überzeugt man sich durch den sogenannten Quintenzirkel. Indem man nämlich von einem beliebigen Grundton, z. B. $C_{,,}$, ausgehend, immer in Quinten fortschreitet, bis man zu einer höheren Oktave des Grundtones gelangt, erhält man folgende Reihe von Tönen:

$$C_{,,}\ G_{,,}\ D_{,}\ A_{,}\ E\ H\ \begin{matrix}\text{fis}\ \text{cis}'\ \text{gis}'\ \text{dis}''\ \text{ais}''\\ \text{ges}\ \text{des}'\ \text{as}'\ \text{es}''\ \text{b}''\end{matrix}\ f'''\ c''''.$$

Diese Reihe umfasst 12 Quinten und 7 Oktaven. Da c'''' die siebente Oktave von $C_{,,}$ ist, so stehen die Schwingungszahlen beider Töne bei reiner Stimmung der Oktaven im Verhältniss von $1:2^7$. Anderenfalls würde sich ihr Verhältniss, wenn man immer in reinen Quinten fortschreitet, gleich $1:(^3/_2)^{12}$ ergeben. Da nun $(^3/_2)^{12}>2^7$ ist, so ist beides nicht gleichzeitig möglich. Man muss daher, um die Oktaven rein zu erhalten, entweder, wie im obigen Schema der Schwingungszahlen angenommen ist, nur gewisse Quinten rein stimmen, andere dagegen um ein Komma vermindern, diese Stimmung heisst die reine Temperatur, oder man muss den Fehler auf alle Quinten gleichmässig vertheilen und erhält so die gleichschwebende Temperatur. Der Fehler jeder einzelnen Quinte wird dabei so klein, dass

er nur für ein musikalisch feingeübtes Ohr bemerkbar ist. Das Intervall x, welches man der **temperirten** Quinte an Stelle des reinen Verhältnisses $^3/_2$ zu geben hat, ergiebt sich daraus, dass $x^{12} = 2^7$ sein muss, woraus $x = \sqrt[12]{2^7} = 1{,}49831$, ein Werth, welcher von 1,5 nur sehr wenig verschieden ist. Alle ganzen Tonintervalle werden dann ebenfalls unter sich gleich und jedes gleich zwei halben Tonintervallen. Ein halbes Tonintervall wird durch das Verhältniss $1 : \sqrt[12]{2}$ oder $1 : 1{,}05946$ ausgedrückt. Die gleichschwebende Temperatur kommt hauptsächlich bei Instrumenten mit festen Tönen (Pianoforte) zur Anwendung, während z. B. bei Streichinstrumenten die Quinten rein gestimmt zu werden pflegen.

Pythagoras leitete die Schwingungsverhältnisse der Töne aus den Längen der Saiten ab. Die Sirene wurde (1819) von **Cagniard de la Tour** erfunden. Bei der Sirene von **Cagniard de la Tour**, so wie bei derjenigen von **Oppel**, wird der Ton durch einen Luftstrom erzeugt, welcher gegen eine rotirende Scheibe geblasen wird, die mit einer oder mehreren kreisförmigen Reihen von Löchern versehen ist. Befinden sich z. B. in einer Reihe 24 Oeffnungen, in gleichen Abständen vertheilt, so wird der Luftstrom bei jeder Umdrehung der Scheibe 24 mal hergestellt und wieder unterbrochen. Macht also die Scheibe 20 Umdrehungen in jeder Sekunde, so hört man einen Ton von 480 Schwingungen. Die **Oppel**'sche Sirene enthält auf einer Pappscheibe zahlreiche Löcherreihen, welche den harmonischen Tonintervallen entsprechen und zur Erläuterung der Schwingungsverhältnisse der Töne dienen. — Eine Modification der Sirene von Cagniard de la Tour, die **Brown'sche Sirene**, bei welcher an Stelle der comprimirten Luft Dampf von hoher Spannung zur Anwendung gelangt, wird als sogenanntes **Nebelsignal** zur Warnung der Schiffer an der Meeresküste benutzt; ihr durchdringender schriller Ton vermag besser als die Dampfpfeife, oder als Glocken- und Kanonensignale das Getöse der Brandung zu übertönen. Der Schall der auf der Nebelstation **Bülk** thätigen Sirene ist 11 Kilometer weit zu vernehmen.

Von besonderer Wichtigkeit ist noch eine Reihe von Tönen, deren Schwingungszahlen nach den Verhältnissen der natürlichen Zahlenreihe wachsen oder unter einander in den Verhältnissen 1 : 2 : 3 : 4 : . . . stehen. Diese Reihe ist unter dem Namen der **harmonischen Oberreihe** bekannt. Geht man vom Grundton C aus, so erhält man folgende Reihe

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
C	c	g	c′	e′	g′	i′	c″	d″	e″	k″	g″	. . . .

Die Töne 7, 11, welche in dieser Reihe mit i′, k″ bezeichnet sind, sind in der Tonleiter nicht enthalten, indem i′ zwischen a′ und b′, k″ zwischen f″ und fis″ liegt. Schwingende Saiten und Pfeifen vermögen ausser ihrem Grundton noch eine Anzahl höherer Töne zu geben, welche der harmonischen Oberreihe dieses Grundtones angehören (§§ 116, 119).

§ 115. **Absolute Schwingungszahl, Kammerton.** Nachdem im Vorhergehenden die **Verhältnisse** zwischen den Schwingungszahlen der verschiedenen Töne der Tonleiter festgestellt sind, genügt es, die **absolute** Schwingungszahl **eines** bestimmten Tones zu kennen, um daraus die Schwingungen aller übrigen Töne ableiten zu können. Als Ausgangspunkt für die Stimmung der musikalischen Instrumente wird in der Regel der sogenannte **Kammerton a′** gewählt, welcher 440 Schwingungen in einer Sekunde macht und durch die Normalstimmgabel angegeben wird.

Es wird später (§ 125) gezeigt werden, auf welche Weise es möglich ist, eine Stimmgabel mit ausserordentlicher Genauigkeit auf eine bestimmte Zahl von Schwingungen abzustimmen. — So lange eine Normalstimmung nicht festgesetzt war, fanden zwischen den Stimmungen der verschiedenen Orchester beträchtliche Differenzen statt, und namentlich erhöhte sich die Stimmung im Lauf der Zeit immer mehr, bis in **Deutschland** nach dem Vorschlag von **Scheibler** die Schwingungszahl a′ = 440, während in Frankreich a′ = 435 vollständigen oder 870 halben Schwingungen festgesetzt wurde. Demnach bildet $C_{,,} = 16^1/_2$ etwa die untere Grenze der hörbaren Töne, während andererseits ein Ton nicht mehr hörbar ist, wenn seine Schwingungszahl grösser ist, als 40—50000. Die musikalisch gut brauchbaren Töne mit deutlich wahrnehmbarer Tonhöhe haben nach **Helmholtz** zwischen 40 und 4000 Schwingungen, liegen also im Bereiche von 7 Oktaven und ihre Wellenlänge (§ 121) zwischen 8 M. und 8 Cm.

Die tonerregenden Körper können in drei Gruppen eingetheilt werden:

1. durch Spannung elastische Körper — gespannte Saiten und Membranen;

2. durch Steifigkeit elastische Körper — elastische Stäbe und Platten;

3. luftförmige und tropfbar flüssige Körper.

§ 116. Gespannte Saiten und Membranen. Die Gesetze der Tonerregung durch gespannte Saiten ergeben sich aus den früher (§ 111) besprochenen allgemeinen Gesetzen der Schwingungen elastischer Körper. Aus der Taylor'schen Formel ergiebt sich die Schwingungszahl des Grundtones einer gespannten Saite

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gp}{k}}.$$

Die Schwingungszahl ist also der Länge der Saite umgekehrt proportional. Sie wächst in direktem Verhältniss der Quadratwurzel aus der Spannung und ist umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dem Gewicht der Längeneinheit der Saite. Bei gleichbleibender Spannung wird also der Ton durch Verkürzung der Saite, bei gleichbleibender Länge durch vergrösserte Spannung erhöht. Dickere Saiten geben bei gleicher Länge und Spannung tiefere Töne. Darmsaiten geben, da sie leichter sind, höhere Töne als Metallsaiten von gleicher Dicke und Spannung. — Die Tonerregung geschieht durch Anschlagen der Saite mit einem Hämmerchen (Klavier), mit dem Finger (Cither, Guitarre) oder Streichen mit dem durch Kolophonium rauh gemachten Violinbogen (Violine, Cello u. s. w.).

Ausser dem Grundton, bei welchem die Saite als Ganzes schwingt, kann dieselbe noch die Reihe von Obertönen geben, welche der harmonischen Oberreihe des Grundtons (§ 114) entsprechen (Flageolettöne), wobei sich die Saite durch Knotenpunkte in eine Anzahl von Abtheilungen theilt, welche der Ordnungszahl des Obertons entspricht (§ 111). Die Obertöne werden am besten erregt, indem man die gespannte Saite in $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ ... der Länge leise mit dem Finger berührt und dann mit dem Bogen an einer Stelle anstreicht, wo ein Schwingungsbauch liegen muss.

Durch sehr schiefes Anstreichen der Saite mit dem Violinbogen, oder durch Reiben mit einem durch Kolophonium rauh gemachten Tuch kann dieselbe in Longitudinalschwingungen versetzt werden. Die Longitudinaltöne der Saiten sind viel höher als die Transversaltöne.

Die Gesetze der Schwingungen gespannter Saiten werden am Monochord nachgewiesen, welches aus einer Saite besteht, die an beiden Enden festgeklammert werden kann, nachdem derselben durch ein angehängtes Gewicht von willkürlich abzuändernder Grösse eine beliebige Spannung ertheilt worden ist. Durch einen beweglichen Steg kann ein Stück der Saite abgegrenzt werden, dessen Länge an einer unter derselben angebrachten Skala abgelesen werden kann. Die Saite ist über einem aus dünnen elastischen Holzplatten zusammengesetzten hohlen Resonanzkasten aufgespannt. Der Ton einer in freier Luft ausgespannten Saite ist nämlich nur schwach hörbar, weil wegen der geringen Oberfläche der Saite die Schwingungen sich nur in geringem Masse der umgebenden Luft mittheilen. Dadurch aber, dass der Resonanzkasten und die in demselben enthaltene Luftmasse von den Befestigungspunkten der Saite aus in Mitschwingungen versetzt werden, wird die Mittheilung der Schwingungen an die umgebende Luft erleichtert und der Ton lauter hörbar. Es ist deshalb bei allen Saiteninstrumenten ein Resonanzboden oder ein mit Schalllöchern versehener Resonanzkasten angebracht, über welchem die Saiten aufgespannt werden.

Das Stimmen der Saiteninstrumente geschieht in der Regel durch Aenderung der Spannung mittelst eines drehbaren Wirbels. Durch erhöhte Temperatur (§ 198),

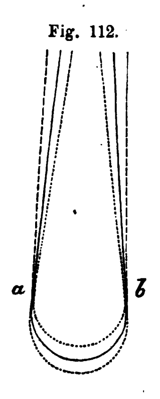
so wie bei Darmsaiten durch Luftfeuchtigkeit (§ 219), wird die Spannung verringert, daher die Tonhöhe vertieft. Bei der Violine, Guitarre u. s. w. werden auf derselben Saite verschiedene Töne erzeugt, indem die Saitenlänge durch den Druck des Fingers auf dem Griffbrett begrenzt wird.

Die Schwingungen gespannter Membranen finden in der Musik eine geringere Anwendung, — z. B. bei Trommeln, Pauken —, und befolgen weniger einfache Gesetze als die der Saiten. Im Allgemeinen wächst die Tonhöhe auch hier mit der Spannung der Membran und nimmt mit wachsender Ausdehnung und Dicke derselben ab. Doch können die Schwingungen einer Membran mannigfaltigen (nicht der harmonischen Oberreihe angehörigen) Tönen entsprechen, indem sich dieselbe durch Knotenlinien auf sehr verschiedene Weise in schwingende Abtheilungen theilen kann. Diese Knotenlinien können durch aufgestreuten Sand sichtbar gemacht werden (vergl. § 118).

§ 117. Elastische Stäbe, Stimmgabel. Elastische Stäbe können in Longitudinal-, Transversal- und Torsionsschwingungen versetzt werden; im Allgemeinen entsprechen den Transversalschwingungen die tiefsten, den Torsionsschwingungen die höchsten Töne. — Die Transversalschwingungen befolgen verschiedene Gesetze, je nachdem der Stab an einem Ende oder an beiden Enden frei, angestemmt oder eingeklemmt ist. Der Ton ist um so höher, je kürzer und dicker der Stab, und je grösser die Elasticität seiner Substanz ist. Bei einem an einem Ende eingeklemmten Stab ist die Schwingungszahl dem Quadrat der Länge umgekehrt proportional. — Ausser dem Grundton vermag der Stab eine Reihe (nicht harmonischer) Obertöne zu geben.

Eine besondere Anwendung finden die Transversalschwingungen elastischer Stäbe bei der Stimmgabel. Dieselbe besteht aus einem Stahlstab mit zwei parallelen Schenkeln, welche durch eine Uförmige Biegung vereinigt sind. An der Biegungsstelle ist die Stimmgabel mit einem Stiel versehen. Die Schwingungen der Stimmgabel erfolgen so, dass, wie in Fig. 112 angedeutet, beide Schenkel gleichzeitig nach aussen oder nach innen schwingen, wobei sich in der Nähe der Biegung, bei a und b, zwei ruhende Knotenpunkte bilden. Die Transversalschwingungen der Stimmgabel theilen sich dem Stiel als Longitudinalschwingungen mit. Der Ton der angeschlagenen Stimmgabel ist wenig hörbar, so lange dieselbe mit der Hand am Stiel in freier Luft gehalten wird. Er wird laut hörbar, sobald der Stiel auf einen festen Körper aufgesetzt wird, der als Resonanzboden (§ 116) dient. Zweckmässig wird mit der Stimmgabel ein Resonanzkasten verbunden, dessen Dimensionen der Schwingungszahl der Stimmgabel entsprechend gewählt sind. Ausser ihrem Grundton vermag die Stimmgabel noch die Oktave desselben und eine Reihe anharmonischer Obertöne zu geben.

Fig. 112.



Um die Schwingungen einer Stimmgabel graphisch darzustellen, befestigt man etwa an dem Ende des einen Schenkels der Gabel seitwärts ein Stiftchen und zieht dann der schwingenden Gabel entlang berusstes Papier mit gleichförmiger Geschwindigkeit vorüber, so dass das Stiftchen auf dem Papier einen feinen Strich hinterlässt. Das Papier ist dazu am Besten über eine Walze gezogen, welche durch ein Uhrwerk in gleichförmige Rotation versetzt wird.

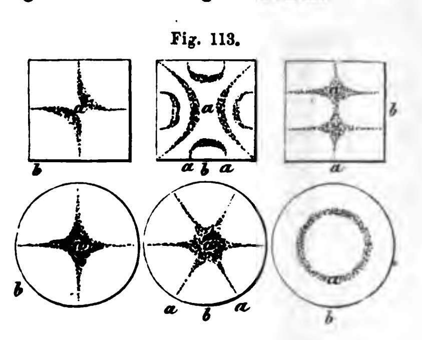
Die Longitudinaltöne der Stäbe können durch Reiben mit einem feuchten oder durch Kolophonium rauh gemachten Tuch erregt werden. Die Schwingungszahl des Grundtons ist der Länge des Stabes umgekehrt proportional, im Uebrigen von der Dicke desselben unabhängig und ledig-

lich von der Elasticität seiner Substanz bedingt (§ 111). Die sogenannte **Stabharmonika** besteht aus einer Reihe von Rohrstäben, deren Längen den Schwingungszahlen der Töne der Tonleiter umgekehrt proportional abgemessen sind.

§ 118. **Elastische Platten** können, wie gespannte Membranen, auf mannigfaltige Weise in Schwingungen versetzt werden, indem sie sich durch Knotenlinien in einzelne schwingende Abtheilungen theilen.

Chladni machte 1787 die Knotenlinien dadurch sichtbar, dass er feinen Sand auf die schwingende Platte streute. Die Sandkörnchen wurden von den in Bewegung befindlichen Theilen der Platte fortgeschleudert und sammelten sich auf den ruhenden Knotenlinien an (Fig. 113). Am mannigfaltigsten sind die so entstehenden **Chladni'schen Klangfiguren** bei regelmässig gestalteten, z. B. quadratischen Platten. Den tiefsten Tönen, welche eine Platte zu geben vermag, entsprechen die einfachsten, den höchsten Tönen die complicirtesten Figuren.

Fig. 113.



Die Töne werden am besten durch Anstreichen mittelst des Violinbogens (bei b) erzeugt, während die Platte an solchen Punkten, durch welche die Knotenlinien gehen sollen (bei a), eingeklemmt oder mit dem Finger berührt wird. Auch gekrümmte elastische Platten (Gläser, Glocken) theilen sich durch Knotenlinien in einzeln schwingende Abtheilungen. An einem zur Hälfte mit Wasser gefüllten Weinglase können diese durch die Wirbelbewegungen des Wassers sichtbar gemacht werden. Einen eigenthümlichen spiralförmigen Verlauf zeigen die Knotenlinien auf Glasröhren, welche durch Combination von longitudinalen mit transversalen oder Torsionsschwingungen erzeugt werden.

Eine andere Art von Klangfiguren erzeugte **Faraday**, indem er Bärlappsamen auf die schwingende Platte streute. In Folge der durch die Schwingungen erzeugten wirbelförmigen Luftbewegung sammelt sich dieser in rundlichen wirbelnden Häufchen an den Stellen der stärksten Schwingungen an.

§ 119. **Tonerregung durch luftförmige Körper, offene und gedeckte Pfeifen.** Die luftförmigen Körper sind vermöge ihrer grossen Elasticität nicht nur zur Fortpflanzung der Schallwellen, sondern auch zur Tonerregung durch stehende Schwingungen in hohem Grade geeignet. Jede durch die Wände eines Gefässes begrenzte Luftmasse ist solcher stehender Schwingungen fähig, welche in derselben durch Resonanz (z. B. durch eine über die Oeffnung des Gefässes gehaltene, auf den entsprechenden Ton abgestimmte Stimmgabel), durch Anblasen mittelst eines gegen den Rand des Gefässes gerichteten Luftstromes, oder auf andere Weise erzeugt werden können. Besonders häufig kommen zur Anwendung die stehenden Schwingungen der Luft in röhrenförmigen Gefässen oder **Pfeifen**. Bei den **Lippenpfeifen** wird der Ton mittelst des an einem Ende des Rohres angebrachten Mundstückes erregt, und man unterscheidet **offene** und **gedeckte** (gedackte) Pfeifen, je nachdem das andere Ende der Röhre offen oder verschlossen ist.

Bei den Lippenpfeifen der Orgel gelangt die Luft aus der Windlade in den sogenannten Fuss a (Fig. 114), aus welchem dieselbe durch einen

schmalen Spalt *b* ausströmt*). Der aus dem Spalt austretende Luftstrom bricht sich an der gegenüberstehenden Kante *c*, welche die Lippe genannt wird. Der Zwischenraum zwischen Spalt und Lippe heisst die Mundöffnung. — Ganz ähnlich ist das Flötenmundstück eingerichtet.

Für die Bestimmung der Tonhöhe der Pfeifen gilt die Regel, dass sich am geschlossenen Ende einer Pfeife stets ein Schwingungsknoten, am offenen Ende ein Schwingungsbauch befinden muss. Am geschlossenen Ende sind nämlich die Lufttheilchen durch die die Röhre begrenzende Gefässwand an der Bewegung gehindert, es können daselbst nur abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen stattfinden. Am offenen Ende hingegen besitzen die Lufttheilchen wegen des freien Zusammenhanges mit der Atmosphäre volle Beweglichkeit, darum kann dort eine beträchtliche Verdichtung oder Verdünnung nicht stattfinden.

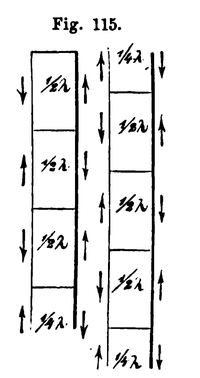
Fig. 114.

Bezeichnet a die Geschwindigkeit, mit welcher die Schallwellen in der Luft fortschreiten, λ die Wellenlänge und l die Länge der Pfeife, so ist (§ 109) die Schwingungszahl $n = \frac{a}{\lambda}$. Wenn eine offene Pfeife ihren tiefsten Ton oder Grundton giebt, so ist nur ein Schwingungsknoten vorhanden, welcher in der Mitte der Pfeife liegt, also von jedem der Schwingungsbäuche an den offenen Enden der Pfeife um $^1/_4$ Wellenlänge oder $^1/_4\,\lambda$ entfernt ist (§ 111). Es ist demnach $l = \frac{1}{2}\lambda$,

$$\lambda = 2\,l,\ n_1 = \frac{a}{2l}.$$

Beim zweiten Ton der Pfeife sind zwei Schwingungsknoten vorhanden, welche unter sich um $^1/_2\,\lambda$ und von jedem offenen Ende der Pfeife um $^1/_4\,\lambda$ entfernt sind. Es ist daher $l = \lambda$ und $n_2 = 2\frac{a}{2l}$; ebenso ergeben sich für die folgenden Obertöne der offenen Pfeife die Schwingungszahlen $3\frac{a}{2l}$, $4\frac{a}{2l}$, ... oder die offene Pfeife vermag alle Töne der harmonischen Oberreihe zu geben.

Fig. 115.



Bei der gedeckten Pfeife liegt ein Schwingungsknoten am geschlossenen Ende. Beim Grundton der Pfeife ist dieser der einzige, mithin $l = \frac{1}{4}\lambda$, $\lambda = 4l$, $n_1 = \frac{a}{4l}$, woraus folgt, dass der Grundton der gedeckten Pfeife die tiefere Oktave des Grundtones einer offenen Pfeife von gleicher Länge ist, oder dass eine gedeckte Pfeife denselben Grundton giebt, wie eine offene Pfeife von doppelter Länge. Beim ersten Oberton der gedeckten Pfeife ist

*) Der Spalt ist in der Fig. absichtlich zu breit gezeichnet worden.

ausser dem Schwingungsknoten am Ende ein zweiter Schwingungsknoten vorhanden, dessen Abstand vom geschlossenen Ende mit $^1/_2\ \lambda$, vom offenen Ende der Pfeife hingegen $^1/_4\ \lambda$ beträgt, es ist aber $l = \frac{3}{4}\lambda$, $\lambda = \frac{4}{3}l$ und $n_2 = 3\frac{a}{4l}$, ebenso ergeben sich für die folgenden Obertöne die Schwingungszahlen $5\frac{a}{4l}$, $7\frac{a}{4l}$.... oder die gedeckte Pfeife giebt nur die ungeraden Töne der harmonischen Oberreihe.

Das Ansprechen des Grundtones oder der verschiedenen Obertöne einer Pfeife kann durch die verschiedene Weite des Spaltes b und der Mundöffnung $b\ c$, sowie die verschiedene Stärke des Luftstromes bewirkt werden. Die in Fig. 115 angedeutete Lage der Knoten und Schwingungsbäuche kann nach Hopkins in einer Glaspfeife dadurch sichtbar gemacht werden, dass man eine über einen Ring gespannte dünne Membran, auf welche Sand gestreut ist, mittelst eines Drahtes in der Pfeife auf und ab bewegt. Der Sand bleibt in Ruhe, wenn die Membran sich an einem Knotenpunkte befindet — auch klingt der Ton der Pfeife nur in diesem Falle rein, da sonst die Luftschwingungen durch die Membran gehemmt werden. Die Erfahrung hat übrigens gelehrt, dass die Entfernung des letzten Knotens vom offenen Ende der Pfeife etwas kleiner ist als $^1/_4\ \lambda$.

Für eine annähernde Schätzung der Tonhöhe kann in atmosphärischer Luft $a = 332^m$ (1024 par'), angenommen werden (§ 121), und da ausserdem näherungsweise die Schwingungszahl des Tones $C_{,,} = 16$ gesetzt werden kann (§ 114), so ist $C_{,,}$ der Grundton einer offenen 32füssigen oder einer gedeckten 16füssigen Orgelpfeife. Da die Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Gasen der Quadratwurzel aus der Dichtigkeit umgekehrt proportional ist, so hängt auch die Tonhöhe einer Pfeife von der Beschaffenheit des darin enthaltenen Gases ab (s. unten § 122).

Für die stehenden Schwingungen der Luftsäule ist es unwesentlich, ob die Röhre gerade oder gebogen, weit oder eng ist, wenn nur scharfe Biegungen vermieden werden und der Durchmesser des Rohres hinreichend klein ist im Verhältniss zur Länge. Man giebt deshalb den Röhren der Blasinstrumente (Trompete, Waldhorn) bei grösserer Länge eine gewundene Gestalt. Das Material des Rohres (Holz, Metall) ist nicht auf die Tonhöhe, wohl aber auf den Klang des Tones von Einfluss. — Die Tonhöhe der Blasinstrumente kann abgeändert werden, entweder durch Verlängerung und Verkürzung des Rohres durch Auszüge oder Ventile (Posaune, Waldhorn), oder durch Seitenöffnungen des Rohres, welche mit den Fingern oder durch Klappen verschlossen werden (Flöte, Clarinette), wobei die Länge des Rohres jedesmal bis zur ersten unverschlossenen Seitenöffnung zu rechnen ist. Durch verschiedenes Anblasen werden die Obertöne zum Ansprechen gebracht (Trompete, Waldhorn), durch theilweises Decken (Stopfen) einer offenen Pfeife (Einführen der Hand in den bei den meisten Blasinstrumenten am Ende des Rohres angebrachten erweiterten Schalltrichter) wird der Ton vertieft.

Beträgt der Röhrendurchmesser mehr als etwa $^1/_{20}$ der Länge, so ist derselbe von wesentlichem Einfluss auf die Tonhöhe, indem der Ton desto tiefer wird, je grösser der Querschnitt der Pfeife.

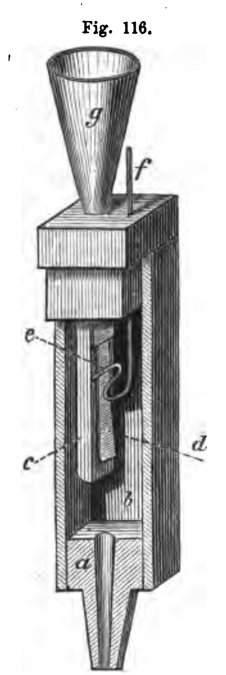
Eine eigenthümliche Art der Tonerzeugung in Röhren findet bei der sogenannten Gasharmonika (chemischen Harmonika) statt. Ueber eine kleine Gasflamme, welche aus einem Glasrohr mit enger Oeffnung kommt, wird eine weitere Glasröhre gestülpt. Die in dieser Glasröhre enthaltene Luftsäule wird dadurch in laut tönende Schwingungen versetzt. Der Eintritt dieser Schwingungen ist von einer eigenthümlichen Veränderung im Aussehen der Flamme begleitet, deren Grund man erkennt, sobald man das Bild der Flamme in einem rotirenden oder schnell hin und her bewegten Spiegel betrachtet. Dasselbe erscheint dann in eine Reihe getrennter Flammenbilder aufgelöst, deren Anzahl den Schwingungen der Luftsäule entsprechend ist. Durch Aenderung der Röhrenlänge kann die Tonhöhe abgestimmt werden, und man kann mehrere solche tonangebende Flammen zu einem Accord vereinigen.

§ 120. Zungenpfeifen. Bei den Zungenpfeifen geschieht die Tonerregung mittelst einer elastischen, metallischen oder membranösen Zunge,

durch deren Schwingungen ein durch eine Oeffnung geblasener Luftstrom abwechselnd unterbrochen und wieder hergestellt wird. Die im Ansatzrohr enthaltene Luftsäule wird dadurch in regelmässige Schwingungen versetzt, deren Anzahl einerseits von der Beschaffenheit der Zunge, andererseits von der Länge der mitschwingenden Luftsäule abhängig ist, indem die Schwingungen beider sich innerhalb gewisser Grenzen gegenseitig zu modificiren vermögen. Zur Gattung der Zungenpfeifen gehören die Clarinette, Oboe, Harmonika, die Schnarrwerke der Orgeln u. s. w. Auch Trompete und Waldhorn sind als Zungenpfeifen zu betrachten, indem bei denselben die auf das Mundstück aufgesetzten gespannten Lippenränder die Stelle der vibrirenden Zunge vertreten; dasselbe gilt von den Stimmbändern des menschlichen Kehlkopfes (§ 127).

Die Mundstücke der Clarinette, Oboe und des Fagotts haben aus Rohrblättchen gebildete Zungen, die Harmonika und die sogenannten Schnarrwerke der Orgeln Metallzungen. Das Mundstück der Zungenpfeifen einer Orgel hat z. B. folgende Einrichtung. Durch das Rohr *a* (Fig. 116) tritt der aus der Windlade eingeblasene Luftstrom in den Fuss *b*. Dieser ist durch einen Deckel verschlossen, in welchen eine Blechkapsel *c* von der Form eines Halbcylinders eingesetzt ist. Letztere ist an der vorderen ebenen Fläche mit einem rechteckigen Schlitz versehen, der durch eine elastische Stahllamelle *d* verschlossen ist. Diese ist nur an ihrem oberen Ende befestigt, im Uebrigen frei beweglich, so dass sie in ihrer Ruhelage die rechteckige Oeffnung fast genau verschliesst, ohne jedoch beim Hindurchschlagen an die Ränder der Oeffnung anzustreifen. Die in *b* eingeblasene Luft drückt gegen die Lamelle, öffnet sich dadurch den Ausweg nach dem Innern des Halbcylinders, von wo sie durch eine am oberen Ende des letzteren angebrachte Oeffnung in das konische oder cylindrische Ansatzrohr *g* gelangt. Sobald durch das Entweichen der Luft der Druck im Fusse *b* vermindert ist, schwingt die Stahllamelle *d* vermöge ihrer Elasticität rückwärts und verschliesst die Oeffnung von Neuem. Indem sich dieser Vorgang wiederholt, wird die Feder und durch den intermittirenden Luftstrom zugleich die Luftsäule im Ansatzrohr *g* in regelmässige Schwingungen versetzt, deren Dauer einerseits von der Elasticität der Stahllamelle, andererseits von der Länge der schwingenden Luftsäule abhängt. Durch die mittelst des Drahtes *f* verstellbare Krücke *e* kann die Länge des schwingenden Theiles der Feder abgeändert und dadurch der Ton der Pfeife innerhalb gewisser Grenzen abgestimmt werden. — Der Klang des Tones der Zungenpfeifen ist ein mehr oder minder schnarrender, besonders wenn die Zunge nicht, wie bei dem beschriebenen Mundstück, eine durchschlagende, sondern eine auf die Ränder der Oeffnung aufschlagende ist.

Fig. 116.



§ 121. Fortpflanzung des Schalls in der Luft. Die Verbreitung des Schalls in der Luft geschieht durch Longitudinalwellen, welche aus auf einander folgenden Verdichtungen und Verdünnungen bestehen und sich kugelförmig vom Erschütterungsmittelpunkte ausbreiten. Die Geschwindigkeit, mit welcher die Schallwellen sich fortpflanzen, wird durch Kanonensignale bestimmt, indem an zwei Stationen von genau bekannter Entfernung Kanonen aufgestellt und auf beiden Stationen abwechselnd die Zeitintervalle beobachtet werden, welche beim Abfeuern der Kanonen zwischen der Wahrnehmung des Pulverblitzes und des Geräusches der Explosionen verfliessen. Die zur Fortpflanzung des Lichts erforderliche Zeit ist dabei als verschwindend klein

zu betrachten (§ 133). Die genauesten Beobachtungen, welche auf diese Weise von Moll und van Beek in der Nähe von Utrecht angestellt wurden, haben für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles, bei der Temperatur von 0^0, den Werth von $332{,}15^m$ (1022.5 par.') ergeben.

Die Beobachtungen werden am zweckmässigsten bei Nacht angestellt, weil die Luft zu dieser Zeit am ruhigsten ist und die Signale am weitesten hörbar sind. Um einen möglichen Einfluss der Windesrichtung auf die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Schalles zu vermeiden, werden die Signale abwechselnd auf beiden Stationen gegeben und aus beiden so erhaltenen Bestimmungen das Mittel genommen. Die Geschwindigkeit des Schalles ist unabhängig vom Luftdruck, daher auf Bergen eben so gross, wie in der Ebene und aufwärts oder abwärts eben so gross, wie in horizontaler Richtung. Die Intensität des Schalles dagegen ist in verdünnter Luft geringer, als in dichterer Luft, und im luftleeren Raum ist die Fortpflanzung des Schalles nicht möglich (§ 98, 12). Von Thal zu Berg verbreitet sich der Schall leichter, als von Berg zu Thal, weil die dünneren Luftschichten leichter durch die dichteren in Schwingungen versetzt werden, als umgekehrt. — Durch ungleichförmige Beschaffenheit der Luftschichten, Wolken, Nebel u. dergl. wird die Fortpflanzung des Schalles erschwert. — Hohe und tiefe Töne werden mit gleicher Geschwindigkeit fortgepflanzt, was schon daraus hervorgeht, dass der Rhythmus einer aus der Entfernung gehörten Musik durch die Fortpflanzung nicht gestört wird. — Bei höherer Temperatur ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles grösser, als bei niederer Temperatur; um daher bei verschiedenen Temperaturen angestellte Beobachtungen vergleichbar zu machen, müssen sie auf eine und dieselbe Normaltemperatur, z. B. 0^0, reducirt werden. — Nach Untersuchungen von Kundt nimmt die Schallgeschwindigkeit der Luft in Röhren ab mit dem Durchmesser des Rohres, jedoch erst von einem gewissen Durchmesser an in merklicher Weise.

Newton hat aus theoretischen Gründen für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Gasen die Formel aufgestellt

$$a = \sqrt{g \cdot \frac{h}{d}},$$

in welcher g die Beschleunigung durch die Schwere, h die Barometerhöhe, d die Dichtigkeit des Gases in Beziehung auf Quecksilber bezeichnet. Der Quotient $\frac{h}{d}$ drückt demnach die Höhe einer Luftsäule von gleichförmiger Dichte aus, welche einen Druck gleich dem der Quecksilbersäule des Barometers erzeugen würde. Da sich nach dem Mariotte'schen Gesetz die Dichtigkeit d in demselben Verhältniss wie der Druck h ändert, so folgt das oben angegebene Gesetz, dass die Schallgeschwindigkeit in demselben Gase vom Luftdruck unabhängig ist. Bei verschiedenen Gasen ist dieselbe der Quadratwurzel aus der Dichtigkeit umgekehrt proportional, also z. B. in Wasserstoffgas 4mal grösser, als in Sauerstoffgas. Ist d_0 die Dichtigkeit eines Gases bei 0^0 und a_0 die Schallgeschwindigkeit in diesem Gase bei 0^0, so hat man bei der Temperatur t (§ 202) $d = \frac{d_0}{1+\alpha t}$, daher ist

$$a_0 = \sqrt{g \cdot \frac{h}{d_0}},$$

$$a = \sqrt{g \cdot \frac{h}{d}} = \sqrt{g \cdot \frac{h}{d_0}(1+\alpha t)},$$

oder

$$a = a_0 \sqrt{1+\alpha t}.$$

Berechnet man die Schallgeschwindigkeit in atmosphärischer Luft nach der Newton'schen Formel, so erhält man bei 0^0 $a = 280^m$, anstatt des beobachteten Werthes von 332^m. Den Grund dieser Abweichung zwischen Theorie und Erfahrung erkannte Laplace in dem Umstande, dass die Luft durch Verdichtung eine Temperaturerhöhung, durch Verdünnung eine Temperaturerniedrigung erfährt (§ 230), und dass in Folge dessen die Elasticität der Luft bei plötzlicher Verdichtung und Verdünnung in schnellerem Verhältniss zu und abnimmt, als die Dichtigkeit. Laplace zeigte, dass mit Berücksichtigung dieses Umstandes der Newton'schen Formel noch ein Faktor $\sqrt{k}$ hinzugefügt werden müsse, wo $k = 1{,}41$ das Verhält-

niss zwischen der specifischen Wärme der Luft bei constantem Druck und ihrer specifischen Wärme bei constantem Volumen bezeichnet (§ 230). Mit Berücksichtigung dieser Correktion findet zwischen Theorie und Erfahrung völlige Uebereinstimmung statt.

§ 122. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in anderen Gasen, so wie in flüssigen und festen Körpern. Die direkte Bestimmung der Geschwindigkeit des Schalles in anderen Gasen als atmosphärischer Luft ist darum nicht ausführbar, weil Gasmassen von hinreichender Ausdehnung nicht hergestellt werden können. Dieselbe kann jedoch leicht auf indirektem Wege bestimmt werden, indem man dieselbe Pfeife nach einander mit atmosphärischer Luft und mit verschiedenen Gasen gefüllt anbläst (§ 119). Wird z. B. die Pfeife in Wasserstoffgas angeblasen, so erhält man als Grundton die Doppeloktave des Tones, welchen dieselbe Pfeife in Sauerstoff giebt, woraus folgt, dass bei gleicher Wellenlänge die Schwingungszahl in Wasserstoff 4mal so gross ist, als in Sauerstoff, oder da $a = n . \lambda$, dass die Geschwindigkeit des Schalles in Wasserstoffgas die vierfache ist. Durch derartige Versuche bestimmten Dulong und später Masson die Geschwindigkeit des Schalls in verschiedenen Gasen. Für die chemisch einfachen Gase (O, H, N) und Gemenge derselben fand sich das Gesetz bestätigt, dass die Schallgeschwindigkeit der Quadratwurzel aus der Dichtigkeit umgekehrt proportional ist. Bei zusammengesetzten Gasen ist dieses Gesetz nur in dem Fall richtig, wenn die chemische Vereinigung der Grundstoffe ohne Volumenverminderung stattfindet (z. B. bei HCl); es erfährt dagegen eine Modifikation, wenn die chemische Verbindung von einer Contraktion begleitet ist (z. B. bei NH_3, CO_2), indem aus Gründen, welche der Wärmetheorie angehören, der Laplace'sche Coëfficient k (§ 230) für diese Gase einen anderen Werth besitzt.

Die Geschwindigkeit des Schalles in Wasser ist von Colladon und Sturm durch direkte Versuche im Genfer See bestimmt worden. Mittelst unter Wasser gegebener Glockensignale fanden dieselben, dass der Schall in Wasser $4\frac{1}{2}$ mal schneller fortgeleitet wird, als in atmosphärischer Luft.

Auch durch feste Körper wird der Schall mit grösserer Geschwindigkeit und häufig auch durch den festen Erdboden auf grössere Entfernungen fortgepflanzt, als durch die Luft. So ist Kanonendonner öfter auf mehr als 30 Meilen Entfernung gehört worden.

Die Geschwindigkeit des Schalls in festen Körpern kann aus der Dauer der Longitudinalschwingungen elastischer Stäbe mittelst des Gesetzes abgeleitet werden, dass die Schwingungsdauer des Grundtones eines Stabes derjenigen Zeit gleich ist, welche die Schallwelle braucht, um den Stab hin und zurück zu durchlaufen, oder dass $a = 2 n l$ ist, wenn l die Länge des Stabes bezeichnet. Auf diese Weise fand z. B. Chladni, dass die Schallgeschwindigkeit in Eichenholz oder Messing $10\frac{2}{3}$, in Glas $16\frac{2}{3}$ mal grösser ist, als in Luft, und Wertheim fand für verschiedene Metalle folgende Werthe, die Geschwindigkeit in Luft = 1 gesetzt:

Blei	4,3	Silber	8,1	Kupfer	11,1
Gold	6,4	Platin	8,5	Stahl	15,0.
Zinn	7,5	Zink	9,7		

§ 123. Reflexion der Schallwellen. Echo. Auf der Reflexion der Schallwellen durch feste Körper beruht das Echo (Wiederhall, Nachhall), welches daher in gebirgigen Gegenden mit senkrecht abfallenden Felswänden am häufigsten ist. Bei geringer Entfernung der reflektirenden Wand, z. B. in grossen Sälen, ist die Zwischenzeit zwischen der Wahrnehmung der ursprünglichen und der reflektirten Welle so klein, dass dieselben nicht getrennt wahrgenommen werden, sondern letztere nur einen störenden Nachhall bewirkt, welcher durch zweckmässige Unterbrechung der Wände durch Nischen, Vorhänge u. s. w. vermindert werden kann. Da wir in einer Sekunde etwa 8—10 Silben deutlich getrennt zu hören im Stande sind, so ist zur Erzeugung eines sogenannten einsilbigen Echo's eine solche Entfernung der reflektirenden Wand erforderlich, dass der Hin- und Rückweg von der Schallwelle in $\frac{1}{10}$ Sekunde durchlaufen wird, d. i. etwa 50′ ($16,6^m$), für ein zweisilbiges Echo 100′ ($33,2^m$) u. s. w. Mehrfache Echo's können durch mehrere reflektirende Wände, die sich in

verschiedener Entfernung befinden, oder durch wiederholte Reflexion an zwei gegenüberstehenden Wänden erzeugt werden.

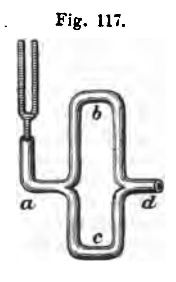
Bekannte, theils vielsilbige, theils mehrfache Echo's sind z. B. bei Adersbach in Böhmen, welches 7 Silben 3 mal, beim Schloss Simonetta bei Mailand, welches einen Pistolenschuss 56 mal, am Rhein zwischen Coblenz und Bingen, welches ein Wort 17 mal wiederholt.

Auf der regelmässigen Reflexion der Schallwellen beruhen die Erscheinungen der sogenannten Flüstergewölbe in Kirchen u. s. w. In Folge einer in § 57a erwähnten Eigenschaft der Ellipse werden alle in einem Brennpunkt eines elliptischen Gewölbes erregten Schallwellen so reflektirt, dass sie sich im anderen Brennpunkt vereinigen, so dass in einem Brennpunkt leise gesprochene Worte für ein im anderen Brennpunkt befindliches Ohr hörbar sind, während ein dazwischen stehender Beobachter nichts zu hören vermag. Aehnliches kann bei zwei gegenüberstehenden halbkreisförmigen Nischen u. dergl. stattfinden.

Durch ein in die Wände eines Hauses eingemauertes Communicationsrohr kann der Schall auf grössere Entfernung ungeschwächt fortgeleitet werden, indem durch Reflexion an den Wänden des Rohres die seitliche Ausbreitung gehindert wird. In gleicher Weise werden durch die Wände eines konischen Sprachrohrs die vom Munde ausgehenden Schallwellen so reflektirt, dass sie sich beim Austritt aus dem Sprachrohr vorzugsweise in einer der Axe des Rohres parallelen Richtung fortpflanzen und darum in dieser Richtung weiter hörbar sind. Umgekehrt sammelt das Hörrohr die durch die weite Oeffnung einfallenden Schallwellen und führt dieselben verstärkt durch die enge Oeffnung zum Ohr.

§ 124. Interferenz der Schallwellen. Wie im Allgemeinen zwei Wellensysteme sich durch Interferenz gegenseitig verstärken oder aufheben können, je nachdem sie mit gleichen oder mit entgegengesetzten Schwingungsphasen zusammentreffen (§ 110), so gilt dies insbesondere von den Schallwellen, was durch verschiedene Versuche nachgewiesen werden kann. Hopkins wendete zu diesem Zweck ein an seinem unteren Ende gabelförmig in zwei Schenkel getheiltes und am oberen Ende durch eine Membran verschlossenes Rohr an. Dieses Rohr wird über eine schwingende elastische Platte gehalten, nachdem auf die Membran feiner Sand gestreut ist. Je nachdem beide Schenkel sich über Theilen der Platte befinden, welche in gleichen oder in entgegengesetzten Schwingungsphasen begriffen sind, verstärken oder vernichten sich die Wellen im oberen Theil des Rohres, was aus der Bewegung oder Ruhe der auf die Membran gestreuten Sandkörnchen erkannt wird. Quincke befestigte, um die Interferenz der Schallwellen hörbar zu machen, den Stiel einer Stimmgabel in einem Kautschukrohr a (Fig. 117), welches mit einem in zwei Zweige von ungleicher Länge b, c getheilten Rohr in Verbindung stand, so dass die durch a eintretenden Schallwellen, nachdem sie die ungleichen Wege abd, acd durchlaufen hatten, sich in d wieder vereinigten. Das Ende des Rohres d wird in die Ohröffnung gesteckt. Ist nun der Längenunterschied der Schenkel b und c so abgemessen, dass er einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen des Grundtones der Stimmgabel entspricht, so treffen im Rohre d stets entgegengesetzte Schwingungsphasen

Fig. 117.



zusammen und der Ton ist durch das Rohr *d* nicht hörbar. Er wird aber sofort hörbar, wenn der Längenunterschied der beiden Zweige abgeändert oder wenn einer von beiden verschlossen wird.

§ 125. **Schwebungen und Combinationstöne.** Befinden sich die Schwingungen zweier tönender Körper, z. B. zweier Stimmgabeln, in genauem Einklang, so wird ihr Ton nur wie ein einziger hörbar. Werden aber die Schwingungen der einen von beiden durch auf die Zinken geklebte Wachsstückchen ein wenig verzögert, so wird ein in regelmässigen Intervallen sich wiederholendes Anschwellen und Abnehmen der Intensität des Tones hörbar. Diese periodischen Schwankungen der Tonstärke, welche mit dem Namen der Schwebungen bezeichnet werden, rühren von der Interferenz der von beiden Tonquellen erregten Schallwellen her. Dieselben folgen um so schneller auf einander, je grösser die Differenz der Schwingungszahlen beider Töne ist, und zwar ist die Anzahl der Schwebungen, welche in einer Sekunde gehört werden, gleich der Differenz der Schwingungszahlen beider Töne.

Der Grund dieser Interferenzerscheinung ist leicht ersichtlich. Macht z. B. die eine Stimmgabel 200 Schwingungen, die andere dagegen 202 Schwingungen in einer Sekunde, und befinden sich zu einer bestimmten Zeit beide in gleichen Schwingungsphasen, so hat nach einer halben Sekunde die eine Gabel 100, die andere 101 Schwingungen gemacht, und die Phasen sind wieder in Uebereinstimmung, ebenfalls nach 1, $1^1/_2$, 2, $2^1/_2$ ... Sekunden, dagegen ist nach $^1/_4$ Sekunde, nach $^3/_4$ Sekunden u. s. w. die eine Gabel der anderen um $^1/_2$ Schwingung vorangeeilt, daher findet während jeder Sekunde zweimal eine Verstärkung und zweimal eine Schwächung des Tones durch Interferenz statt. Wird die Differenz der Schwingungszahlen so weit vergrössert, dass mehr als 10—12 Schwebungen in einer Sekunde stattfinden, so sind dieselben nicht mehr einzeln wahrnehmbar, sondern es erhält der Klang des Tones dadurch eine gewisse Rauhigkeit, welche auf unser Ohr den unangenehmen Eindruck der Dissonanz macht.

Eine andere Interferenzerscheinung verwandter Art, welche durch das Zusammenwirken zweier Töne erzeugt wird, bilden die sogenannten Combinationstöne oder Tartini'schen Töne. Wird z. B. ein Ton *c* gleichzeitig mit seiner Quinte *g* angegeben, so hört man einen tieferen Ton *C* leise mitklingen, dessen Schwingungszahl gleich der Differenz der Schwingungszahlen beider Töne ist. Die Töne *c* und *f* geben ebenso den Combinationston F_1. Ausser diesen Differenztönen ist von Helmholtz eine andere Gattung von Combinationstönen nachgewiesen worden, die Summationstöne, deren Schwingungszahl gleich der Summe der Schwingungszahlen der ursprünglichen Töne ist, doch sind dieselben weit schwächer und schwieriger wahrnehmbar, als die Differenztöne.

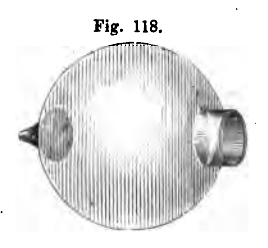
Mittelst der Schwebungen ist es möglich, die Töne zweier musikalischer Instrumente in ausserordentlich genauen Einklang zu bringen, indem man mit dem Abstimmen so lange fortfährt, bis die Schwebungen verschwinden. Um Stimmgabeln auf die normale Zahl von 440 Schwingungen abzustimmen, bedient man sich einer Hilfsstimmgabel, welche z. B. 436 Schwingungen macht. Jede der zu stimmenden Gabeln muss dann mit dieser Hilfsgabel 4 Schwebungen in der Sekunde geben, was mit grosser Genauigkeit controlirt werden kann. Scheibler verfertigte eine Reihe von Stimmgabeln, deren jede mit der vorhergehenden 4 Schwebungen gab, und welche durch das Intervall einer Oktave aufstiegen. Mittelst dieses Tonometers war es möglich, die Schwingungszahl jedes Tones innerhalb des Intervalls der Oktave durch Schwebungen genau zu bestimmen. Da eine Stimmgabel ausser ihrem Grundton die Oktave als Oberton giebt, so geben zwei Stimmgabeln, welche fast genau um eine Oktave differiren, ebenfalls Schwebungen, mittelst deren das genaue Oktavenintervall mit ausserordentlicher Schärfe ermittelt werden kann. War nun z. B., um die Oktave zu erreichen, eine Reihe von 32 Stimmgabeln erforderlich, von denen jede mit der vorhergehenden 4 Schwebungen gab, so betrug die Differenz der Schwingungszahlen von Grundton und Oktave 128, mithin die absolute Schwingungszahl des Grundtones 128, die der Oktave 256.

Andere Methoden die Schwingungsverhältnisse zweier Stimmgabeln durch optische Hilfsmittel mit grosser Genauigkeit zu bestimmen, sind von Lissajous angegeben worden.

§ 126. **Klang der Töne.** Die durch verschiedene musikalische Instrumente, z. B. durch Streichinstrumente, Blasinstrumente, die menschliche Stimme, erzeugten Töne besitzen auch bei gleicher Tonhöhe und Intensität einen verschiedenen Klang, welcher den Tönen jedes Instrumentes ihren eigenthümlichen Charakter giebt, ja das menschliche Stimmorgan vermag einem und demselben Ton nach Willkür den verschiedenen Klang der Vokale *a*, *e*, *i*, *o*, *u* zu geben. Durch Helmholtz ist auf das Bestimmteste nachgewiesen worden, dass der verschiedene Klang der Töne davon herrührt, dass fast kein Instrument den Grundton allein hören lässt, sondern dass dieser fast stets von einer Reihe von Obertönen begleitet ist, welche der harmonischen Oberreihe des Grundtones (§ 114) angehören und durch deren verschiedene Zahl und Intensität eben der eigenthümliche Charakter der Töne, oder der Klang jedes Instrumentes bedingt ist. So erscheinen namentlich diejenigen Töne scharf, schmetternd und schrillend, welche zahlreiche und intensive Obertöne enthalten.

Gewohnheitsmässig fassen wir die aus Combinationen der Grundtöne mit gewissen Obertönen zusammengesetzten Klänge wie einfache Töne auf, so dass wir nur den Grundton mit der eigenthümlichen Klangfarbe des Instruments zu hören glauben, und das Verhandensein der Obertöne in dem Klang nur dann wahrnehmen, wenn unsere Aufmerksamkeit besonders auf dieselben gerichtet ist, oder wenn ihre Wahrnehmung durch geeignete Hilfsmittel (in das Ohr gesteckte „Resonatoren"), welche die Obertöne stärker hervortreten lassen, erleichtert wird. Insbesondere gilt dies von den durch alltägliche fortdauernde Gewohnheit uns bekannten Vokalklängen der menschlichen Stimme. Die Zusammensetzung der Vokalklänge aus Obertönen hat Helmholtz unzweifelhaft durch zwei verschiedene Methoden nachgewiesen, die als die synthetische und analytische Methode bezeichnet werden können. Die erstere beruht auf der wirklichen Zusammensetzung der Vokalklänge aus den einfachen Grundtönen einer Reihe von Stimmgabeln, deren Schwingungsverhältnisse den Tönen der harmonischen Oberreihe entsprechen: die letztere darauf, dass aus den auf eine bestimmte Note gesungenen Vokalklängen die in ihnen enthaltenen Obertöne mittelst ins Ohr gesteckter Resonatoren von kugelähnlicher Gestalt (Fig. 118), die auf einen bestimmten Ton abgestimmt sind und daher nur diesen verstärken, deutlich herausgehört werden. Mittelst dieser Methoden fand Helmholtz z. B., dass der Vokal *U* durch den Grundton *B* mit nur schwachem Mitklingen des zweiten und dritten Obertones und *f'* erzeugt wird, dass bei *O* der Ton *b'* stark, daneben *b*, *f'*, *d''* schwächer mittönen, während *A* und namentlich *E* und *I* eine grössere Zahl hoher Obertöne enthalten. Die verschiedenen Vokalklänge werden durch die menschliche Stimme erzeugt, indem wir durch veränderte Gestalt der Mundhöhle — Verlängerung, Verkürzung derselben, verschiedene Weise der Mundöffnung — die Resonanz des in ihr enthaltenen Luftraumes für die verschiedenen Töne abändern.

Fig. 118.



Singt man in ein Klavier, von dessen Saiten die Dämpfer durch den Fortezug gehoben sind, der Reihe nach die Vokale *a*, *e*, *i*, *o*, *u*, so tönen aus dem Klavier deutlich dieselben Vokalklänge zurück, indem durch jeden Vokal die seinen Obertönen entsprechenden Saiten zur Resonanz gebracht werden und so denselben Klang zusammensetzen.

Dass auch die Klänge der Saiten u. s. w., die durch Anstreichen oder Anschlagen an verschiedenen Stellen erzeugt werden, durch die verschiedenen in ihnen enthaltenen Obertöne bedingt sind, lässt sich theils durch Resonatoren, theils durch optische Hilfsmittel nachweisen.

Durch das Mittönen der Obertöne eines Grundtones wird die Form der Tonwellen beeinflusst, und man kann deshalb auch sagen, dass der Klang eines

Tones von der Form der Wellen abhängt. So stellt z. B. Fig. 119a die Form der Wellen vor, welche durch die Combination eines Grundtones mit seiner Oktave, Fig. 119b die Form, welche durch Combination des Grundtones mit dem dritten Oberton oder der Quinte der Oktave erzeugt wird.

Fig. 119.

Umgekehrt lässt sich auf mathematischem Wege zeigen, dass jede beliebige periodische Schwingungsform in eine Reihe einfacher Schwingungen zerlegt werden kann, welche den Tönen der harmonischen Oberreihe entsprechen.

Man kann die verschiedenen Schwingungsformen einer Saite sichtbar machen, indem man einen leichten Schreibstoff, z. B. ein Stückchen Federbart, mit etwas Wachs an der Saite befestigt, und nachdem man dieselbe in Schwingungen versetzt hat, ein berusstes Papierblatt schnell an dem Stift vorbeiführt; dieser zeichnet dann auf der Russschicht die aus den zusammenklingenden Obertönen resultirende Schwingungsform der Saite auf.

§ 127. Das menschliche Stimmorgan. Der zur Erzeugung der menschlichen Stimme dienende Kehlkopf bildet das obere Ende der Luftröhre. Der Kehlkopf selbst besteht aus mehreren Knorpeln, welche durch Bänder mit einander verbunden, durch besondere Muskeln beweglich und mit einer Schleimhaut überzogen sind. Fig. 120a stellt den Kehlkopf von der Seite, Fig. 120b von hinten gesehen dar. Der Ringknorpel *a* bildet

Fig. 120a.

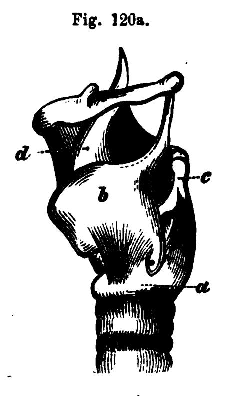
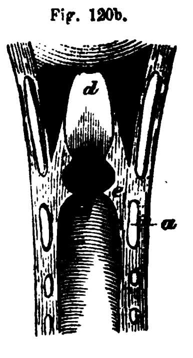


Fig. 120b.



einen Ring, welcher hinten höher ist als vorn, und auf welchem vorn der Schildknorpel *b*, hinten die Giessbeckenknorpel *c* befestigt sind. Bei *d* ist auf dem Schildknorpel der Kehldeckel befestigt, welcher beim Schlingen den Eingang zum Kehlkopf verdeckt. Zwischen dem Schildknorpel und den beiden Giessbeckenknorpeln sind die elastischen Stimmbänder *e* ausgespannt, welche, von der Schleimhaut des Kehlkopfes überzogen, zwischen sich einen schmalen Spalt, die Stimmritze, lassen. Durch die Muskeln des Kehlkopfes können die Knorpel gegen einander bewegt und kann insbesondere durch veränderte Stellung der Giessbeckenknorpel gegen einander und gegen den Schildknorpel die Stimmritze erweitert oder

verengt und die Spannung der Stimmbänder geregelt werden. Beim ruhigen Athmen findet die Luft durch die geöffnete Stimmritze ungehinderten Durchgang. Beim Sprechen oder Singen versetzt der zwischen den einander genäherten Rändern der Stimmbänder hindurchgepresste Luftstrom diese in Schwingungen nach Art der Zungenpfeifen, wobei die Schwingungszahl hauptsächlich durch die Spannung der Stimmbänder bedingt, aber wie bei den Zungenpfeifen, auch von den Dimensionen der mitschwingenden Luftmasse beeinflusst wird.

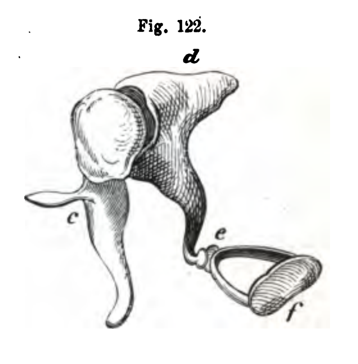
Brust- und Falset-Töne. Bei letzteren schwingen nur die inneren Ränder der Stimmbänder. Ueber die Entstehung der Vokalklänge s. oben § 126. Die Consonanten werden durch die Bewegungshindernisse gebildet, welche die Organe der Mundhöhle, Gaumen, Zunge, Zähne, Lippen, dem Luftstrom darbieten.

§ 128. Das Gehörorgan. Das Ohr zerfällt in das äussere und innere Ohr. Ersteres besteht aus der zum Auffangen der Schallwellen dienenden Ohrmuschel und dem äusseren Gehörgang *A* (Fig. 121 in natürlicher Grösse), welcher an seinem Ende durch eine schräg gestellte Membran, das Trommelfell *m*, verschlossen ist. Das innere Ohr ist in einem der festesten Knochen des Schädels, dem Felsenbein, eingeschlossen, welches einen Theil des Schläfenbeins bildet. Dasselbe zerfällt in die Trommelhöhle *B* und das Labyrinth *C*. Die Trommelhöhle wird durch das Trommelfell vom äusseren Gehörgang geschieden; sie ist mit Luft gefüllt und steht mit dem hinteren Theil der Nasenhöhle durch die Eustachische Röhre *E* in Verbindung, durch welche das Gleichgewicht des Druckes zwischen der in der Trommelhöhle enthaltenen Luft und der äusseren Atmosphäre hergestellt wird. Die Trommelhöhle enthält die Gehörknöchelchen, die in Fig. 122 in vierfacher (linearer) Vergrösserung besonders dargestellt sind und von ihrer Gestalt die Namen Hammer *c*, Ambos *d*, Linsenkörperchen *e* und Steigbügel *f* erhalten haben. Der Stiel des Hammers ist an dem Trommelfell festgeheftet, während der Tritt des Steigbügels das nach dem Labyrinth führende ovale Fenster *g* verschliesst. Das Labyrinth (in Fig. 123 ist ein Abguss seiner Höhlung dargestellt) besteht aus dem Vorhof *h*, der Schnecke *i* und den drei halbkreisförmigen

Fig. 121.

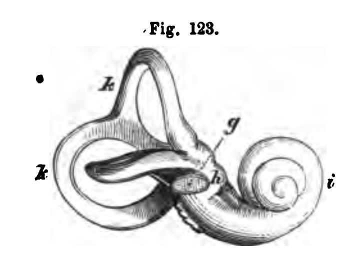


Fig. 122.



Kanälen *k*. Dasselbe ist mit der Gehörfeuchtigkeit erfüllt und mit den Membranen des häutigen Labyrinths ausgekleidet, auf welchen sich die Fasern des Gehörnerven ausbreiten, namentlich zahlreich auf den sogenannten Ampullen der halbkreisförmigen Kanäle und in der spiralförmigen Scheidewand, welche das Innere der Schnecke in eine obere und eine untere Windung theilt. Erstere mündet an der Basis der Schnecke in den Vorhof, letztere endet in dem runden Fenster, welches durch eine Membran, das kleine Trommelfell, verschlossen ist und nebst dem ovalen Fenster des Vorhofs die Verbindung mit der Trommelhöhle herstellt. Die spiralförmige Scheidewand der Schnecke zeigt einen sehr zusammengesetzten Bau, und die in derselben enthaltenen, erst in neuerer Zeit vom Marchese Corti entdeckten und nach ihm benannten Corti'schen Fasern scheinen insbesondere zur Wahrnehmung der musikalischen Töne zu dienen. Die Schallwellen werden durch die Ohrmuschel und den äusseren Gehörgang bis nach dem Trommelfell geleitet, welches durch dieselben in Schwingungen versetzt wird. Diese pflanzen sich theils durch die Reihe der Gehörknöchelchen, theils durch die in der Trommelhöhle enthaltene Luft nach den Labyrinth fort, wo sie in den Fasern des Hörnerven die Schallempfindung verursachen. Die Enden des Hörnerven sind überall mit besonderen theils elastischen, theils festen Hilfsapparaten verbunden, welche unter dem Einfluss äusserer Schwingungen in Mitschwingnng versetzt werden können und dann wahrscheinlich die Nervenmasse erschüttern und erregen. Die Leitung des Schalls bis zum Labyrinth kann auch mit Ausschluss des äusseren Ohres durch die Schädelknochen stattfinden.

Fig. 123.



Fünfter Abschnitt.

Optik oder Lehre vom Licht.

Vom Ursprung und der Ausbreitung des Lichtes.

§ 129. Die Eindrücke, welche wir durch das Auge von der Aussenwelt empfangen, nennen wir Lichtempfindungen. Jeder Körper, welchen wir durch das Auge wahrnehmen, sendet Licht aus, ist also ein leuchtender. Die meisten Körper vermögen aber nicht selbständig Licht hervorzubringen, sondern werfen nur das Licht zurück, welches sie von anderen leuchtenden Körpern empfangen. Man hat danach selbstleuchtende und nichtselbstleuchtende Körper zu unterscheiden. Zu den selbstleuchtenden Körpern gehören:

1. Die Sonne, unsere hauptsächlichste Lichtquelle, und die Fixsterne. Weiter unten (§§ 150 u. 239) zu erörternde Erscheinungen machen es in hohem Grade wahrscheinlich, dass die Sonne ein glühender Körper ist, dessen Temperatur die aller irdischen Licht- und Wärmequellen bei weitem übertrifft. Dasselbe gilt von den anderen Fixsternen.

2. Verbrennende und glühende Körper. Die Flammen verbrennender Körper sind in Folge der durch den Verbrennungsprocess (§ 243) erzeugten hohen Temperatur leuchtend, namentlich wenn in der Flamme Kohlenstoff in festem Aggregatzustand ausgeschieden wird, wie es in den Flammen der meisten kohlenwasserstoffhaltigen Verbindungen (Oel, Leuchtgas) der Fall ist, oder wenn das Verbrennungsprodukt ein fester Körper ist (Phosphor- oder Magnesiumflamme). Glühende Gase besitzen nur ein schwaches Leuchtvermögen — schwach leuchtende Flamme des Wasserstoffgases, des mit atmosphärischer Luft gemischten Leuchtgases im Bunsen'schen Gasbrenner. — Siderallicht des glühenden Kalkes im Knallgasgebläse. — Lichterscheinungen beim Schleifen harter Steine (Mittheilungen von Noeggerath aus den Achatschleifereien zu Oberstein und Idar im Fürstenthum Birkenfeld). Es entwickelt sich zwischen dem schleifenden Stein und dem Schleifstein ein starkes rothes Licht, welches viele Funken von sich ausgehen lässt. Durchscheinende und durchsichtige Steine leuchten dabei prachtvoll roth, mit einem Stich ins Gelbliche: sie sehen meist wie rothglühendes Eisen aus und es hat das Ansehen, als müsse der Schleifer, der sie in den Händen hält, sich die Finger verbrennen. Nach dem Gefühl in der Hand glaubte Noeggerath jedoch die Zunahme der Temperatur nur auf 10° bis 12° R. schätzen zu können. — Hierher gehört auch das elektrische Kohlenlicht (§ 336) und das Licht des elektrischen Funkens (§ 274). Das Rothglühen beginnt nach Becquerel bei 525° C., wird deutlich wahrnehmbar bei 700°; blendendes Weissglühen tritt ein bei 1500°. (Vergl. § 238.)

3. Phosphorescirende Körper, welche schon bei gewöhnlicher Temperatur leuchten. Bei manchen Körpern, wie beim Phosphor und gewissen verwesenden mineralischen und vegetabilischen Stoffen, hängt die Phosphorescenz mit einem langsamen Oxydationsprocess zusammen, bei anderen wird dieselbe durch Insolation, d. h. durch vorhergegangenes Bestrahlen mit Sonnenlicht, hervorgerufen. Zu den letzteren Körpern, den sogenannten Lichtsaugern, gehören gewisse Varietäten des Diamants und andere Edelsteine, ferner Schwefelcalcium, Schwefelbarium und Schwefelstrontium (Canton'scher und Bologneser Leuchtstein). Der Chlorophan, eine Varietät des Flussspaths, beginnt bei einer Temperatur, die weit unter der Glühhitze liegt, mit grünem Licht zu phosphoresciren (vergl. § 153).

4. Leuchtende Organismen. Bei den Leuchtkäfern aus der Gattung Lampyris besteht das Leuchtorgan des Männchens aus leuchtenden Punkten auf der Unterseite der letzten Hinterleibsringe, während beim flügellosen Weibchen die Hinterleibsringe in grösserer Ausdehnung leuchtend sind. Bei den in Brasilien und Mexiko als Haarschmuck gebrauchten Cucuyo's (Gattung Pyrophorus) liegt das Leuchtorgan am Halsschild. — Das Meeresleuchten wird hauptsächlich durch Millionen kleiner, leuchtender Infusorien (Noctiluca miliaris) verursacht. Auch gewisse Quallen (Pelagia noctiluca) und Mollusken aus der Ordnung der Tunicata (Pyrosoma) sind leuchtend.

§ 130. Ausbreitung des Lichtes. Das von einem leuchtenden Körper ausgehende Licht verbreitet sich nach allen Richtungen in geraden Linien, welche man Lichtstrahlen nennt. Nach ihrem Verhalten gegen auffallende Lichtstrahlen zerfallen die Körper in durchsichtige und undurchsichtige, je nachdem sie den Lichtstrahlen den Durchgang gestatten oder nicht. Ein Mittelglied zwischen beiden bilden die durchscheinenden Körper.

Die geradlinige Verbreitung des Lichtes ist uns durch so viele alltägliche Erfahrungen bekannt, dass jede durch ungleichförmige Beschaffenheit der Luftschichten oder andere Ursachen veranlasste Abweichung von derselben zu Täuschungen Anlass giebt (Luftspiegelungen, atmosphärische Refraktion § 141).

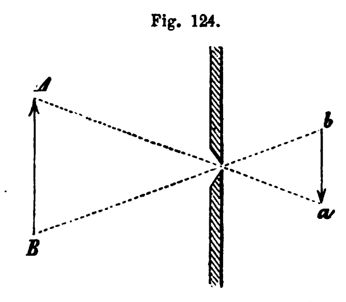
Undurchsichtige Körper werden in sehr dünnen Schichten in der Regel durchscheinend. Gold und Silber, zu sehr dünnen Blättchen ausgeschlagen oder in sehr dünner Schicht auf Glas niedergeschlagen, sind mit grünlichem oder bläulichem Licht durchscheinend oder selbst durchsichtig.

§ 131. Schatten. Wenn die Verbreitung der Lichtstrahlen durch einen undurchsichtigen Körper gehindert wird, so entsteht hinter demselben ein Schatten, d. h. ein unerleuchteter Raum. Besitzt der leuchtende Körper eine sehr geringe Ausdehnung, so dass man denselben als geometrischen Punkt betrachten kann, so sind die erleuchteten Theile des Raumes von den nicht erleuchteten durch eine scharfe Grenze geschieden. Ist dagegen der leuchtende Körper von merklicher Ausdehnung, so findet an den Grenzen des Schattens ein allmählicher Uebergang vom Licht zur Finsterniss statt, indem die in dem sogenannten Halbschatten gelegenen Theile des Raumes noch von einem Theil der Oberfläche des leuchtenden Körpers Strahlen empfangen, während die in dem Kernschatten liegenden Punkte ganz verfinstert sind.

Als Beispiel der Erläuterung dienen die Mond- und Sonnenfinsternisse. Partiale, totale und ringförmige Sonnenfinsternisse. (§§ 383 und 384).

Befindet sich im geschlossenen Fensterladen eines verfinsterten Zimmers eine enge Oeffnung, so sieht man auf einem der Oeffnung gegenüberstehenden Schirm ein umgekehrtes Bild der vor dem Fenster befindlichen Gegenstände, dessen Entstehung sich aus der geradlinigen Verbreitung des Lichtes leicht erklärt (Fig. 124). Runde Sonnenbildchen im Schatten des Laubes der Bäume.

Fig. 124.



§ 132. Lichtintensität, Photometrie. Die Stärke der Erleuchtung oder die Lichtintensität nimmt mit wachsender Entfernung von der Lichtquelle ab und zwar im umgekehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernung. Es wird also eine Fläche durch eine Kerze in der Entfernung von 1 Meter eben so stark erleuchtet, wie durch 4 gleiche Kerzen in der doppelten, oder durch 9 gleiche Kerzen in der dreifachen Entfernung. — Denkt man sich um einen leuchtenden Punkt Kugelflächen mit den Halbmessern 1, 2, 3 u. s. w. beschrieben, so verhalten sich die Oberflächen, wie die Quadrate ihrer Halbmesser. Dieselbe Lichtmenge muss sich also bei $n$mal grösserer Entfernung über eine n^2mal grössere Fläche ausbreiten. In Folge dessen nimmt die Intensität der Beleuchtung in demselben Verhältniss ab.

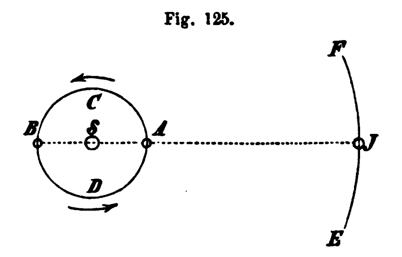
Zur Bestätigung dieses Gesetzes und zur Vergleichung der Intensität verschiedener Lichtquellen dienen die Photometer (Lichtmesser). Unter diesen ist das gebräuchlichste das von Bunsen angegebene. Dasselbe besteht im Wesentlichen aus einem Papierschirm, welcher an einer Stelle durch einen Stearinfleck transparent gemacht ist. Wird dieser Schirm von beiden Seiten her ungleich stark erleuchtet, so erscheint der Fleck, von der stärker beleuchteten Seite gesehen, dunkel auf hellem Grunde, von der schwächer beleuchteten Seite gesehen, hell auf dunklem Grunde, da derselbe mehr Licht hindurchlässt und weniger reflektirt, als der übrige Theil des Papiers. Der Fleck verschwindet scheinbar, wenn der Schirm von beiden Seiten her gleich stark erleuchtet ist, weil dann der Fleck eben so hell erscheint, als der umgebende Theil des Papiers. Auf der einen Seite des Papierschirms sei in der Entfernung von 1m eine Normalkerze aufgestellt. Um den Fleck verschwinden zu lassen, werden auf der anderen Seite 4 gleiche Kerzen in doppelter oder 9 Kerzen in dreifacher Entfernung aufgestellt werden müssen. Soll die Lichtstärke einer gegebenen Flamme mit der Normalkerze verglichen werden, so ändert man ihre Entfernung vom Schirm so lange ab, bis der Stearinfleck verschwindet. Das Quadrat dieser Entfernung giebt dann ein Mass für die Lichtstärke der Flamme. Nach Wollaston ist die Intensität des Sonnenlichts gleich

der von 800000 (nach Zöllner von 5—600000) Vollmonden oder gleich der von 61000 Stearinkerzen in 1^m Entfernung.

§ 133. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Die Geschwindigkeit, mit welcher das Licht sich von dem leuchtenden Punkt aus verbreitet, ist so gross, dass die gewöhnlichen Mittel der Zeitmessung nicht hinreichen, um die zu seiner Fortpflanzung auf irdische Entfernungen erforderliche Zeitdauer zu messen. Aus astronomischen Beobachtungen über die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten leitete zuerst Olaf Römer (1675) für die Geschwindigkeit des Lichtes den Werth von etwa 40000 geogr. Meilen (297000 Km.) in der Sekunde ab. Zu dem gleichen Resultat führte die im Jahre 1725 von Bradley gemachte Entdeckung der Aberration des Lichtes der Fixsterne. In neuester Zeit endlich (1849) ist es Fizeau und Foucault gelungen, durch sinnreich construirte Apparate die Fortpflanzungsdauer des Lichtes auch für irdische Entfernungen zu messen.

Die regelmässig wiederkehrenden Verfinsterungen der Jupitersmonde durch ihren Hauptplaneten (§ 386) können durch Fernröhre beobachtet und aus denselben die Umlaufszeit dieser Monde um den Jupiter mit grosser Genauigkeit ermittelt werden. Stellt S (Fig. 125) die Sonne, der Kreis AB die Erdbahn und EF einen Theil der Bahn des Jupiter dar, so ist die Entfernung der Erde vom Jupiter in der Stellung A, oder der sogenannten Opposition des Jupiter, am kleinsten, in der Stellung B, oder zur Zeit der Conjunktion, am grössten. Der Unterschied beider Entfernungen AB ist gleich dem Durchmesser der Erdbahn oder gleich 40 Millionen Meilen. Man hatte nun beobachtet, dass, während sich die Erde von A über C nach B bewegt, also sich vom Jupiter entfernt, die Umlaufszeit der Jupitersmonde verzögert erschien, dagegen beschleunigt, während sich die Erde auf der Bahnstrecke BDA dem Jupiter näherte, so dass die Verfinsterungen zur Zeit der Opposition etwa um $8^1/_4$ Minuten früher, in der Nähe der Conjunktion um $8^1/_4$ Minuten später beobachtet wurden, als die Berechnung aus der mittleren Umlaufszeit ergab. Olaf Römer erklärte diese Erscheinung durch die Annahme, dass das Licht zur Zeit der Opposition eine kleinere Zeit brauche, um vom Jupitersmond bis zur Erde zu gelangen, als zur Zeit der Conjunktion. Da der Unterschied der Entfernungen 40 Millionen Meilen, der Zeitunterschied aber etwas mehr als $16^1/_2$ Minuten oder fast genau 1000 Sekunden beträgt, so ergiebt sich daraus die Geschwindigkeit des Lichtes gleich 40000 geogr. Meilen (297000 Km.) in der Sekunde.

Fig. 125.



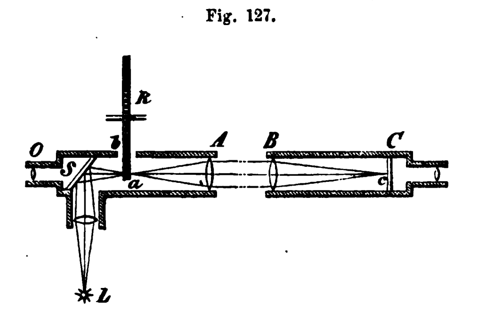
Die von Bradley entdeckte Erscheinung der Aberration des Lichtes der Fixsterne besteht darin, dass die Fixsterne ihren scheinbaren Ort an der Himmelskugel nicht unveränderlich beibehalten, sondern im Laufe eines Jahres einen kleinen Kreis oder eine kleine Ellipse um ihren mittleren Ort zu beschreiben scheinen, deren grosse Axe für alle Fixsterne gleich ist und 40,9 Bogensekunden beträgt. Die kleine Axe der Ellipse (§ 57a) ist gleich Null für die Fixsterne, welche in der Ebene der Erdbahn oder Ekliptik stehen, dagegen wird dieselbe der grossen Axe gleich, oder die Ellipse wird zum Kreise für die in der Nähe des Poles der Ekliptik stehenden Fixsterne. Zu jeder Zeit des Jahres erscheinen die Fixsterne von ihrem wahren oder mittleren Orte im Sinne der augenblicklichen Bewegungsrichtung der Erde in ihrer Bahn verschoben. Bradley erklärte die Erscheinung aus dem Verhältniss zwischen der Bewegungsgeschwindigkeit der Erde und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Dieser Einfluss der Bewegung der Erde kann durch analoge irdische Erscheinungen erläutert werden. Senkrecht herabfallende Regentropfen scheinen gegen die Fensterscheiben eines in Bewegung begriffenen Eisenbahnzuges in schräger Richtung zu schlagen. Ein solcher Regentropfen würde durch ein mit dem Zuge bewegtes vertikales Rohr

nicht hindurchfallen, sondern gegen die hintere Wand desselben schlagen. Soll der Regentropfen das Rohr in der Richtung seiner Axe durchlaufen, so muss man dasselbe im Sinne der Bewegung des Zuges vorwärts neigen, und der Neigungswinkel wird von dem Verhältniss zwischen der verticalen Geschwindigkeit der Regentropfen und der horizontalen Geschwindigkeit des Rohres abhängen. — Ist SAB die wahre Richtung eines Lichtstrahles, welcher von einem Fixstern S in das Fernrohr AB gelangt, und hat sich das Fernrohr, während der Lichtstrahl die Strecke AB durchläuft, um die Strecke BC in der Richtung des Pfeiles seitwärts bewegt, so ist AC der scheinbare Weg des Lichtstrahles relativ gegen das Fernrohr. Man wird also den Stern in der Richtung CAS_1 zu erblicken glauben, oder man wird das Fernrohr um den Aberrationswinkel $SAS_1 = BAC$ im Sinne der Bewegung der Erde vorwärts neigen müssen, um den Stern in der Richtung der Axe des Fernrohres zu erblicken. Ist der Aberrationswinkel α, so ist $\operatorname{tang} \alpha = \frac{BC}{AB}$. Diese beiden Linien stehen aber in demselben Verhältniss, wie die Bahngeschwindigkeit der Erde zur Geschwindigkeit des Lichtes. Die grosse Axe der kleinen Ellipse, welche jeder Fixstern im Laufe eines Jahres zu beschreiben scheint, stellt die doppelte Grösse der Verschiebung von seiner wahren mittleren Lage dar, der Aberrationswinkel ist also gleich 20,45 Bogensekunden und $\operatorname{tang} \alpha$ fast genau gleich 0,0001. Die Geschwindigkeit des Lichtes ist demnach 10000 mal grösser als die Geschwindigkeit, mit welcher die Erde in ihrer Bahn um die Sonne fortschreitet. Da diese Geschwindigkeit 4 Meilen in der Sekunde beträgt, so ergiebt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes gleich 40000 Meilen.

Fig. 126.

Der von Fizeau construirte Apparat zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichtes durch terrestrische Beobachtungen hatte folgende Einrichtung. In einem Fernrohr A (Fig. 127, vergl. § 173) ist bei S eine unter einem Winkel von 45° gegen die Axe des Rohres geneigte unbelegte Spiegelglasplatte angebracht. Die von einer intensiven Lichtquelle L ausgehenden Strahlen fallen durch ein Seitenrohr, in welchem eine Sammellinse angebracht ist, auf den Spiegel, welcher sie so reflektirt, dass bei a, im Hauptfokus des Fernrohres, ein reelles Bild des leuchtendes Punktes L entsteht (§ 158). Die Strahlen gehen dann durch die Objektivlinse A des Fernrohres, von welcher sie so gebrochen werden, dass sie der Axe parallel austreten. Dem Fernrohr A steht in einer Entfernung von etwas mehr als einer geographischen Meile ein zweites Fernrohr B gegenüber, in dessen Brennweite bei C ein Planspiegel, genau senkrecht zur Axe des Fernrohres aufgestellt ist. Die durch das Objektiv B in paralleler Richtung eintretenden Strahlen werden im Brennpunkt C gesammelt und dort von dem Planspiegel so reflektirt, dass sie genau auf demselben Wege, auf welchem sie gekommen sind, durch B und A nach a zurückkehren. Ein Theil derselben wird von der Spiegelglasplatte S nach L reflektirt, ein anderer Theil aber geht durch die Glasplatte hindurch und gelangt durch das Okular O in das Auge des Beobachters, welcher daher im Fernrohr ein Bild der Lichtquelle L erblickt. Das Rohr hat bei b einen seitlichen Einschnitt, durch welchen der Kranz eines mit 720 Zähnen versehenen Rades R in dasselbe hineinragt. Dieses Rad kann durch ein Uhrwerk mit grosser Geschwindigkeit um eine der Axe des Fernrohrs parallele Axe gedreht werden. Fällt das Bild a in die Lücke zwischen zwei Zähnen des Rades, so können die Lichtstrahlen ungehindert hindurchgehen; dieselben werden aber

Fig. 127.



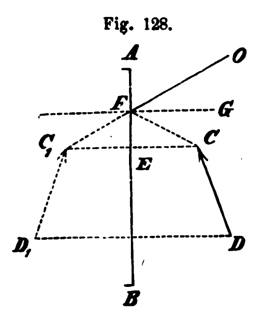
abgeblendet, so oft bei der Umdrehung des Rades ein Zahn an Stelle der Lücke tritt. Wird das Rad mit solcher Geschwindigkeit gedreht, dass es gerade um einen halben Zahn fortgerückt ist, während ein von *a* ausgehender Lichtstrahl den 2 Meilen langen Weg von *A* bis *B* und zurück durchlaufen hat, so wird der auf dem Wege von *S* nach *A* durch eine Zahnlücke gelangte Lichtstrahl jedesmal auf dem Rückwege durch den nächsten Zahn des Rades, der inzwischen an Stelle der Lücke getreten ist, aufgehalten werden, und das Bild der Lichtquelle verschwindet für den Beobachter. Bei doppelter Drehungsgeschwindigkeit des Rades erscheint dasselbe wieder, indem jetzt der durch eine Zahnlücke hingegangene Strahl durch die nächstfolgende zurückkehrt u. s. f., bei weiter gesteigerter Drehungsgeschwindigkeit. Bei den Versuchen von Fizeau betrug die Entfernung *AB* 8633^m^ und das Verschwinden des Bildes trat bei 12,6 Umdrehungen des Rades in der Sekunde ein. Da das Rad 720 Zähne hatte, so waren zur Drehung um die halbe Breite eines Zahnintervalls $\frac{1}{2.\ 720.\ 12{,}6}$ Sekunden erforderlich, und in dieser Zeit durchlief der Lichtstrahl einen Weg von 2.8633^{m}, woraus sich die Geschwindigkeit des Lichtes gleich 313 274 300^{m} oder 42119 geogr. Meilen ergiebt. — Dagegen erhielt Cornu (1873) aus einer grossen Anzahl (mehr als Tausend) Einzelbeobachtungen vermittelst des Fizeau'schen Zahnrades für die Geschwindigkeit des Lichtes 298400 Km.; ebenso ergab sich aus Versuchen, die nach einer anderen Methode (vergl. unten § 177) von Foucault angestellt wurden, der Werth von 298000 Km. oder 40170 geogr. Meilen.

§ 134. **Absorption, Reflexion, Refraktion.** Die Lichtstrahlen, welche die Oberfläche eines Körpers treffen, werden von derselben theilweise ausgelöscht oder absorbirt, theilweise dringen dieselben, wenn der Körper ein durchsichtiger ist, in denselben ein und werden dabei von ihrer geraden Richtung abgelenkt oder gebrochen, theilweise endlich werden sie von der Oberfläche des Körpers zurückgeworfen oder reflektirt. Die reflektirten Lichtstrahlen werden entweder, wenn die reflektirende Fläche rauh ist, nach allen Richtungen unregelmässig zerstreut oder, an glatten, polirten Oberflächen, regelmässig in einer bestimmten Richtung reflektirt oder gespiegelt. Die Lehre von den Gesetzen der regelmässigen Reflexion oder Spiegelung des Lichtes heisst Katoptrik, die Lehre von der Lichtbrechung oder Refraktion Dioptrik.

Gesetze der regelmässigen Reflexion oder Spiegelung des Lichtes.

§ 135. **Reflexion an Planspiegeln.** In einem ebenen Spiegel erblicken wir die Bilder der vor demselben befindlichen Gegenstände in scheinbar symmetrischer Lage, so dass uns das Bild jedes vor der spiegelnden Ebene befindlichen leuchtenden Punktes eben so weit hinter dem Spiegel zu liegen scheint, wie der leuchtende Punkt selbst vor dem Spiegel. Es stelle *AB* (Fig. 128) die Spiegelebene, *CD* einen vor derselben befindlichen Gegenstand vor. Das in *O* befindliche Auge erblickt das Spiegelbild des Punktes *C* in der Richtung OC_1. Der von *C* ausgehende Lichtstrahl *CF* ist also in der Richtung *FO* reflektirt nach dem Auge gelangt. Die Linie CC_1, welche den Punkt *C* mit seinem Spiegelbild verbindet, steht senkrecht auf der Ebene *AB* und es ist $CE = C_1E$. Aus der Congruenz der Dreiecke *CEF* und C_1EF folgt, dass $\angle CFE = C_1FE$ oder auch $CFE = OFA$. Errichtet man ferner im Punkte *F* auf der Spiegelebene das Loth *FG*, welches das

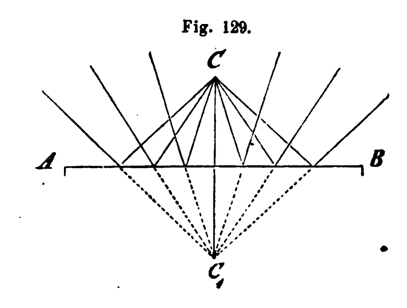
Fig. 128.



Einfallsloth genannt wird, so ist $\angle CFG = \angle GFO$. Der Winkel *CFG*, welchen die Richtung des einfallenden Strahls mit dem Einfallsloth einschliesst, heisst der Einfallswinkel, der Winkel *GFO* der Reflexionswinkel, die durch *CF* und *FG* gelegte, mithin auf dem Spiegel *AB* senkrechte Ebene, welche gleichzeitig den reflektirten Strahl *FO* enthält, heisst Einfallsebene. Die Richtung des reflektirten Strahles ist mithin vollständig durch die beiden Grundgesetze der Spiegelung bestimmt: 1) Die Richtung des reflektirten Strahles liegt in der durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth gelegten Ebene. 2) Der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel.

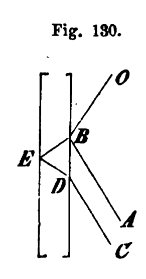
Wie diese Gesetze der Reflexion aus der durch die Erfahrung bekannten Lage des Spiegelbildes hergeleitet worden, so kann natürlich, wenn die Richtigkeit dieser Gesetze vorausgesetzt wird, auf umgekehrtem Wege bewiesen werden, dass alle von einem Punkte *C* (Fig. 129) ausgehenden Lichtstrahlen reflektirt werden, als ob sie von dem eben so weit hinter dem Spiegel auf der Verlängerung des von *C* auf den Spiegel gefällten Lothes gelegenen Punkte C_1 ausgingen. Dieser Punkt ist daher das optische Bild des Punktes *C*, und zwar ist dasselbe, da eine wirkliche Durchkreuzung der reflektirten Lichtstrahlen in C_1 nicht stattfindet, sondern nur ihre verlängerten Richtungen sich im Punkte C_1 durchschneiden, ein scheinbares oder virtuelles Bild, im Gegensatz zu wirklichen oder reellen Bildern, bei welchen eine wirkliche Durchkreuzung der reflektirten Strahlen in einem Punkte stattfindet (§ 137).

Fig. 129.



Im Vorhergehenden ist zunächst vorausgesetzt worden, dass nur eine einzige spiegelnde Ebene vorhanden ist, wie dies bei ebenen Metallspiegeln, Spiegeln aus schwarzem Glase u. s. w. der Fall ist. Die gewöhnlichen Glasspiegel bestehen aus einer von zwei parallelen Ebenen begrenzten Glasplatte, welche auf ihrer hinteren Seite mit Spiegelfolie (einem Amalgam aus Zinn und Quecksilber) belegt ist. Die Reflexion findet in diesem Falle zum Theil an der vorderen Glasfläche, vorzugsweise aber an der hinteren, mit Metall belegten Fläche statt, indem der Lichtstrahl *CD* in das Glas eindringt und durch zweimalige Brechung (§ 141) an der vorderen und einmalige Reflexion an der hinteren Glasfläche auf dem Wege *CDEBO* ins Auge gelangt. Man sieht daher, namentlich wenn man schräg gegen den Spiegel blickt, zwei Bilder des Gegenstandes, ein stärkeres, welches von der Reflexion an der hinteren, und ein schwächeres, welches von der Reflexion an der vorderen Fläche des Glases herrührt. Letzteres übt wegen seiner geringeren Lichtstärke in der Regel keinen störenden Einfluss aus. Betrachtet man in schräger Richtung das Bild einer vor den Spiegel gehaltenen Lichtflamme, so kann man auch mehrere Bilder wahrnehmen, welche durch wiederholte Reflexion an beiden Glasflächen erzeugt sind. Die Gesetze der Reflexion des Lichtes an Planspiegeln erfahren vielfache praktische und wissenschaftliche Anwendungen. Letztere z. B. bei der Benutzung des Quecksilberhorizonts zur Messung von Höhenwinkeln, beim Heliostat und Heliotrop, bei der von Poggendorf angegebenen Spiegelablesung der Magnetometer (vergl. § 302), beim Spiegelsextanten (§ 353) u. s. w.

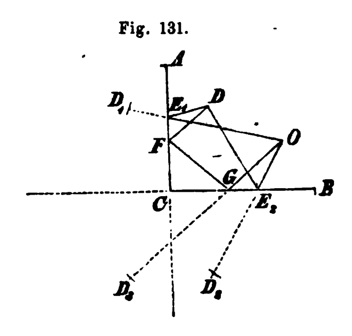
Fig. 130.



Werden zwei Planspiegel einander parallel gegenübergestellt, so erblickt man das Bild eines zwischen beiden befindlichen leuchtenden Punktes durch wiederholte Reflexion an beiden Spiegeln vervielfacht. Auch von einem Gegenstand,

welcher zwischen zwei unter einem **Winkel** gegen einander geneigte Spiegel gebracht wird, erblickt man mehrere Bilder, deren Anzahl von dem Neigungswinkel beider Spiegelebenen abhängt und besonders leicht zu bestimmen ist, wenn derselbe ein einfacher Bruchtheil von 4 Rechten ist. Schliessen z. B. die Ebenen der beiden Spiegel AC und BC einen rechten Winkel ein, so erblickt das Auge O, ausser dem leuchtenden Punkt D und den durch einmalige Reflexion erzeugten Bildern D_1 und D_2, noch das Bild D_3, welches durch doppelte Reflexion an beiden Spiegelebenen erzeugt wird, indem der Lichtstrahl auf dem Wege $DFGO$ ins Auge gelangt. Bei einem Neigungswinkel von 60^0 erblickt man, mit Einschluss des leuchtenden Punktes selbst, 6 Bilder u. s. f. Auf der Anwendung solcher Winkelspiegel beruht das sogenannte **Kaleidoskop**, welches von **Brewster** erfunden ist.

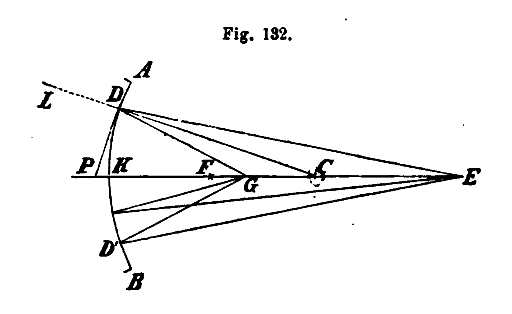
Fig. 131.



§ 136. **Reflexion an Kugelspiegeln. Concav- und Convexspiegel.** Das für ebene Spiegel geltende Reflexionsgesetz findet auch für die Reflexion an beliebig gekrümmten Oberflächen Anwendung, nur muss man sich zur Bestimmung des Einfallslothes in dem Punkte, wo die Reflexion stattfindet, die Tangentialebene an die reflektirende krumme Oberfläche gelegt denken, oder das Einfallsloth selbst ist die auf der reflektirenden Oberfläche errichtete Normale. Von besonderer Wichtigkeit ist die Reflexion an kugelförmig oder sphärisch gekrümmten Spiegeln. Je nachdem die Reflexion an der äusseren erhabenen Fläche eines Kugelsegments oder an der inneren concaven Fläche des Abschnitts einer Hohlkugel stattfindet, unterscheidet man Convexspiegel und Concav- oder Hohlspiegel.

§ 137. **Sphärische Concavspiegel.** Es stelle der Kreisbogen AB (Fig. 132) den an seiner Innenfläche spiegelnden Abschnitt einer Hohlkugel vor. C sei der Mittelpunkt der Kugelfläche, welcher das Segment angehört, oder der **Krümmungsmittelpunkt** des Hohlspiegels. Da jeder Kugelhalbmesser auf der in seinem Endpunkt an die Kugelfläche gelegten Tangentialebene senkrecht steht, so bildet der Kugelhalbmesser DC das Einfallsloth für einen Lichtstrahl, welcher im Punkte D die Kugelfläche trifft. Es sei E ein leuchtender Punkt, dessen Entfernung vom Hohlspiegel grösser ist, als der Krümmungshalbmesser. Unter den von E aus den Spiegel treffenden Strahlen ist der Strahl EK besonders bemerkenswerth, welcher durch den Mittelpunkt C geht. Derselbe soll der **Axenstrahl** genannt werden. Da seine Richtung mit dem Einfallsloth CK zusammenfällt, so wird er in der Richtung KC zurückgeworfen. Ein beliebiger zweiter Strahl ED wird in der Richtung DG reflektirt, so dass $\angle GDC = EDC$ ist (§ 135). Denkt man sich die

Fig. 132.



Figur um *EK* als Axe gedreht, so ist ersichtlich, dass alle Strahlen, welche von *E* ausgehen und mit dem Axenstrahl gleiche Winkel einschliessen, nach der Reflexion die Axe in demselben Punkt *G* durchschneiden müssen. Es wird unten gezeigt werden, dass dasselbe Gesetz annäherungsweise für alle Strahlen gilt, die von dem Punkte *E* ausgehen und mit dem Axenstrahl *EK* nicht zu grosse Winkel einschliessen. Der Punkt *G* ist also das optische Bild des leuchtenden Punktes *E* (§ 135) und zwar ein reelles Bild, da eine wirkliche Durchkreuzung der reflektirten Strahlen im Punkte *G* stattfindet. Umgekehrt werden, wenn sich in *G* ein leuchtender Punkt befindet, alle von *G* aus den Spiegel treffenden Strahlen nach der Reflexion in *E* vereinigt, oder wenn *G* das Bild von *E* ist, so ist umgekehrt *E* das Bild von *G*.

Fällt der leuchtende Punkt mit dem Krümmungsmittelpunkt *C* zusammen, so treffen alle Strahlen den Spiegel in normaler Richtung, werden also sämmtlich nach *C* zurückgeworfen, oder der Krümmungsmittelpunkt des Spiegels ist sein eigenes Bild.

Je weiter sich der leuchtende Punkt *E* vom Spiegel entfernt, desto mehr nähert sich demselben das Bild *G*. Entfernt sich der leuchtende Punkt ins Unendliche, so werden sämmtliche einfallende Strahlen dem Axenstrahl *CK* parallel. Es werden in diesem Fall sämmtliche der Axe *CK* parallel einfallende Strahlen annähernd in einem Punkt *F* vereinigt, welcher der Hauptbrennpunkt des Spiegels genannt wird. Die Entfernung des Hauptbrennpunktes vom Spiegel, *FK*, heisst die Hauptbrennweite und ist gleich dem halben Krümmungshalbmesser des Spiegels. Wie alle parallel einfallenden Strahlen im Hauptbrennpunkt gesammelt werden, so werden umgekehrt alle von diesem Punkt ausgehenden Strahlen in paralleler Richtung reflektirt, oder das optische Bild des Hauptbrennpunktes liegt im Unendlichen. Rückt endlich der leuchtende Punkt *G* (Fig. 133) dem Spiegel noch näher als der Hauptbrennpunkt, so vermag die Reflexion am Hohlspiegel die von *G* aus divergirenden Strahlen nicht mehr convergent zu machen, sondern dieselben divergiren auch nach der Reflexion, als ob sie von einem Punkt *E* ausgingen, welcher hinter dem Spiegel liegt und das virtuelle Bild (§ 135) des Punktes *G* ist. Die Entfernung des virtuellen Bildes vom Spiegel ist stets grösser als die des leuchtenden Punktes. Je mehr sich aber letzterer dem Spiegel nähert, desto näher rückt auch das Bild an den Spiegel heran, bis beide Punkte in *K* zusammenfallen.

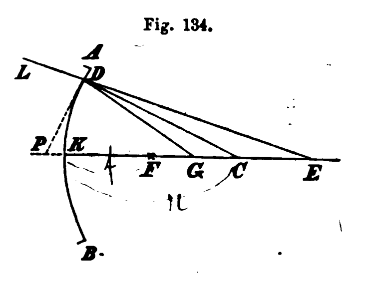
Fig. 133.

Die vor dem Spiegel liegenden reellen Bilder leuchtender Punkte können mittelst eines vor den Spiegel gehaltenen Papierschirmes sichtbar gemacht werden, wobei nur dafür gesorgt sein muss, dass nicht die Mehrzahl der einfallenden Strahlen durch den Schirm vom Spiegel abgehalten wird. Um reelle oder virtuelle Bilder ohne Hilfe eines Schirmes zu beobachten, muss das Auge in solcher Richtung gegen den Spiegel blicken, dass die durch das Auge und den Ort des zu beobachtenden Bildes gezogene Gerade die Spiegeloberfläche trifft. Mittelst einer geringen Seitenbewegung des Auges ist dann die Lage des Bildes, ob vor oder hinter dem Spiegel, leicht zu beurtheilen, indem sich ein vor dem Spiegel liegendes Bild in entgegen-

gesetzter, dagegen ein hinter demselben liegendes Bild in gleicher Richtung mit dem Auge zu bewegen scheint. Im ersteren Fall kann der Ort des Bildes genau bestimmt werden mittelst einer Nadelspitze, welche man leicht in eine solche Lage vor dem Spiegel bringt, dass sie bei jeder Stellung des Auges mit dem Bilde zusammenfällt.

Zur Begründung der angegebenen Gesetze der Reflexion an Hohlspiegeln dienen folgende Betrachtungen. Im Dreieck GDE (Fig. 134) halbirt die Linie DC den Winkel an der Spitze, da nach dem Reflexionsgesetz $\angle GDC = CDE$ ist. Nach einem bekannten geometrischen Satz ist also $GC : CE = GD : DE$. Die Tangente DP halbirt ferner den Aussenwinkel GDL, mithin ist $GP : PE = GD : DE$*). Aus der Verbindung beider Proportionen folgt $GC : CE = GP : PE$. Der Punkt P rückt um so näher an K heran, je kleiner der Bogen DK ist. Für kleine Oeffnungswinkel des Spiegels kann die Entfernung PK ohne merklichen Fehler vernachlässigt und an Stelle des Verhältnisses $GP : PE$ das Verhältniss $GK : KE$ gesetzt werden. Die Lage des Punktes G wird dann von der Richtung des einfallenden Strahls unabhängig, oder alle einfallenden Strahlen werden nach der Reflexion in demselben Punkt vereinigt. Bezeichnet man den Krümmungshalbmesser des Spiegels CK mit r, die Entfernung des leuchtenden Punktes KE mit a, die Bildweite KG mit b, so geht die Proportion $GC : CE = GK : KE$ über in $r - b : a - r = b : a$, woraus folgt $\frac{r-b}{b} = \frac{a-r}{a}$, $\frac{r}{b} - 1 = 1 - \frac{r}{a}$, oder endlich

Fig. 134.



$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}.$$

Aus der Betrachtung dieser Formel, welche den Zusammenhang zwischen den Entfernungen des leuchtenden Punktes und des Bildes vom Spiegel ausdrückt, lassen sich mit Leichtigkeit die oben angeführten Gesetze ableiten. Da die Summe der reciproken Werthe von a und b immer denselben Werth $\frac{2}{r}$ haben muss, so muss b wachsen, wenn a abnimmt, und umgekehrt. Für $a = r$ wird auch $b = r$. Für $a = \infty$ wird $b = \frac{1}{2} r$, oder wenn die Hauptbrennweite mit f bezeichnet wird, ist $f = \frac{1}{2} r$. Mit Benutzung dieses Werthes kann die obige Gleichung auch in der Form geschrieben werden

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Für $a = f$ wird $b = \infty$, d. h. die vom Brennpunkt ausgehenden Strahlen werden der Axe parallel reflektirt; für $a < f$ wird $\frac{1}{a} > \frac{1}{f}$, mithin $\frac{1}{b}$ negativ; es muss also auch b negativ sein, d. h. das Bild liegt hinter dem Spiegel und ist ein virtuelles.

Eine andere leicht zu erweisende Relation wird durch die Gleichung ausgedrückt

$$GF \,.\, EF = f^2.$$

§ 138. **Construktion der durch Hohlspiegel erzeugten Bilder von Gegenständen.** Die im Vorhergehenden gewonnenen Resultate können dazu dienen, die durch Hohlspiegel erzeugten Bilder der vor ihnen befindlichen Gegenstände durch eine einfache geometrische Construktion

*) Die beiden Geraden DP und DC halbiren die von DG und DE eingeschlossenen Scheitelwinkel. Die 4 Graden bilden also ein harmonisches Strahlenbüschel und die Punkte G und E sind conjugirt harmonische Punkte in Beziehung auf C und P.

ihrer Lage und Grösse nach zu bestimmen. Es stelle AB (Fig. 135) den Hohlspiegel, C seinen Krümmungsmittelpunkt, K den Mittelpunkt der kreisförmig begrenzten Kugelschale vor, die Gerade KC heisst die Hauptaxe des Spiegels, ihr Mittelpunkt sein Hauptbrennpunkt. Jeder parallel mit CK den Spiegel treffende Strahl wird dann nach F reflektirt, jeder von F ausgehende Strahl wird parallel der Hauptaxe, jeder von C ausgehende Strahl nach C zurückgeworfen. Um das Bild einer vor dem Spiegel befindlichen Geraden zu finden, suche man zunächst das Bild von V, indem man die drei von V ausgehenden Strahlen VD, VF, VC (oder auch nur zwei von ihnen) in ihrem Gange verfolgt. Die reflektirten Strahlen durchschneiden sich im Bildpunkte v; ebenso findet man w als Bild von W. Liegt VW jenseits des Krümmungsmittelpunktes, so ist das Bild vw ein reelles, umgekehrtes und verkleinertes. Betrachtet man die zwischen F und C gelegene Gerade vw als Objekt, so ist das Bild VW ein reelles, umgekehrtes und vergrössertes. Das Grössenverhältniss zwischen Bild und Gegenstand ergiebt sich aus der Betrachtung der ähnlichen Dreiecke vCw und VCW. Es ist nämlich $vw : VW = wC : WC$, oder wenn man die Schnittpunkte von VW und vw mit der Axe durch E und G bezeichnet, $vw : VW = GC : EC = GK : EK$ (§ 137). Es verhalten sich also der Grösse nach Bild und Gegenstand, wie ihre Entfernungen vom Spiegel. Der Lage nach sind reelle Bilder immer umgekehrt.

Fig. 135.

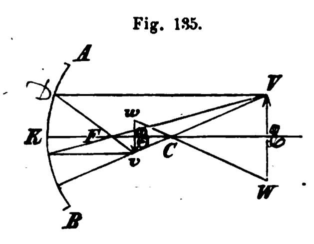
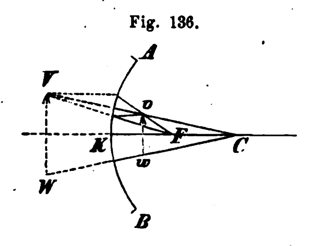


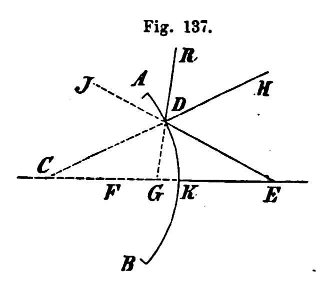
Fig. 136.



Durch eine ganz entsprechende Construktion (Fig. 136) ergiebt sich, dass von der innerhalb der Hauptbrennweite liegenden Geraden vw ein virtuelles, aufrechtes und stets vergrössertes Bild erzeugt wird.

§ 139. Sphärische Convexspiegel. Die Gesetze der Reflexion an Convexspiegeln können unmittelbar aus den für Concavspiegel geltenden abgeleitet werden. Es bilde der durch die Umdrehung des Bogens AB um die Axe CK entstandene Abschnitt einer Kugeloberfläche einen Convexspiegel; E sei ein vor demselben befindlicher leuchtender Punkt. Der Axenstrahl EC wird im Punkte K in der Richtung KE reflektirt. Ein zweiter Strahl ED wird in der Richtung DR reflektirt, so dass $\angle RDH = EDH$ ist. Der Strahl DR schneide, rückwärts verlängert, den Axenstrahl in dem hinter dem Spiegel gelegenen Punkte G, so ist G das stets virtuelle Bild des Punktes E. Würde umgekehrt G als leuchtender Punkt und AB als Hohlspiegel betrachtet, so wäre E das virtuelle Bild von G (da $\angle IDC = CDG$ ist).

Fig. 137.



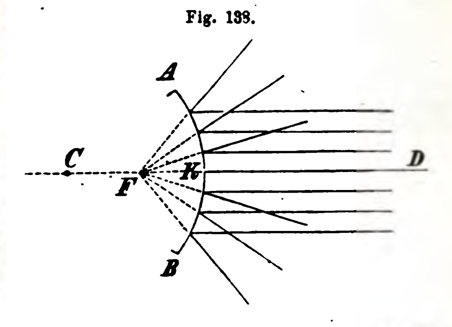
Es gelten demnach für den Convexspiegel dieselben Beziehungen zwischen der Entfernung des leuchtenden Punktes und des Bildes vom Spiegel, wie beim Concav-

spiegel. Nur ist zu beachten, dass die Entfernung $GK = b$ als negativ in Rechnung gebracht werden muss, weil das Bild ein virtuelles ist, und dass ebenso der Krümmungshalbmesser KC negativ ist, weil der Mittelpunkt C hinter dem Spiegel liegt. Die Formel für die Bildweite bei Convexspiegeln geht dadurch über in

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{2}{r}.$$

Für $a = \infty$ wird $b = \frac{1}{2} r$, oder die parallel der Axe auffallenden Strahlen werden so reflektirt, dass sie von einem hinter dem Spiegel in der Entfernung $\frac{1}{2} r$ gelegenen virtuellen Hauptbrennpunkt F zu divergiren scheinen.

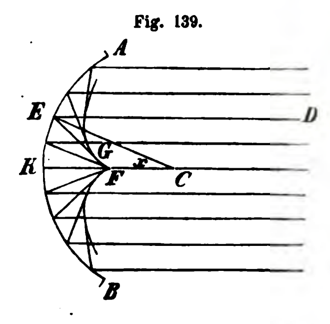
Fig. 138.



Es ergiebt sich daraus die Construktion der Bilder vor dem Convexspiegel befindlicher Gegenstände (vergl. Fig. 136). Diese Bilder sind stets virtuelle, aufrechte und verkleinerte.

§ 140. Brennlinien und Brennflächen; elliptische und parabolische Spiegel. Wie oben gezeigt worden, gelten die für die Reflexion an Kugelspiegeln entwickelten Gesetze nur annäherungsweise und unter gewissen beschränkenden Voraussetzungen. In der That werden die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen nicht genau in einem Punkte vereinigt, und die Abweichung tritt um so mehr hervor, je grösser die Oeffnung des Spiegels ist. Die Betrachtung soll der Einfachheit wegen auf den Fall der Reflexion parallel einfallender Strahlen an einem Hohlspiegel beschränkt werden. Ist DE ein einfallender Strahl und G der Durchschnittspunkt des reflektirten Strahls mit der Axe KC, so ist $DE \parallel CG$, mithin $\angle GCE = CED = CEG$ und $\triangle CGE$ gleichschenklig; daraus folgt, wenn der Winkel GCE, welchen das Einfallsloth CE mit dem Axenstrahl einschliesst, mit x bezeichnet wird, $CG = \frac{r}{2 \cos x}$. So lange der Winkel x nur wenige Grade beträgt, ist $\cos x$ nur sehr wenig von 1 verschieden. Es werden daher die nahe der Axe einfallenden Strahlen annähernd im Hauptbrennpunkte F vereinigt. Je grösser aber x wird, desto schneller nimmt der Nenner des für CG gefundenen Ausdruckes ab, und desto mehr entfernt sich der Durchschnittspunkt G von C. Durch die Durchschneidung der aufeinander folgenden reflektirten Strahlen entsteht eine krumme Linie, welche von allen reflektirten Strahlen berührt oder umhüllt wird, und die Grenzcurve des von den reflektirten Strahlen erleuchteten Raumes bildet. In der Nähe dieser Grenzcurve sind die reflektirten Strahlen am dichtesten zusammengedrängt, und ist daher die Erleuchtung am stärksten. Dieselbe wird die Brennlinie oder kaustische Curve des Spiegels genannt. Durch Umdrehung der Figur um die Axe CK wird eine Brennfläche oder kaustische Fläche erzeugt. Bei Hohlspiegeln mit grosser Oeffnung kann die Brennfläche leicht sichtbar gemacht werden. Convexspiegel besitzen eine hinter dem Spiegel gelegene, virtuelle Brennfläche. Auch durch Strahlen, welche nicht parallel einfallen, sondern von einem leuchtenden Punkte divergiren, wird eine Brennfläche erzeugt. Parabolische Spiegel besitzen die Eigenschaft, alle parallel der Hauptaxe einfallenden Strahlen geometrisch genau in einem Punkt, dem Brennpunkt des Umdrehungsparaboloids, zu vereinigen und umgekehrt alle von diesem Punkt ausgehenden Strahlen parallel der Axe zu reflektiren. Parabolische Reflektoren werden daher z. B. auf Leuchtthürmen angewendet. Ein Spiegel in Form eines

Fig. 139.



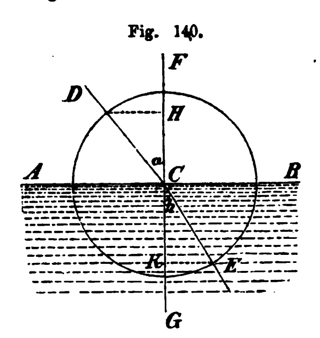
verlängerten Umdrehungsellipsoids vereinigt alle von einem Brennpunkte ausgehenden Strahlen genau im anderen Brennpunkt, und eine Schale eines zweifächrigen Umdrehungshyperboloids reflektirt alle von dem innerhalb derselben liegenden Brennpunkt ausgehenden Strahlen so, als ob sie von dem anderen hinter dem Spiegel liegenden Brennpunkt herkämen (§ 57a).

Während durch Reflexion an Kugelspiegeln von geringer Oeffnung Bilder erzeugt werden, welche zwar vergrössert oder verkleinert, aber in ihren Dimensionen den gespiegelten Objekten geometrisch ähnlich sind, so ist dies nicht mehr der Fall bei anders gestalteten, z. B. cylindrischen oder konischen Spiegeln. Die Gegenstände erscheinen daher in solchen Spiegeln verzerrt. Umgekehrt kann nach gewissen Gesetzen das Zerrbild eines Gegenstandes so construirt werden, dass bei geeigneter Betrachtung in einem cylindrischen oder konischen Spiegel der abgebildete Gegenstand in seinen natürlichen Dimensionen erblickt wird.

Gesetze der Lichtbrechung oder Refraktion.

§ 141. Lichtbrechung, Brechungsexponent. Trifft ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche zweier durchsichtiger Körper, z. B. Luft und Glas, so wird derselbe theilweise nach den im vorigen Kapitel besprochenen Gesetzen reflektirt, theilweise aber dringt er aus dem ersten in das zweite Medium ein und wird dabei von seiner geradlinigen Richtung abgelenkt oder gebrochen. Es stelle AB (Fig. 140) die ebene Trennungsfläche beider Medien vor, DC sei die Richtung des einfallenden, CE die des gebrochenen Strahles, FG das im Punkte C errichtete Einfallsloth (§ 135), so ist $\angle DCF = a$ der Einfallswinkel, $\angle ECK = b$ der Brechungswinkel. Mit wachsendem Einfallswinkel wächst auch der Brechungswinkel und zwar nach dem von Snellius († 1626) aufgestellten Brechungsgesetz so, dass der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels ($DH : EK$) in einem unabänderlichen Verhältniss steht, dass also, wenn n den Exponenten dieses Verhältnisses oder den Brechungsexponenten bezeichnet,

Fig. 140.



$$\sin a = n \sin b$$

ist. Je nachdem der Brechungsexponent n grösser oder kleiner als 1 ist, ist der Brechungswinkel kleiner oder grösser als der Einfallswinkel. Im ersten Fall wird der Strahl dem Einfallsloth zugebrochen, und das zweite Medium heisst optisch dichter oder stärker lichtbrechend als das erste, im letzteren Fall wird der Strahl vom Einfallsloth weggebrochen, oder das zweite Medium ist das optisch dünnere oder schwächer lichtbrechende.

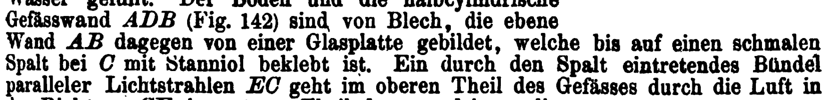
Letzteres würde z. B. der Fall sein, wenn in Fig. 140 der Strahl EC auf dem umgekehrten Wege aus Glas in Luft überginge. Es wäre dann CD der gebrochene Strahl und

$$\sin b = \frac{1}{n} \sin a,$$

wo $\frac{1}{n} < 1$. Ist also n der Brechungsexponent für den Uebergang aus Luft in Glas, so ist $\frac{1}{n}$ der Brechungsexponent für den umgekehrten Uebergang aus Glas in Luft.

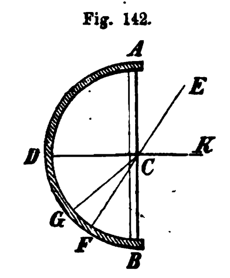
Ein schräg ins Wasser getauchter Stab erscheint in Folge der Lichtbrechung an der Flüssigkeitsoberfläche unter stumpfem Winkel nach aufwärts geknickt. Der Boden eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefässes und überhaupt die unter der Flüssigkeitsoberfläche befindlichen Gegenstände scheinen durch die Lichtbrechung gehoben, indem ein von *A* (Fig. 141) ausgehender Lichtstrahl auf dem Wege *ABO* in das bei *O* befindliche Auge gelangt, daher von *A'* zu kommen scheint. — Ein Glaswürfel erscheint in der Richtung, in welcher man hindurchsieht, verkürzt.

Fig. 141.



Das Snellius'sche Brechungsgesetz kann mittelst des folgenden einfachen Apparates bestätigt werden. Ein flaches, halbcylindrisches Gefäss ist zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Der Boden und die halbcylindrische Gefässwand *ADB* (Fig. 142) sind von Blech, die ebene Wand *AB* dagegen von einer Glasplatte gebildet, welche bis auf einen schmalen Spalt bei *C* mit Stanniol beklebt ist. Ein durch den Spalt eintretendes Bündel paralleler Lichtstrahlen *EC* geht im oberen Theil des Gefässes durch die Luft in der Richtung *CF*, im unteren Theil dagegen dringen die Strahlen in das Wasser ein und werden nach *G* gebrochen. (Ueber den Einfluss der Glasplatte s. unten § 142.) An der gekrümmten Wand *ADB* ist eine von *D* aus beginnende Gradtheilung angebracht, an welcher die zusammengehörigen Werthe des Einfallswinkels *DCF* = *ECK* und des Brechungswinkels *DCG* abgelesen werden können. Mit Hilfe der trigonometrischen Tafeln überzeugt man sich, dass, wenn man den Einfallswinkel von 0° bis 90° wachsen lässt, die Sinus der beiden Winkel in einem unveränderlichen Verhältniss stehen. Beim Uebergang aus Luft in Wasser ist dieses Verhältniss annähernd wie 4 : 3, beim Uebergang aus Luft in Glas wie 3 : 2. Folgende Tabelle enthält die Brechungsexponenten einiger der wichtigsten Substanzen. Da, wie unten (§ 145) gezeigt werden wird, das weisse Licht aus Strahlen verschiedener Brechbarkeit zusammengesetzt ist, so kann, genau genommen, immer nur der Brechungsexponent für eine bestimmte Gattung von Lichtstrahlen angegeben werden. Die Tabelle enthält die Brechungsexponenten für Strahlen, deren Brechbarkeit den Fraunhofer'schen Linien *B*, *D* und *H* (§ 149) entspricht. Die Linie *D* kann als Mass für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit gelten.

Fig. 142.



Substanz	Dichtigkeit	Brechungsexponent für die Fraunhofer'sche Linie			$\frac{n_h - n_b}{n_d - 1}$
		B	*D*	*H*	
Crownglas	2,535	1,526	1,530	1,547	0,040
Flintglas von Fraunhofer	3,723	1,628	1,635	1,671	0,068
Desgl. von Merz	—	1,722	1,732	1,789	0,093
Phosphor	1,8	—	2,144	2,310	—
Diamant	3,52	—	2,487	—	—
Wasser 15° C.	1,00	1,3300	1,3324	1,3431	0,040
Aether „	0,720	1,3545	1,3566	1,3683	0,039
Weingeist „	0,795	1,3612	1,3638	1,3751	0,038
Terpentinöl 10,6°	0,886	1,470	1,474	1,494	0,051
Cassiaöl 10°	1,07	1,596	1,610	1,704	0,177
Schwefelkohlenstoff 15,6°	1,272	1,618	1,631	1,702	0,133
Atmosphärische Luft		1,000293	1,000295	1,000300	—
Kohlensäure		1,000447	1,000449	1,000458	—
Wasserstoff		1,000142	1,000143	1,000147	—
Schwefeldampf		—	1,001629	—	—

In der Regel ist das physisch dichtere Medium auch das optisch dichtere; so wirkt z. B. Glas stärker lichtbrechend als Wasser, Wasser stärker als Luft; der Brechungsindex der Salzlösungen wächst mit ihrem Concentrationsgrade. Doch kommen vielfache Ausnahmen vor. Besonders sind viele kohlenstoffhaltige, flüssige

Verbindungen durch ein im Verhältniss zu ihrem specifischen Gewicht sehr hohes Lichtbrechungsvermögen ausgezeichnet; so namentlich Alkohol, Terpentinöl, Cassiaöl, Schwefelkohlenstoff. Unter den festen Körpern besitzen **Diamant** und **Phosphor** ein sehr hohes Lichtbrechungsvermögen.

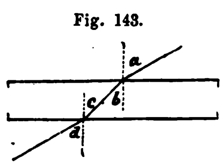
Auch **gasförmige Körper** wirken lichtbrechend, so dass z. B. die Lichtstrahlen bei ihrem Uebergang aus dem leeren Weltraum in die Erdatmosphäre oder aus dünneren in dichtere Luftschichten eine Ablenkung von ihrer geradlinigen Richtung erleiden, welche unter dem Namen der **atmosphärischen Strahlenbrechung** bekannt, und deren störender Einfluss bei astronomischen und geodätischen Beobachtungen berücksichtigt werden muss.

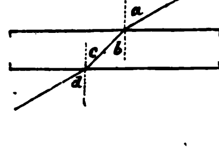
Auf der Brechung und Reflexion der Lichtstrahlen durch Luftschichten von ungleichmässiger Dichte beruhen ferner die Erscheinungen der **Luftspiegelung** (*Fata morgana*), das Zittern der Gegenstände, welche durch den aus einem Schornstein oder über einer Weingeistflamme aufsteigenden heissen **Luftstrom** betrachtet werden, das Funkeln der Sterne u. s. w.

Ueber den Grund der Lichtbrechung s. unten § 176, über die Bestimmung des Brechungsexponenten § 144.

§ 142. **Brechung durch planparallele Platten.** Durchdringt ein Lichtstrahl eine von zwei parallelen Ebenen begrenzte Platte, und ist diese auf beiden Seiten von demselben Medium, z. B. Luft, umgeben, so ist die Richtung des austretenden Strahles der des ursprünglichen parallel. Es ist nämlich (Fig. 143), wenn n den Brechungsexponenten der Platte bezeichnet, $\sin a = n \sin b$, $\sin d = n \sin c$ (§ 141) und da $b = c$, so ist auch $d = a$.

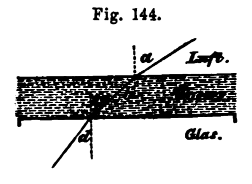
Fig. 143.





Ist dagegen das dritte lichtbrechende Medium von dem ersten verschieden, so erleidet der Lichtstrahl nach dem Durchgang durch die Platte dieselbe Ablenkung, als ob er unmittelbar aus dem ersten in das dritte Medium übergegangen wäre. Bezeichnet n_1 den Brechungsexponenten für den Uebergang aus Luft in Wasser, n_2 für den Uebergang aus Luft in Glas, endlich n_3 für den Uebergang aus Wasser in Glas, so ist (Fig. 144) $\sin a = n_1 \sin b$, oder da $\angle b = c$ ist,

Fig. 144.



$$\sin a = n_1 \sin c,$$

ferner ist

$$\sin c = n_3 \sin d,$$

folglich

$$\sin a = n_1 \, . \, n_3 \sin d;$$

geht aber der Lichtstrahl direkt aus Luft in Glas über, so ist

$$\sin a = n_2 \sin d,$$

mithin $n_2 = n_1 \, . \, n_3$ oder

$$n_3 = \frac{n_2}{n_1}.$$

Ist also n_1 der Brechungsexponent des Wassers, n_2 der des Glases, so gilt für den Uebergang aus Wasser in Glas oder umgekehrt die Gleichung:

$$n_1 \sin c = n_2 \sin d.$$

§ 143. **Grenzwinkel der Brechung, totale Reflexion.** Ein Lichtstrahl, welcher die ebene Trennungsfläche zweier Mittel in normaler Richtung trifft, erleidet keine Ablenkung, da sowohl der Einfallswinkel als der Brechungswinkel gleich Null ist. Mit wachsendem Einfallswinkel a wächst auch der Brechungswinkel b. Ist $n > 1$, so ist $b < a$. Für den

grössten möglichen Werth des Einfallswinkels $a = 90^0$ wird $\sin a = 1$, mithin $\sin b = \frac{1}{n}$. Der Brechungswinkel b kann also nie über den Grenzwerth hinauswachsen, welcher diesem Werth des Sinus entspricht. Für den Uebergang aus Luft in Wasser ist z. B. $n = \frac{4}{3}$, mithin $\sin b = \frac{3}{4}$ und $b = 48^0 35'$. Dieser Winkel wird deshalb der **Grenzwinkel** der Brechung genannt. Geht umgekehrt ein Lichtstrahl aus dem optisch dichteren in das optisch dünnere Medium, z. B. aus Wasser in Luft über, so erreicht bei einem Einfallswinkel von $48^0 35'$ der Brechungswinkel bereits den grössten möglichen Werth von 90^0. Für grössere Werthe des Einfallswinkels ergiebt die Formel $\sin a = n \sin b$ für den Sinus des Brechungswinkels Werthe, die > 1 sind, und zu welchen kein Winkel gehört. Es **kann daher in diesem Fall überhaupt der Austritt des Lichtstrahles aus dem dichteren in das dünnere Medium nicht mehr stattfinden**; der Lichtstrahl wird vielmehr an der Grenzfläche vollständig in das Innere des dichteren Mediums zurückgeworfen oder **total reflektirt**. Diese Folgerung aus dem Brechungsgesetz wird in der That durch die Erfahrung bestätigt.

Für Crownglas, dessen Brechungsexponent $= 1{,}5$ ist, ergiebt sich der Grenzwinkel, bei welchem die totale Reflexion eintritt, $= 41^0 49'$. Schleift man daher ein rechtwinklig-gleichschenkliges Glasprisma ABC (Fig. 145), so wird ein in der Richtung DE einfallender Lichtstrahl, der die Hypotenusenfläche AB unter dem Einfallswinkel von 45^0 trifft, vollständig nach EF reflektirt. Blickt man in der Richtung FE in das Prisma, so erscheint die Fläche AB vollkommen spiegelnd und undurchsichtig, wie mit Metall belegt. Wird die Fläche an einer Stelle mit dem nassen Finger berührt, so findet an dieser Stelle keine totale Reflexion mehr statt, und der Spiegel erscheint wie von einer Oeffnung durchbrochen. Man bedient sich solcher Prismen als **vollkommener Spiegel** häufig in optischen Instrumenten. Aehnliches beobachtet man, wenn man gegen die Oberfläche des Wassers in einem Glase (Fig. 146) in schräger Richtung von unten her blickt.

Fig. 145.

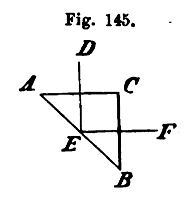
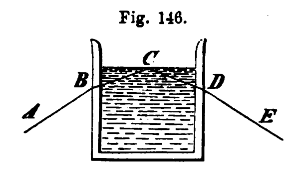


Fig. 146.

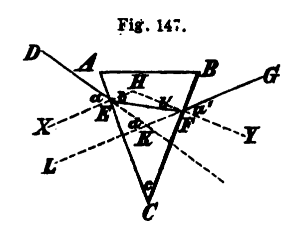


§ 144. **Brechung des Lichtes im Prisma.** Beim Durchgang durch ein lichtbrechendes Medium, welches von zwei **nicht** parallelen ebenen Flächen begrenzt wird, erleidet ein Lichtstrahl, sowohl beim Eintritt als beim Austritt, eine Brechung und erfährt dadurch eine bleibende Ablenkung von seiner ursprünglichen Richtung.

Es stelle ACB (Fig. 147) den Querschnitt eines dreiseitigen Glasprismas vor. DE sei ein Lichtstrahl, welcher die Fläche AC unter dem Einfallswinkel $DEX = a$ trifft, nach der Richtung EF gebrochen wird und nach abermaliger Brechung FG aus dem Prisma austritt. Ein in G befindliches Auge wird den in D befindlichen Gegenstand in der Richtung GL zu sehen glauben. Die Durchschnittskante C der lichtbrechen-

den Flächen heisst die **brechende Kante**, ihr Neigungswinkel $ACB = c$ der **brechende Winkel des Prismas**. Die durch das Prisma betrachteten Gegenstände erscheinen also durch die Lichtbrechung nach der Seite der brechenden Kante verschoben. Die gesammte Ablenkung von der ursprünglichen Richtung, welche der Lichtstrahl durch die Brechung erlitten hat, wird durch den Winkel $DKL = d$ angegeben. Die Grösse dieser Ablenkung hängt von dem Brechungsexponenten der Substanz des Prismas n, von der Grösse des brechenden Winkels c, endlich von dem Einfallswinkel a ab.

Fig. 147.



Es sei $DEFG$ der Weg des Lichtstrahls durch das Prisma, HX und HY seien die in E und F errichteten Einfallslothe; der Brechungswinkel für die erste Brechung HEF werde mit b, HFE mit b', endlich GFY mit a' bezeichnet. Da das Viereck $EHFC$ zwei rechte Winkel bei E und F enthält, so ist $\angle EHF = 180^0 - c$, mithin $b + b' = c$. Ferner ist $\angle KEF = a - b$, $\angle KFE = a' - b'$, mithin der Ablenkungswinkel d, als Aussenwinkel des $\triangle KFE$, gleich $a - b + a' - b' = a + a' - c$. Die Grösse der Ablenkung ist im Allgemeinen von dem Werth des Einfallswinkels a abhängig. Es lässt sich zeigen, dass dieselbe den **kleinsten** Werth besitzt, wenn der Einfallswinkel a so gewählt wird, dass $a' = a$ und mithin auch $b' = b$, also **der Weg des Lichtstrahles im Prisma** EF **gegen beide lichtbrechenden Flächen gleich geneigt ist.** Zu diesem Zweck bemerke man zunächst, dass mit wachsendem Einfallswinkel a auch die Ablenkung $a - b$ zunimmt. Nach dem Brechungsgesetz ist nämlich $\sin a = n \sin b$, woraus folgt $\sin a - \sin b = (n - 1) \sin b$, oder indem man die Sinus-Differenz in ein Produkt auflöst,

$$\sin\frac{a-b}{2} = \frac{n-1}{2} \cdot \frac{\sin b}{\cos\frac{a+b}{2}}.$$

Da mit wachsendem a der Zähler dieses Ausdrucks wächst, der Nenner aber abnimmt, so wächst $a - b$ gleichzeitig mit a. Sind daher a und a' an Grösse verschieden, und ist z. B. $a > a'$, so ist auch $a - b > a' - b'$, mithin $a - a' > b - b'$. Nun ist nach dem Brechungsgesetz $\sin a = n \sin b$, $\sin a' = n \sin b'$, oder durch Addition

$$\sin a + \sin a' = n (\sin b + \sin b')$$

oder

$$2 \sin\frac{a+a'}{2} \cos\frac{a-a'}{2} = 2n \sin\frac{b+b'}{2} \cos\frac{b-b'}{2};$$

mithin, da $b + b' = c$ ist,

$$\sin\frac{a+a'}{2} = n \sin\frac{c}{2} \cdot \frac{\cos\frac{b-b'}{2}}{\cos\frac{a-a'}{2}}.$$

Da $a - a' > b - b'$, also $\cos\frac{a-a'}{2} < \cos\frac{b-b'}{2}$, so ist der Quotient der beiden Cosinus **grösser als** 1. Dasselbe würde stattfinden, wenn $a' < a$ wäre, indem daraus folgen würde $a' - a > b' - b$. In beiden Fällen ist daher $\sin\frac{a+a'}{2} < n \sin\frac{c}{2}$.

In dem besonderen Fall dagegen, dass $a' = a$, mithin auch $b' = b$ ist, wird der Quotient **gleich** 1, mithin

A) $$\sin\frac{a+a'}{2} = n \sin\frac{c}{2}.$$

Es erlangt also in diesem Fall die Summe $a + a'$ und mithin auch der Ablenkungswinkel

B) $$d = a + a' - c$$

seinen **kleinsten** Werth, w. z. b. w. Dreht man also, während die Richtung des einfallenden Strahles unverändert bleibt, das Prisma vor dem Auge so lange, bis das **Minimum der Ablenkung** der Lichtstrahlen erreicht ist, so ist bei dieser Stellung des Prismas die der Gleichung A entsprechende Bedingung erfüllt. Setzt man in dieser Gleichung an Stelle der Summe $a + a'$ ihren Werth aus der Gleichung B, so erhält man

$$\sin\frac{d+c}{2} = n \sin\frac{c}{2}$$

und

C) $$n = \frac{\sin\frac{d+c}{2}}{\sin\frac{c}{2}}.$$

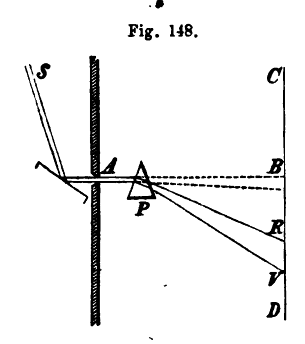
Hat man die Ablenkung des Lichtstrahles d und den brechenden Winkel des Prismas c gemessen, so kann diese Gleichung dazu dienen, den Brechungsindex n für die Substanz des Prismas zu berechnen. Feste Körper kann man leicht in Form von Prismen erhalten, oder doch zwei Flächen an dieselben anschleifen, deren Neigungswinkel sich bestimmen lässt. Flüssige Körper bringt man in ein Hohlprisma, welches von zwei planparallelen Glasplatten (§ 142) begrenzt wird. Zur Bestimmung der Brechungsexponenten der Gase bedient man sich eines ähnlichen Hohlprismas, welches luftleer gepumpt oder mit verschiedenen Gasen gefüllt werden kann. Wegen des geringen Lichtbrechungsvermögens der Gase muss das Prisma einen sehr grossen brechenden Winkel besitzen. — Ist $n < 1$, so ist $b > a$ und $b' > a'$, folglich $\cos\frac{b-b'}{2} < \cos\frac{a-a'}{2}$ und demnach $\sin\frac{a+a'}{2} < n \sin\frac{c}{2}$, ausser für die Annahme $a = a'$, für welche auch $b = b'$ ist. Für diese Annahme erreicht $\frac{a+a'}{2}$ seinen grössten Werth und demnach der Ablenkungswinkel d, der jetzt gleich $b + b' - (a + a')$ ist, wiederum seinen kleinsten Werth. Ein solcher Fall tritt übrigens z. B. ein, wenn ein mit Wasserstoff gefülltes Prisma in atmosphärischer Luft untersucht wird.

Farbenzerstreuung oder Dispersion des Lichtes.

§ 145. **Zerlegung des weissen Lichtes in Farben.** Betrachtet man ein leuchtendes Objekt, z. B. eine Lichtflamme oder einen weissen Strich auf dunklem Grunde, durch ein Prisma, so sieht man dasselbe nicht nur in der Richtung nach der brechenden Kante des Prismas verschoben (§ 144), sondern auch an seinen Rändern von Farbensäumen begrenzt. Lässt man in ein verfinstertes Zimmer durch einen im Fensterladen angebrachten schmalen Spalt A (Fig. 148) ein Bündel von Sonnenstrahlen fallen, welche durch einen vor dem Fensterladen angebrachten Spiegel in horizontaler Richtung reflektirt werden, so erblickt man auf einem dem Spalt gegenübergestellten, weissen Papierschirm CD bei B einen der Länge des Spaltes entsprechenden Lichtstreif von etwas grösserer Breite (vergl. § 148). Stellt man vor den Spalt ein Prisma P, dessen brechende Kante dem Spalt parallel und in der Figur nach oben gekehrt ist, so wird das Strahlenbündel durch die Brechung im Prisma von seinem geradlinigen Wege

nach D hin abgelenkt. Gleichzeitig erscheint aber das Bild des Spaltes beträchtlich verbreitert und das weisse Licht in eine Reihe von Farben aufgelöst, welche von R nach V hin durch unmerkliche Abstufungen in einander übergehen. Die Hauptfarben folgen von R nach V in folgender Ordnung auf einander: roth, orange, gelb, grün, blau, violett, so dass die rothen Strahlen am wenigsten, die violetten am meisten von der ursprünglichen Richtung abgelenkt worden sind. Das weisse Licht ist also durch die prismatische Brechung in verschiedenfarbige Strahlen zerlegt worden, welche sich durch den verschiedenen Grad ihrer Brechbarkeit unterscheiden.

Fig. 148.



Sondert man aus dem erhaltenen Farbenbild oder Spektrum einen einzelnen farbigen Strahl aus, indem man denselben z. B. durch einen zweiten in dem Schirm CD angebrachten schmalen Spalt gehen lässt, während alle übrigen Strahlen durch den Schirm zurückgehalten werden, so kann dieser Strahl zwar durch ein zweites Prisma abermals gebrochen, nicht aber in einfachere Farbenstrahlen zerlegt werden. Man nennt deshalb die einzelnen farbigen Strahlen des Spektrums, welche nicht weiter zerlegt werden können, homogene oder einfache Strahlen, während das weisse Sonnenlicht und die natürlichen Farben der Körper aus solchen einfachen Strahlen zusammengesetzt sind.

Die Zusammensetzung des weissen Lichtes aus den Farben des Spektrums ist zuerst von Newton nachgewiesen worden. Da das Blau im Spektrum einen beträchtlich grösseren Raum einnimmt, als jede der übrigen Farben, so unterschied Newton in diesem Theil des Spektrums zwei Farbentöne, Hellblau und Indigo, wodurch die Zahl der Hauptfarben auf sieben erhöht ward. Ueberhaupt ist die Begrenzung der Farben des Spektrums eine mehr oder minder willkürliche, indem genau genommen unendlich viele einfache Strahlen vorhanden sind, die durch unmerkliche Abstufungen der Farbe und Brechbarkeit in einander übergehen. Man kann jedoch drei Grundfarben, Roth, Gelb und Blau unterscheiden, während Orange, Grün und Violett den Uebergang zwischen je zweien dieser Grundfarben vermitteln.

Wie das weisse Licht durch Brechung im Prisma in seine einfachen farbigen Bestandtheile zerlegt werden kann, so können umgekehrt diese Farben wieder zu weissem Licht vereinigt werden, entweder mit Hilfe einer Sammellinse, oder indem man das Spektrum durch ein in geeigneter Lage aufgestelltes zweites Prisma betrachtet. Weniger vollkommen gelingt die Erzeugung des weissen Lichtes aus seinen farbigen Bestandtheilen mittelst des Farbenkreisels, einer kreisförmigen Pappscheibe, die in Sektoren abgetheilt ist, welche mit den Farben des Spektrums bemalt sind, und deren Breite der Ausdehnung der einzelnen Farben im Spektrum möglichst entsprechen muss. Wird die Scheibe in schnelle Umdrehung versetzt, so vereinigt sich der Eindruck der verschiedenfarbigen Sektoren im Auge (§ 165), so dass die Pappscheibe in einem mehr oder minder dem vollkommenen Weiss sich nähernden Grau erscheint. Da es nicht möglich ist, durch künstliche Farbstoffe oder Pigmente Farben zu erzeugen, welche den reinen Spektralfarben genau entsprechen, so gelingt es nicht, durch diese Methode ein vollkommen reines Weiss zu erzeugen.

§ 146. **Natürliche Farben der Körper.** Die natürlichen Farben der Körper entstehen dadurch, dass von den im weissen Licht enthaltenen, farbigen Strahlen nur ein Theil an der Oberfläche der farbigen Körper reflektirt oder von denselben hindurchgelassen, ein anderer Theil dagegen

vernichtet oder absorbirt wird. Ein weisser oder farbloser Körper ist also ein solcher, welcher alle Farbenstrahlen in gleicher Weise reflektirt oder hindurchlässt.

Die Art der Zusammensetzung der Mischfarben der Körper aus den reinen Spektralfarben untersucht man am besten, indem man die Pigmente in Form schmaler Streifen auf dunklem Hintergrund durch das Prisma betrachtet. Anstatt des vollständigen Spektrums erblickt man dann ein solches, in welchem die von dem Körper ganz oder theilweise absorbirten Farben fehlen, oder mehr oder minder geschwächt sind. Durchsichtige Körper, z. B. farbige Gläser oder Flüssigkeiten, stellt man hinter einen mit weissem Licht beleuchteten schmalen Spalt und betrachtet diesen durch ein Prisma, oder fängt das Farbenbild des Spaltes durch einen Papierschirm auf.
Weisse Körper erscheinen mit rothem Licht beleuchtet roth, mit grünem grün, da sie nur diejenigen Strahlen zurückwerfen können, von welchen sie getroffen werden. Bunte Farben erscheinen je nach der Art der Beleuchtung verändert. Manche (namentlich blaue und violette) Farben erscheinen Abends bei Lampenlicht anders als bei Tageslicht, da dem Lampenlicht, selbst dem hellen Licht der Gasflammen, gewisse Farbenstrahlen fehlen, die im weissen Tageslicht vorhanden sind. (Bei heller Dämmerung oder bei Mondschein erscheint deshalb das Licht der Gasflammen röthlich.) Bei Beleuchtung durch vollkommen einfarbiges Licht, z. B. durch das monochromatische Licht einer durch Kochsalz gefärbten Weingeistflamme (§ 149), verschwinden alle Farbenunterschiede der Körper, und man vermag nur hell und dunkel zu unterscheiden.

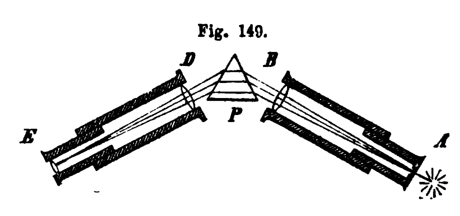
§ 147. Complementar- oder Ergänzungsfarben. Denkt man sich das Spektrum auf beliebige Weise in zwei Theile zerlegt, indem man eine einzelne Farbe oder mehrere Farbenstreifen aus demselben aussondert, und vereinigt man jeden der beiden Theile zu einer Mischfarbe, so ergänzen sich die so erhaltenen Farbenmischungen jederzeit zu weissem Licht und werden deshalb Complementar- oder Ergänzungsfarben genannt.

So sind Roth und Grünlich Blau, Orange und Cyanblau, Gelb und Indigblau, Grünlich Gelb und Violett Complementarfarben. Die Zusammenstellung zweier Complementarfarben macht auf das Auge einen wohlthuenden Eindruck (vergl. § 166). Dass Gelb und Blau complementäre Farben sind, also bei ihrer Mischung Weiss geben, scheint der bekannten Thatsache zu widersprechen, dass die Mischfarbe von gelben und blauen Farbstoffen Grün ist. Dieser Widerspruch findet nach Helmholtz darin seine Lösung, dass keine natürliche Farbe rein ist. Eine blaue Flüssigkeit lässt demnach ausser dem Blau auch einen Theil des angrenzenden Grün hindurchgehen, und ebenso ist eine gelbe Flüssigkeit ausser für Gelb auch für Grün durchsichtig. In einer Mischung beider Flüssigkeiten ist also Grün die einzige Farbe, für welche beide Grundfarben zugleich durchsichtig sind, während Gelb durch die blaue Flüssigkeit und Blau durch die gelbe ausgeschlossen werden. Wenn demnach weisses Licht auf die Mischung fällt, wird allein das Grün zum Auge zurückgeworfen.

§ 148. Spektralapparat. Ein vor einen Spalt gestelltes Prisma reicht allein nicht aus, ein vollkommen reines Spektrum, d. h. ein solches zu erzeugen, in welchem die einfachen Farbenstrahlen völlig von einander getrennt sind. Da nämlich die von den verschiedenen Theilen der Sonnenscheibe oder einer anderen Lichtquelle auf den Spalt fallenden Strahlen nicht völlig parallel sind, so erhält man auch ohne Prisma auf dem gegenüberstehenden Schirm nicht eine scharf begrenzte schmale Lichtlinie von der Breite des Spalts, sondern einen Lichtstreif, der um so breiter ist, je grösser die Entfernung des Schirmes vom Spalt. Bei Anwendung des Prismas greifen die den einzelnen homogenen Strahlen des Spektrums entsprechenden Farbenstreifen mit ihren Rändern über einander, wodurch eine Vermischung der reinen Farben entsteht. Um ein völlig reines Spektrum zu erzeugen, stellt man in geeigneter Entfernung vor dem Spalt eine Convexlinse auf, welche ein vollkommen scharf begrenztes Bild des Spaltes auf dem gegenüberstehenden Schirm entwirft (§ 156), welches durch Annäherung der Ränder des Spaltes beliebig schmal gemacht werden kann. Durch das Prisma wird diese Lichtlinie in ein völlig reines Spektrum aufgelöst. Für genauere Beobachtungen ist es jedoch zweckmässig, das Spektrum nicht objektiv auf einem Schirm aufzufangen, sondern

dasselbe mittelst eines vor das Prisma gestellten Fernrohres subjektiv zu beobachten. Zu dieser Beobachtungsmethode dient am besten der von Kirchhoff und Bunsen construirte Spektralapparat, dessen wesentliche Theile in Fig. 149 im Grundriss dargestellt sind. Die durch einen schmalen Spalt bei *A* eintretenden Lichtstrahlen werden durch die Convexlinse *B* parallel gemacht und gelangen, nachdem sie durch das Prisma *P* gegangen sind, in das Fernrohr *DE*. Durch die Objektivlinse *D* dieses Fernrohrs (vergl. § 156) wird in der Fokalebene desselben ein vollkommen reines Spektrum erzeugt, welches mittelst des vergrössernden Fernrohrokulares *E* beobachtet wird. Statt eines Prismas können deren mehrere hintereinander gestellt werden, um die Ausdehnung des Spektrums noch mehr zu vergrössern.

Fig. 149.



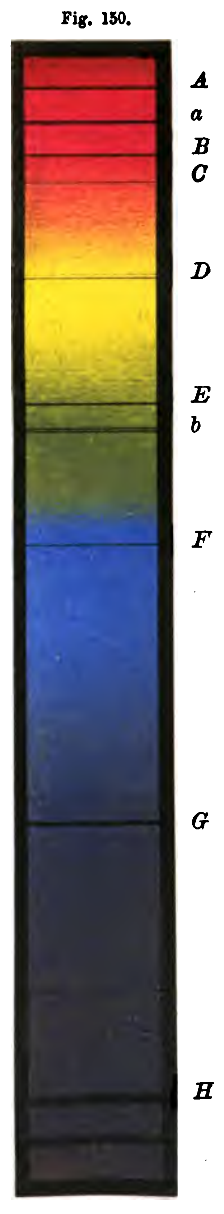
§ 149. Fraunhofer'sche Linien, Flammenspektra, Spektralanalyse. Betrachtet man mittelst des beschriebenen Spektralapparats das Spektrum einer vor den Spalt gestellten Leuchtgas- oder Kerzenflamme, oder eines weissglühenden Drahtes, so bildet dasselbe eine völlig stetige Farbenfolge ohne jede Unterbrechung. Lässt man dagegen direktes oder von der Atmosphäre reflektirtes Sonnenlicht in den Apparat eintreten, so erscheint das Spektrum von einer sehr grossen Zahl dunkler Querstreifen durchzogen, welche zuerst von Wollaston beobachtet, von Fraunhofer aber (1814) genauer untersucht und in ihrer Bedeutung erkannt wurden und deshalb den Namen der Fraunhofer'schen Linien erhalten haben.

Die vorzüglichsten dieser Linien (Fig. 150), welche stets dieselbe unveränderliche Lage im Spektrum beibehalten, sind von Fraunhofer mit den lateinischen Buchstaben *A* bis *H* bezeichnet worden. Die Zahl der Linien, welche theils mehr, theils minder scharf begrenzt und dunkel, so wie an Breite verschieden erscheinen, ist eine ausserordentlich grosse. Durch Anwendung sehr vollkommener Spektralapparate ist es Kirchhoff und Anderen möglich gewesen, Tausende derselben zu beobachten und nach ihrer gegenseitigen Lage im Spektrum genau zu verzeichnen.

Aehnliche, doch in der Regel breitere und weniger zahlreiche dunkle Querstreifen können im Spektrum des weissen Lichts durch Absorption in gewissen farbigen Gasen (salpetrigsaurem Gas, Joddampf) erzeugt werden. Eine besonders wichtige Bedeutung hat die Beobachtung der Fraunhofer'schen Linien in neuerer Zeit durch den von Kirchhoff und Bunsen entdeckten Zusammenhang erhalten, welcher zwischen diesen dunklen Linien und den hellen Linien stattfindet, die man im Spektrum gewisser durch Metalldämpfe gefärbter Flammen wahrnimmt. Bringt man z. B. in eine Weingeistflamme oder in die schwach leuchtende, bläuliche Flamme eines Bunsen'schen Gasbrenners mittelst eines Platindrahtes eine geringe Quantität Kochsalz ($NaCl$), so theilt dasselbe der Flamme eine intensiv gelbe Färbung mit, welche von glühendem Natriumdampf herrührt. Das Spektrum dieser Flamme besteht aus einer einzigen scharf begrenzten, gelben Linie, oder mit anderen Worten, die durch Kochsalz gefärbte Flamme sendet homogenes Licht aus (§ 145), dessen Brechbarkeit genau der Fraunhofer'schen Linie *D* im Sonnenspektrum entspricht (durch sehr vollkommene Spektralapparate erscheint sowohl die helle Natronlinie, als die dunkle Fraunhofer'sche Linie *D*, aus zwei durch einen geringen Zwischenraum getrennten Linien zusammengesetzt). In ähnlicher Weise wird die Flamme des Bunsen'schen Brenners durch Kaliumsalze violett, durch Lithium-, Calcium- und Strontiumsalze roth, durch Barium-, Thallium- oder Kupfersalze, so wie durch Borsäure grün, durch Indiumsalze blau gefärbt. Die Spektra dieser farbigen Flammen bestehen aus einer oder in der Regel aus mehreren hellen Linien, welche für die einzelnen Metalle charakteristisch sind, so dass man mit Hilfe derselben die geringsten Spuren eines dieser Metalle in seinen Verbindungen zu erkennen und zu unterscheiden vermag.

Nach Kirchhoff reicht das Vorhandensein von $\frac{1}{3000000}$ Milligramm Natriumdampf oder von $\frac{1}{100000}$ Milligramm Lithiumdampf in der Flamme hin, um die für diese Metalle charakteristischen Linien im Spektrum hervorzurufen. Die Methode der spektralanalytischen Untersuchung ist daher namentlich geeignet, das Vorhandensein sehr geringer Mengen gewisser metallischer Bestandtheile in Mischungen aufzufinden, und mittelst derselben ist es bereits gelungen, vier bisher unbekannte, metallische Grundstoffe zu entdecken, nämlich das Caesium und Rubidium, welche 1860 und 1861 von Kirchhoff und Bunsen in der Mutterlauge gewisser Soolquellen aufgefunden wurden, das Thallium, gleichzeitig von Crookes und Lamy in Schwefelkiesen 1861, und das Indium, von Reich und Richter in der Freiberger Zinkblende 1863 entdeckt.

Fig. 150.



Die Spektra der Schwermetalle, deren Chloride meist weniger flüchtig sind oder bei erhöhter Temperatur zersetzt werden, untersucht man am besten mit Hilfe des elektrischen Funkens. Lässt man nämlich elektrische Funken (am besten eignen sich die Funken des Induktionsapparates (§ 334)) zwischen metallischen Drähten überschlagen, so ist das Spektrum derselben aus zweierlei hellen Linien zusammengesetzt, von welchen die einen von der Beschaffenheit der metallischen Leiter, die anderen aber von dem Gase abhängen, in welchem die Entladung stattfindet. Die Spektra glühender Gase können am besten mittelst der sogenannten Geissler'schen Röhren (§ 334) untersucht werden. So besteht z. B. das Wasserstoffspektrum aus drei scharf begrenzten, hellen Linien, einer rothen, grünen und blauen, von welchen die beiden ersten mit den Fraunhofer'schen Linien *C* und *F*, die dritte mit einer zwischen *F* und *G* gelegenen Linie übereinzustimmen scheinen.

§ 150. **Analyse der Atmosphäre der Sonne und der Fixsterne.** Durch den eigenthümlichen Zusammenhang zwischen den hellen Linien gewisser Metallspektra und den dunklen Fraunhofer'schen Linien des Sonnenspektrums (§ 149) wurde Kirchhoff zu einem Satze geführt, welcher merkwürdige Folgerungen hinsichtlich der chemischen Bestandtheile der Atmosphären der Sonne und der übrigen Fixsterne gestattet. Kirchhoff zeigte nämlich, dass jeder Körper diejenigen Lichtstrahlen vorzugsweise zu absorbiren fähig ist, welche er selbst im glühenden Zustande ausstrahlt, oder dass das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und Absorptionsvermögen für Strahlen derselben Gattung bei allen Körpern gleichen Werth besitzt. So sendet z. B. Natriumdampf im glühenden Zustand Strahlen aus, deren Brechbarkeit der Fraunhofer'schen Linie *D* entspricht. Nach dem ausgesprochenen Satz vermag also Natriumdampf dieselben Strahlen vorzugsweise zu absorbiren. In der That erscheint eine mit Natriumdampf gefüllte Glasröhre, vor eine durch Kochsalz gefärbte Flamme gebracht, schwarz und undurchsichtig, und wenn man intensives weisses Licht (z. B. elektrisches Licht oder Drummond'sches Kalklicht) durch eine Flamme gehen

lässt, die glühenden Natriumdampf enthält, so erscheint in dem Spektrum desselben eine dunkle Linie genau an der Stelle der Fraunhofer'schen Linie *D*. Gestützt auf diese Versuche schloss **Kirchhoff** aus dem Vorhandensein der Linie *D* im Sonnenspektrum, dass der lichtaussendende Sonnenkörper von einer absorbirenden Dampfatmosphäre umgeben sei, welche Natrium im gasförmigen Zustand enthält. Auf gleiche Weise gelang es **Kirchhoff**, das Vorhandensein der Grundstoffe Na, Fe, Ca, Mg, Ni in der Sonnenatmosphäre mit Sicherheit nachzuweisen und die Existenz mehrerer anderer wahrscheinlich zu machen. Gewisse dunkle Linien des Sonnenspektrums rühren, wie **Janssen** gezeigt hat, von der Absorption durch den in der Erdatmosphäre enthaltenen Wasserdampf her. Die früher nur bei totalen Sonnenfinsternissen beobachteten **Protuberanzen** (§ 371), Hervorragungen über die verdunkelte Sonnenscheibe von eigenthümlichen rosenfarbenem Lichte, welche seit einer 1868 von **Janssen** und **Lockyer** gleichzeitig gemachten Entdeckung eine tägliche Beobachtung gestatten, sind ihrem Spektrum nach Eruptionen von glühenden Gasen, vorzugsweise von Wasserstoffgas.

Die Spektra des Lichtes des **Mondes** und der **Planeten** zeigen dieselben **Fraunhofer'schen** Linien, wie das Sonnenspektrum, da diese Himmelskörper uns reflektirtes Sonnenlicht zusenden; doch finden sich in den Spektren des Jupiter, des Saturn und des Neptun eigenthümliche Absorptionsstreifen, welche auf eine besondere Atmosphäre dieser Planeten schliessen lassen. Die Spektra der **Fixsterne** (§ 401) dagegen sind vom Sonnenspektrum verschieden, was auf eine verschiedene chemische Beschaffenheit der Atmosphäre dieser Fixsterne schliessen lässt. Doch scheint es, dass gewisse Linien, also auch gewisse chemische Bestandtheile einer grossen Zahl von Fixsternen gemeinsam sind. So scheinen namentlich Natrium, Magnesium und Eisen in den Atmosphären der meisten Fixsterne vorhanden zu sein.

Von besonderem Interesse für die Astronomie ist die Entdeckung von **Huggins** und **Miller**, dass die Spektra der sogenannten planetarischen **Nebelsterne** nicht denen der Sonne und der übrigen Fixsterne gleichen, sondern, ähnlich den Flammenspektren, aus mehreren völlig getrennten, schmalen Lichtlinien zusammengesetzt sind. Man kann daraus schliessen, dass diese Nebelsterne nicht feste oder flüssige Körper, sondern glühende Gasmassen sind, also gleichsam noch in einer früheren Bildungsepoche befindliche Fixsterne, wie nach der Hypothese von **Kant** und **Laplace** auch unsere Sonne und unser Planetensystem durch Verdichtung einer ursprünglich gasförmigen Masse von ausserordentlich hoher Temperatur entstanden sein soll (vergl. § 239).

§ 151. **Brechungs-, Farbenzerstreuungsvermögen.** Aus der verschiedenen Brechbarkeit der Strahlen des Spektrums folgt, dass der Brechungsexponent derselben Substanz für verschiedene Strahlen ungleiche Werthe besitzt, dass daher bei genaueren Angaben des Brechungsexponenten immer hinzugefügt werden muss, für welche Strahlengattung derselbe gilt. Die Fraunhofer'schen Linien bieten ein bequemes Hilfsmittel zur Bezeichnung bestimmter Strahlen des Spektrums, es werden daher die Angaben der Brechungsexponenten in der Regel auf diese Linien bezogen, wie dies in der Tabelle des § 141 geschehen ist. Der Ueberschuss des Brechungsexponenten einer bestimmten Strahlengattung über die Einheit, $n - 1$, kann als Mass für die Brechbarkeit dieser Strahlengattung angesehen werden. Bei nahe gleichem Brechungsvermögen für die mittleren Strahlen des Spektrums können verschiedene Substanzen sehr ungleiches **Farbenzerstreuungsvermögen** besitzen oder Spektra von sehr ungleicher Länge erzeugen. Bezeichnen n_b, n_d, n_h die Brechungsexponenten derselben Substanz für die Fraunhofer'schen Linien *B*, *D* und *H*, den rothen, gelben und violetten Strahlen entsprechend, so dient die Grösse $\frac{n_h - n_b}{n_d - 1}$ als Mass für das Farbenzerstreuungsvermögen. Aus den in der

letzten Spalte der Tabelle (§ 141) zusammengestellten Zahlen ist ersichtlich, dass unter den Glassorten das bleihaltige Flintglas, unter den Flüssigkeiten Cassiaöl und Schwefelkohlenstoff, durch sehr hohes Farbenzerstreuungsvermögen ausgezeichnet sind. Diese Substanzen eignen sich daher vorzugsweise zur Erzeugung langer Farbenspektra.

§ 152. **Unsichtbare Strahlen des Spektrums; chemische Wirkungen des Lichts, Photographie.** Ausser den Strahlen, welche das sichtbare Spektrum bilden, giebt es noch andere Strahlen, welche, für das Auge nicht wahrnehmbar, nach denselben Gesetzen, wie die sichtbaren Strahlen fortgepflanzt, reflektirt und gebrochen werden, und deren Existenz durch verschiedene Wirkungen nachgewiesen werden kann. Diese dunklen Strahlen des Spektrums, welche zuerst von W. Herschel entdeckt worden sind, erstrecken sich theils über das rothe, theils über das violette Ende desselben hinaus, besitzen also theils geringere Brechbarkeit als die rothen, theils grössere als die violetten Strahlen. Von den ersteren, welche sich hauptsächlich durch ihre erwärmende Wirkung kundgeben und deshalb auch dunkle Wärmestrahlen genannt werden, wird in der Wärmelehre (§ 238) näher gehandelt werden. Die jenseits des violetten Endes des Spektrums liegenden Strahlen von grösster Brechbarkeit sind vorzugsweise durch ihre chemische Wirksamkeit ausgezeichnet. Gewisse chemische Verbindungs- und Zersetzungsprocesse werden nämlich durch den Einfluss des Lichtes hervorgerufen oder begünstigt. So findet in einem Gemenge von Chlorgas und Wasserstoffgas die chemische Vereinigung beider Bestandtheile zu Chlorwasserstoff (§ 20a) bei gewöhnlicher Temperatur im Dunklen gar nicht, bei Tageslicht allmählich, bei direktem Sonnenlicht plötzlich und unter Explosion statt. Umgekehrt werden durch den Einfluss des Lichtes chemische Zersetzungen hervorgerufen. Hierauf beruht unter Anderem der Process des Bleichens durch den vereinigten Einfluss des Lichtes und der Feuchtigkeit (vergl. auch § 244), ferner die chemische Zersetzung des Chlorsilbers, Jodsilbers und Bromsilbers durch das Licht, welche in der Photographie eine ausgedehnte Anwendung erfahren hat. Dabei werden die lichtempfindlichen Verbindungen, namentlich Jod- und Bromsilber, in einer auf der photographischen Platte ausgebreiteten Collodium- oder Eiweissschicht vertheilt, der Bestrahlung in der Camera obscura (§ 159) ausgesetzt. An den vom Licht getroffenen Stellen werden dadurch innerhalb weniger Sekunden die Silbersalze theilweise wirklich, unter Ausscheidung metallischen Silbers, zerlegt, theilweise aber nur in eigenthümlicher Weise modificirt, so dass bei der darauf folgenden Eintauchung der Platte in eine reducirende Lösung von Pyrogallussäure oder Eisenvitriol (die sogenannte Hervorrufungsflüssigkeit) die Ausscheidung des metallischen Silbers mit schwarzer Farbe an denjenigen Stellen stattfindet, welche der Wirkung des Lichtes ausgesetzt waren. Man erhält dadurch ein sogenanntes negatives Bild, d. h. ein solches, bei welchem die hellen Theile des abgebildeten Objektes dunkel, die dunklen hell erscheinen. Um das Bild dauerhaft zu machen oder zu fixiren, müssen hierauf die unzersetzt gebliebenen Theile des Silbersalzes durch Eintauchen in eine Auflösung von unterschwefligsaurem Natron entfernt werden. Hat man ein solches negatives Bild auf einer mit Collodium überzogenen Glasplatte erzeugt, so kann man von demselben beliebig viele positive Copien erhalten, indem man unter die negative Platte ein mit einer lichtempfindlichen Eiweissschicht überzogenes Papierblatt legt und den Sonnenstrahlen aussetzt; die dunklen Stellen des negativen Bildes halten dann die Wirkung des Sonnenlichtes ab, während dasselbe durch die hellen Theile des negativen Bildes hindurchwirkt und die Reduktion des Silbers an diesen Stellen bewirkt. Das so erhaltene positive Bild muss darauf, wie das negative, fixirt werden.

Lässt man das Sonnenspektrum auf eine photographische Platte fallen, so zeigt sich, dass keineswegs alle Theile desselben in gleichem Grade chemisch wirksam sind. Während für das Auge der gelbe Theil des Spektrums die grösste Lichtintensität zu besitzen scheint, bringen die rothen und gelben Strahlen nur eine sehr geringe chemische Wirkung hervor, dagegen zeigen die blauen und violetten Strahlen eine viel stärkere chemische Wirksamkeit, und das Bild des Spektrums, welches man auf der photographischen Platte erhält, erstreckt sich weit über das violette Ende des sichtbaren Spektrums hinaus. Die Fraunhofer'schen Linien des violetten Theiles des Spektrums sind im photographischen Bilde deutlich unterscheidbar, ausserdem aber treten noch eine grosse Zahl dunkler Linien hervor, welche dem ultravioletten, unsichtbaren Theil des chemischen Spektrums

angehören, und von denen die vorzüglichsten mit den Buchstaben I—P bezeichnet werden. — Die verschiedene chemische Wirksamkeit der verschiedenfarbigen Strahlen und das Vorhandensein der dunklen, chemisch wirksamen Strahlen ist bei photographischen Aufnahmen von beträchtlichem Einfluss; so erscheinen z. B. rothe Kleider im photographischen Bilde dunkel, blaue dagegen hell. Auch die grössere Brechbarkeit der dunklen, chemischen Strahlen muss bei der Construktion der achromatischen Objektivlinsen für die photographische Camera auf geeignete Weise berücksichtigt werden (§ 160).

§ 153. Fluorescenz. Wird ein weisser Körper (§ 146) mit einfarbigem Licht beleuchtet, so besitzen die zurückgeworfenen Strahlen im Allgemeinen mit den einfallenden gleiche Farbe und Brechbarkeit; ein weisser Papierstreif z. B. erscheint im blauen Theil des Spektrums blau, im rothen roth, im ultravioletten Theil (§ 152) dunkel. Eine Ausnahme von dieser Regel bilden die von Brewster und Herschel entdeckten, von Stokes näher untersuchten Erscheinungen der Fluorescenz. Lässt man Sonnenstrahlen auf eine farblose, durchsichtige Auflösung von schwefelsaurem Chinin fallen, so erblickt man an der Oberfläche derselben einen Lichtschein von schön himmelblauer Farbe, welcher nur wenig in das Innere der Flüssigkeit eindringt und noch intensiver wird, wenn man die Sonnenstrahlen mittelst einer Sammellinse concentrirt. Auf ähnliche Weise fluorescirt die grüne Auflösung des Blattgrüns oder Chlorophylls mit blutrother Farbe, die alkoholische Lösung des Magdalaroth, einer Anilinfarbe, prachtvoll orangegelb, gelbes Steinöl mit blaugrüner, hellbraune Curcumatinktur und gelbes Uranglas mit grüner, gewisse Varietäten des Flussspathes (von welchem der Name der Fluorescenz herrührt) mit violettblauer Farbe u. s. w.

Das Fluorescenzlicht ist aus dem Innern der fluorescirenden Substanz unregelmässig zerstreut, aber nur in einer oberflächlichen Schicht, welche um so tiefer in das Innere der Substanz eindringt, je intensiver die auffallenden Lichtstrahlen sind. Lichtstrahlen, welche einmal durch eine Schicht der fluorescirenden Substanz von gewisser Dicke hindurchgedrungen sind, haben dadurch die Fähigkeit verloren, in einer zweiten Schicht derselben Substanz Fluorescenz zu erregen, woraus man schliessen muss, dass gewisse Strahlen des Sonnenlichts, welche die Fluorescenz hervorrufen, durch die fluorescirende Substanz ausgelöscht oder absorbirt werden.

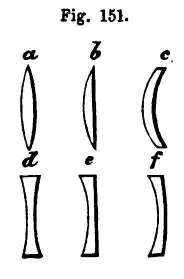
Lässt man die verschiedenen Strahlen des Sonnenspektrums auf eine fluorescirende Substanz, z. B. Chininlösung, fallen, so zeigt sich, dass die verschiedenen Strahlen des Spektrums in sehr ungleichem Grade die Fähigkeit besitzen, Fluorescenz zu erregen, und dass die von dem fluorescirenden Körper ausgesendeten Strahlen eine andere Farbe, und zwar meist eine Farbe von geringerer Brechbarkeit besitzen, als die Strahlen, welche die Fluorescenz hervorrufen. So wird das blaue Fluorescenzlicht der Chininlösung vorzugsweise durch die violetten und die dunklen, ultravioletten Strahlen des Spektrums erzeugt; lässt man das Spektrum auf einen Streifen von Uranglas fallen, so erscheint derselbe weit über das violette Ende des Spektrums hinaus mit schön grünem Licht fluorescirend. Schriftzüge, welche mit einer verdünnten Lösung von Bariumplatincyanür auf weisses Papier geschrieben und bei weissem Tageslicht nur wenig bemerkbar sind, werden unter einem violetten Glase, welches nur die brechbarsten Strahlen hindurchlässt, oder im ultravioletten Theil des Spektrums, mit glänzend grünem Fluorescenzlicht sichtbar. Elektrisches Licht (§§ 334, 336), welches sehr reich an ultravioletten Strahlen ist, besitzt auch im vorzüglichen Grade die Fähigkeit, Fluorescenz zu erregen.

Lommel hat dargethan, dass nicht bloss die stärker brechbaren Strahlen im Stande sind, Fluorescenz zu erregen. Er entwarf das Sonnenspektrum auf einen Glastrog, in welchem sich eine Lösung von Magdalaroth befand, und es zeigte sich das gelbe Fluorescenzlicht bereits an einer Stelle zwischen den Fraunhofer'schen Linien *C* und *D*, also noch im Roth, und erstreckte sich von da aus mit abwechselnder Helligkeit bis ins Ultraviolett hinein; am Stärksten zeigte es sich hinter der Linie *D*, wo sonst grüngelbe Strahlen hintreffen. Um nunmehr nachzuweisen, dass ein der Fluorescenz fähiger Körper nur durch diejenigen Strahlen zur Fluorescenz gebracht wird, welche er absorbirt, liess Lommel weiter das Licht zuerst durch einen Glastrog der zu untersuchenden Lösung mit parallelen Wänden hindurchgehen und entwarf erst dann von ihm das Spektrum. Es zeigen sich Absorptionsstreifen gerade an denjenigen Stellen, wo vorher die Fluorescenz am Hellsten gewesen war, und zwar entspricht jedem hellen Streifen im fluorescirenden Spektrum ein dunkler Streifen im Absorptionsspektrum.

In der Regel dauert das Selbstleuchten des fluorescirenden Körpers nur so lange an, wie die Bestrahlung. Dauert hingegen das Selbstleuchten noch eine Zeit lang nach dem Aufhören der Bestrahlung fort, so ergiebt sich die Erscheinung der Phosphorescenz durch Insolation (§ 129, 3). In der That hat das Fluorescenzlicht grosse Aehnlichkeit mit dem Licht phosphorescirender Körper, und die vollständige Analogie beider Erscheinungen ist von Becquerel mittelst des von ihm construirten Phosphoroskops nachgewiesen worden.

§ 154. Brechung des Lichtes durch sphärische Linsen. Sammel- und Zerstreuungslinsen. Unter einer sphärischen Linse versteht man im Allgemeinen ein von zwei kugelförmig gekrümmten Flächen begrenztes, lichtbrechendes Medium. Nach der Wirkung, welche die Linsen auf den Gang der Lichtstrahlen ausüben, unterscheidet man Sammel- und Zerstreuungslinsen. Die ersteren sind in ihrer Wirkung den Concavspiegeln analog, indem sie parallel ihrer Axe auffallende Lichtstrahlen convergent machen und in einem reellen, hinter der Linse liegenden Brennpunkt vereinigen, die letzteren entsprechen den Convexspiegeln, indem sie parallel der Axe auffallende Strahlen divergent machen, so dass dieselben von einem vor der Linse liegenden virtuellen Brennpunkt auszugehen scheinen. Da unter den sphärisch gekrümmten Flächen die Ebene als besonderer Fall einbegriffen ist (nämlich als Theil einer Kugelfläche von unendlich grossem Halbmesser), so kann man, je nachdem die beiden Begrenzungsflächen convex, concav oder eben sind, folgende sechs Gattungen von Linsen (Fig. 151) unterscheiden. Zu den Sammellinsen gehören *a* die biconvexe, *b* die planconvexe, *c* die concavconvexe, bei welcher die Krümmung der convexen Fläche stärker ist als die der concaven. Zu den Zerstreuungslinsen gehören *d* die biconcave, *e* die planconcave, *f* die convexconcave Linse, bei welcher die concave Fläche stärker gekrümmt ist, als die convexe. Die Sammellinsen sind in der Mitte dicker wie am Rande, die Zerstreuungslinsen umgekehrt.

Fig. 151.



Eine Sammellinse erzeugt, wie ein Hohlspiegel, reelle Bilder von leuchtenden Punkten, welche sich jenseits der Brennweite befinden. Die vom Brennpunkt ausgehenden Strahlen werden parallel der Axe gebrochen, oder das Bild des Brennpunktes liegt im Unendlichen. Rückt der leuchtende Punkt noch näher an die Linse heran als der Brennpunkt, so ist die Brechung nicht mehr hinreichend, um die Divergenz der Strahlen aufzuheben, und die Linse erzeugt ein virtuelles, vor der Linse liegendes Bild des leuchtenden Punktes. — Zerstreuungslinsen erzeugen stets virtuelle Bilder. (Siehe § 158.)

§ 155. Brechung des Lichtes an einer sphärisch gekrümmten Fläche. Um die Gesetze der Lichtbrechung durch Linsen zu begründen, ist es erforderlich, zuvor die Brechung des Lichtes durch eine einzige Kugelfläche zu untersuchen. Es stelle *AB* (Fig. 152) den Durchschnitt der kugelförmigen Trennungsfläche zweier lichtbrechender Mittel vor. Der Mittelpunkt der Kugelfläche sei *C*, die Brechungsexponenten der beiden Medien seien n und n'. Unter den von einem leuchtenden Punkt *E* ausgehenden Strahlen, welche die Kugelfläche treffen, ist der Strahl *EKC* ausgezeichnet, welcher ungebrochen hindurchgeht, weil seine Richtung mit der des Einfallslothes zusammenfällt. Derselbe soll der Axenstrahl des Punktes *E* genannt werden. Für einen zweiten Strahl *ED* ist *CDN* das Einfallsloth. Es sei $n' > n$, so wird der Strahl dem Einfallsloth zugebrochen, oder der Brechungs-

winkel $CDG = v$ ist kleiner, als der Einfallswinkel $NDE = u$, und zwar ist nach dem Snellius'schen Brechungsgesetz (§§ 141, 142)

$$1. \qquad n \sin u = n' \sin v.$$

Bei hinreichender Entfernung des leuchtenden Punktes E convergirt der gebrochene Strahl gegen die Axe und schneidet dieselbe in einem jenseits C liegenden Punkte G. Wird Winkel KCD mit w bezeichnet, so dass $\angle DCG = 180^0 - w$ ist, so hat man im Dreieck EDC

Fig. 152.

$$2. \qquad \frac{EC}{ED} = \frac{\sin u}{\sin w}$$

und im Dreieck GDC

$$3. \qquad \frac{GC}{GD} = \frac{\sin v}{\sin w},$$

woraus mit Rücksicht auf (1.) folgt:

$$4. \qquad n \cdot \frac{EC}{ED} = n' \cdot \frac{GC}{GD}.$$

Bezeichnet r den Krümmungshalbmesser der brechenden Fläche und wird KE mit a, KG mit a' bezeichnet, so kann für Strahlen, welche mit dem Axenstrahl nicht zu grosse Winkel einschliessen, ohne merklichen Fehler $ED = a$, $GD = a'$ gesetzt werden. Ferner ist $EC = a + r$, $GC = a' - r$; mithin geht die Gleichung (4.) über in:

$$n \cdot \frac{a + r}{a} = n' \cdot \frac{a' - r}{a'}$$

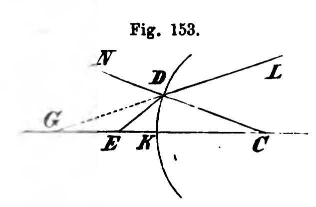
oder nach einigen einfachen Umformungen wird

$$5. \qquad \frac{n}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n' - n}{r}.$$

Die Analogie dieser Formel mit derjenigen, welche für die Reflexion an Kugelspiegeln (§ 137) gefunden wurde, ist ersichtlich. Es kann ferner leicht gezeigt werden, dass die Formel noch in Geltung bleibt, wenn der leuchtende Punkt so nahe an die brechende Kugelfläche heranrückt, dass die Richtung des gebrochenen Strahles DG den Axenstrahl nicht mehr hinter, sondern vor der brechenden Fläche durchschneidet (Fig. 153). In diesem Fall ergiebt sich aus der Formel (5.) ein negativer Werth für die Vereinigungsweite a', welcher andeutet, dass das Bild G vor der brechenden Fläche liegt, mithin ein virtuelles ist (vergl. § 137).

Um die Lichtbrechung an einer concaven Fläche zu bestimmen, kann man in Fig. 153 LD als den einfallenden, DE als den gebrochenen Strahl betrachten. Die Formel (5.) bleibt also auch für diesen Fall gültig, wenn man in derselben a mit a' und n mit n' vertauscht. Dadurch bleibt aber die linke Seite ganz ungeändert und die rechte Seite wechselt nur das Vorzeichen. Um also die Formel (5.) ohne Unterschied für die Brechung in convexen und concaven Flächen anwenden zu können, braucht man nur übereinzukommen, **wenn die brechende Fläche nach der Seite des einfallenden Strahles concav ist, ihren Krümmungshalbmesser r als negativ in Rechnung zu bringen.**

Fig. 153.

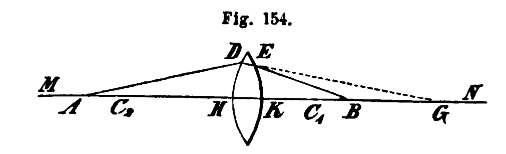


Aus den bei Herleitung der Formel (5.) gemachten Voraussetzungen geht hervor, dass dieselbe nur annäherungsweise und unter gewissen Beschränkungen gilt, nämlich für solche Strahlen, welche mit dem Axenstrahl nur kleine Winkel einschliessen. Genau genommen, werden die von einem Punkte ausgehenden Strahlen durch die Brechung nicht in einem Punkte vereinigt, sondern die gebrochenen Strahlen umhüllen, wie die von einem Kugelspiegel reflektirten Strahlen (§ 140), eine reelle oder virtuelle **Brennfläche**.

§ 156. **Brechung an einer biconvexen Linse.** Eine biconvexe Linse wird von zwei convexen, sphärisch gekrümmten Flächen begrenzt, deren Krümmungs-

ittelpunkte C_1 und C_2 (Fig. 154) und deren Halbmesser r_1 und r_2 seien. Die Gerade N, welche die Krümmungsmittelpunkte beider Flächen enthält, heisst die **optische** xe der Linse. Der Brechungs-ponent der Substanz der Linse n', der des umgebenden Mit-s n. Auf der optischen Axe ge vor der Linse der leuch-nde Punkt A. Der von A ausgehende Axenstrahl $AHKB$ geht durch beide Linsenflächen ungebrochen hindurch. Der Strahl AD wird an der vorderen Fläche der Linse so gebrochen, dass seine Richtung DE, hinreichend verlängert, die Axe in G durchschneiden würde. Bevor er aber die Axe erreicht, erleidet er eine zweite Brechung an der hinteren Linsenfläche in E, welche ihm die Richtung EB ertheilt. Es sei die **Entfernung des leuchtenden Punktes** von der Linse $AH = a$, die **Vereinigungsweite** der gebrochenen Strahlen $KB = b$; die **Dicke** der Linse $HK = d$. Ferner sei $HG = a'$, $KG = b'$, so dass $a' - b' = HG - KG = d$ ist. Für die Brechung an der ersten Fläche gilt dann die Gleichung (§ 155)

Fig. 154.



$$\text{a)} \qquad \frac{n}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n' - n}{r_1}.$$

Für die Brechung an der zweiten Fläche kann man BE als den einfallenden, ED als den gebrochenen Strahl betrachten und hat dann, mit Rücksicht darauf, dass der Punkt G vor der Linse liegt, also die Entfernung KG als negativ in Rechnung zu bringen ist:

$$\text{b)} \qquad \frac{n}{b} - \frac{n'}{b'} = \frac{n' - n}{r_2}.$$

Besonders einfach gestaltet sich das aus diesen beiden Gleichungen abzuleitende Schlussresultat, wenn die **Dicke** der Linse so klein ist, dass dieselbe vernachlässigt und ohne merklichen Fehler $a' = b'$ gesetzt werden darf. Man erhält dann durch Addition der Gleichungen a) und b)

$$\frac{n}{a} + \frac{n}{b} = (n' - n)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

oder wenn zur Abkürzung $\frac{n'}{n} - 1 = m$ gesetzt wird,

$$\text{c)} \qquad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = m\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Ist die Vernachlässigung der Dicke der Linse nicht gestattet, so erhält man, indem man a' aus der Gleichung a) und b' aus der Gleichung b) berechnet und die gefundenen Werthe in die Gleichung $a' - b' = d$ einsetzt:

$$\text{d)} \qquad \frac{d}{m+1} = \frac{1}{\frac{m}{r_1} - \frac{1}{a}} + \frac{1}{\frac{m}{r_2} - \frac{1}{b}}.$$

Diese Gleichung, welche in Beziehung auf a und auf b vom ersten Grade ist, kann dazu dienen, aus der gegebenen Entfernung des leuchtenden Punktes a die Vereinigungsweite b zu finden und umgekehrt. Als Beispiel der Anwendung dieser Formel kann die Berechnung der Hauptbrennweite einer kugelförmigen oder halbkugelförmigen Linse dienen. (Im letzteren Fall ist zu unterscheiden, ob die parallelen Strahlen von der ebenen oder von der convexen Seite her einfallen. Für die ebene Fläche ist $r = \infty$ zu setzen).

Wir beschränken uns auf die Betrachtung des einfacheren Falles, dass die Dicke der Linse vernachlässigt werden darf. Sind die einfallenden Strahlen der Axe parallel, so ist in der Gleichung c) $a = \infty$ zu setzen. Bezeichnet man durch f die in diesem Fall stattfindende Vereinigungsweite der gebrochenen Strahlen, oder die **Hauptbrennweite** der Linse, so wird

$$\text{e)} \qquad \frac{1}{f} = m\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Durch Einführung dieses Werthes der Hauptbrennweite in die Gleichung c) nimmt dieselbe die noch einfachere Gestalt an:

$$\text{f)} \qquad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Es ist bisher angenommen, dass der leuchtende Punkt auf der optischen Axe der Linse liegt. Auch wenn dies nicht der Fall ist, werden die von einem Punkt ausgehenden Strahlen nach der Brechung wieder in einem (reellen oder virtuellen) Bildpunkte vereinigt, wenn die von demselben ausgehenden und die Linse treffenden Strahlen nur kleine Winkel mit der optischen Axe der Linse einschliessen. Wie der Ort des Bildes in diesem Fall durch einfache geometrische Construktion gefunden werden kann, wird in § 158 erläutert werden.

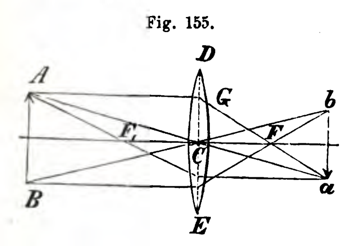
§ 157. Ausdehnung des Resultats auf beliebige sphärische Linsen. Nach der oben (§ 155) gemachten Bemerkung bleiben die Formeln c) und f) in § 156 auch für andere als biconvexe Linsen ohne Aenderung gültig, wenn man den Krümmungshalbmesser einer ebenen Fläche als unendlich und den einer concaven Fläche als negativ in Rechnung bringt. Der Werth der Hauptbrennweite f hängt von den Krümmungshalbmessern beider Linsenflächen und von dem Verhältniss der Brechungsexponenten $\frac{n'}{n}$ ab.

Ist die Substanz der Linse optisch dichter als das umgebende Medium, oder $n' > n$, so ist der Faktor m stets positiv. Für eine biconvexe Linse sind r_1 und r_2, also auch ihre reciproken Werthe $\frac{1}{r_1}$ und $\frac{1}{r_2}$ positiv, und es ergiebt sich ein positiver Werth für f, der Hauptbrennpunkt ist also reell. Für eine biconcave Linse sind r_1 und r_2 beide negativ, mithin auch f negativ und der Hauptbrennpunkt virtuell. Haben r_1 und r_2 entgegengesetzte Vorzeichen, oder ist eine von beiden Flächen eben, so überwiegt in der Summe $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ das Glied, welches der stärker gekrümmten Fläche entspricht. Die Linse wirkt daher als Sammellinse oder als Zerstreuungslinse, je nachdem die stärker gekrümmte Fläche convex oder concav ist (§ 154).

Ist dagegen $n' < n$, so ist m negativ, und die biconvexe Linse wirkt in diesem Fall als Zerstreuungslinse, die biconcave als Sammellinse. Es kann dies ersichtlich gemacht werden, indem man eine aus zwei zusammengekitteten Uhrgläsern gebildete, mit Luft gefüllte Hohllinse unter Wasser bringt. Oder man drückt ein Uhrglas, die concave Seite nach unten richtend, mit horizontalem Rande unter Wasser, wodurch die alsdann abgesperrte Luftblase die Form einer planconvexen Hohllinse unter Wasser erhält.

§ 158. Construktion der durch Linsen erzeugten Bilder. Ist die positive oder negative Hauptbrennweite einer Linse bekannt, so lassen sich alle durch dieselbe erzeugten, reellen oder virtuellen Bilder von Punkten und räumlichen Gebilden durch einfache Construktion finden. Es stelle z. B. DE eine Convexlinse, AB einen vor derselben befindlichen Gegenstand vor, dessen Bild gefunden werden soll. Unter den von A auf die Linse fallenden Strahlen wähle man zunächst denjenigen Strahl AG aus, welcher der optischen Axe der Linse parallel ist.

Fig. 155.

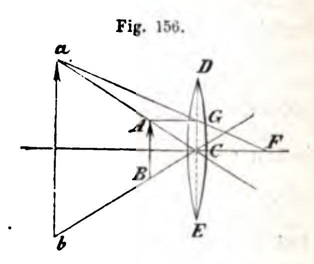


Derselbe wird so gebrochen*), dass er nach der Brechung durch den Brennpunkt F geht, also die Richtung GF erhält. Ist ferner C der Mittelpunkt

*) Zur Vereinfachung der Darstellung kann der Durchschnitt einer Linse ersetzt werden durch die zur Axe senkrechte Mittellinie und auf diese der Brechungspunkt eines hindurchgehenden Strahls verlegt werden (Figg. 155—157).

der Linse, deren Dicke als verschwindend klein betrachtet werden soll*), so wird die Richtung des Strahles AC durch die Brechung nicht geändert, da derselbe an beiden Flächen der Linse gleiche und entgegengesetzte Brechungen erleidet. Der Strahl AF_1 endlich, welcher durch den vorderen Hauptbrennpunkt F_1 geht, wird durch die Brechung der Axe parallel. Die Richtungen der drei gebrochenen Strahlen schneiden sich, hinreichend verlängert, im Punkte a, welcher das Bild von A ist. Ebenso wird b als Bild von B gefunden. Das Bild ab des Objektes AB ist demnach ein reelles und umgekehrtes. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ACB und aCb folgt, dass die Grössen von Bild und Gegenstand in demselben Verhältniss stehen, wie ihre Entfernungen von der Linse. Das reelle Bild kann, wie beim Hohlspiegel (§ 137), entweder auf einem Papierschirm sichtbar gemacht oder von einem jenseits ab in hinreichender Entfernung (§ 164) befindlichen, nach der Linse hin blickenden Auge wahrgenommen werden.

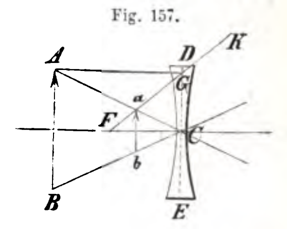
Fig. 156.



Ist die Entfernung des Gegenstandes AB (Fig. 156) kleiner als die Hauptbrennweite der Linse, so schneiden sich die Richtungen der austretenden Strahlen GF und AC nicht mehr hinter der Linse, sondern ihre Richtungen treffen, rückwärts verlängert, in dem vor der Linse gelegenen Punkt a zusammen, welcher das virtuelle Bild von A ist. Ebenso ist b das virtuelle Bild von B. Das virtuelle Bild ab des Objektes AB ist seiner Lage nach stets aufrecht und stets vergrössert, da seine Entfernung von der Linse grösser ist, als die des Objektes. Man erblickt das aufrechte, vergrösserte Bild, indem man durch die Convexlinse hindurch den innerhalb ihrer Brennweite befindlichen Gegenstand betrachtet. Darauf beruht der Gebrauch der Sammellinsen als Vergrösserungsgläser oder Loupen (§ 171).

Es sei ferner F (Fig. 157) der virtuelle Hauptbrennpunkt der Concavlinse DE. Der der Axe parallele Strahl AG erhält durch die Brechung die Richtung GK, als ob er von F ausginge. Der Strahl AC behält seine ursprüngliche Richtung bei. Es ist also a das Bild von A. Ebenso ist b das Bild von B und ab das aufrechte, virtuelle und stets verkleinerte Bild des Objektes AB, welches von einem durch die Linse nach AB hinblickenden Auge wahrgenommen wird. Das virtuelle Bild liegt immer näher an der Concavlinse als der Gegenstand und stets innerhalb der Hauptbrennweite.

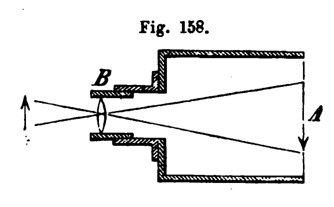
Fig. 157.



*) Genau genommen, treten, wie Gauss gezeigt hat, an Stelle des optischen Mittelpunktes für eine einfache Linse oder ein beliebiges Linsensystem zwei sogenannte Hauptpunkte, welche die Eigenschaft haben, dass wenn der eintretende Strahl nach dem ersten Hauptpunkt gerichtet ist, der austretende Strahl durch den zweiten Hauptpunkt geht und seine Richtung der des einfallenden parallel ist. Bei gewöhnlichen einfachen Glaslinsen beträgt der Abstand beider Hauptpunkte etwa $^1/_3$ der Linsendicke. Wenn diese verschwindend klein ist, so fallen beide Hauptpunkte im optischen Mittelpunkt zusammen, und die Richtungen des eintretenden und austretenden Strahles bilden eine gerade Linie.

§ 159. Die **Camera obscura** besteht in ihrer einfachsten Gestalt aus einem Kasten, dessen eine Wand A (Fig. 158) von einer durchscheinenden Platte aus mattgeschliffenem Glas, Oelpapier oder dergl. gebildet wird, während in einer Oeffnung der gegenüberstehenden Wand eine Convexlinse B angebracht ist. In der Regel ist die Fassung der Linse in einem kurzen Auszugsrohr angebracht, mittelst dessen die Entfernung der Linse vom Schirm A, welche nahe gleich ihrer Brennweite sein muss, genau regulirt werden kann. Durch die Linse wird auf dem Schirm ein umgekehrtes, verkleinertes Bild der in hinreichender Entfernung von der Linse befindlichen Gegenstände entworfen (§ 158). Je näher das Objekt, desto grösser ist die Vereinigungsweite der Strahlen. Die Entfernung der Linse vom Schirm muss deshalb für nähere Objekte etwas vergrössert werden, um ein scharfes Bild zu erhalten. Die Seitenwände des Kastens müssen, um fremde Lichtstrahlen und störende Reflexe abzuhalten, undurchsichtig und auf der Innenseite geschwärzt sein.

Fig. 158.



Bei der photographischen Camera (§ 152) kann die transparente Glasplatte nach erfolgter genauer Einstellung der Vereinigungsweite herausgenommen und durch eine mit der lichtempfindlichen Collodiumschicht überzogene Glasplatte ersetzt werden. Anstatt der einfachen Sammellinse dient ein achromatisches und aplanatisches Linsensystem (§ 160), dessen Oeffnung zur Erzielung möglichst grosser Lichtstärke so gross gewählt wird, als es mit der Schärfe des Bildes verträglich ist.

§ 160. **Achromatisches Prisma; achromatische und aplanatische Linsensysteme.** In Folge der verschiedenen Brechbarkeit der farbigen Bestandtheile des weissen Lichtes ist die Brennweite einer Linse für die verschiedenen Strahlen des Spektrums nicht gleich, sondern am kleinsten für die am stärksten brechbaren violetten, am grössten für die minder brechbaren rothen Strahlen. Diese **chromatische Abweichung** thut der Schärfe der durch Linsen erzeugten Bilder bedeutenden Eintrag, indem dieselben von farbigen Säumen umgeben erscheinen. Es war deshalb von Wichtigkeit, ein Mittel aufzufinden, um eine Brechung des Lichtes ohne gleichzeitige Farbenzerstreuung zu erzeugen. Dieser Zweck wird erreicht durch Combination zweier Prismen oder Linsen, deren Substanzen bei nahe gleichem mittlerem Brechungsvermögen ein sehr **ungleiches Farbenzerstreuungsvermögen** besitzen (§ 151).

Unter den Glassorten ist das bleihaltige **Flintglas** durch ein verhältnissmässig hohes Farbenzerstreuungsvermögen ausgezeichnet. Verbindet man daher ein Crownglasprisma C (Fig. 159) mit einem Flintglasprisma F von kleinerem brechendem Winkel, so dass die brechenden Kanten beider Prismen entgegengesetzte Lage haben, so wird bei passend gewähltem Verhältniss der brechenden Winkel die Farbenzerstreuung fast völlig, die Brechung aber nur zum Theil aufgehoben. Ebenso gelingt es, durch passende Combination einer Convexlinse von Crownglas mit einer Concavlinse aus Flintglas, eine **achromatische Doppellinse** (Fig. 160) zu erhalten, welche alle Strahlen des Spektrums in gleicher Brennweite vereinigt. Die (von **Newton** irrthümlich für unmöglich gehaltene) Construktion achroma-

Fig. 159.

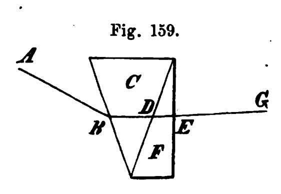
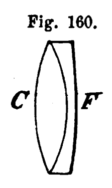


Fig. 160.



tischer Objektive durch **Hall** (1729) und **Dollond** (1759) bildete einen sehr wesentlichen Fortschritt in der Vervollkommnung der optischen Instrumente.

Ein zweiter Fehler der durch Linsen erzeugten Bilder besteht in der sogenannten **sphärischen Aberration** oder Abweichung wegen der Kugelgestalt der brechenden Fläche. In Folge dieser Abweichung werden nämlich erstens die von einem Punkt des Objekts ausgehenden Strahlen nicht genau in einem Punkt, sondern auf einer kaustischen Fläche vereinigt, und zweitens ist das Bild nicht genau geometrisch ähnlich dem Objekt, sondern zeigt Verzerrungen, welche sich namentlich an den Rändern des Gesichtsfeldes optischer Instrumente bemerkbar machen. Auch dieser Fehler kann durch passende Wahl der Krümmungshalbmesser der lichtbrechenden Flächen, namentlich wenn mehrere Linsen zu einem **Objektivsystem** combinirt werden, beträchtlich vermindert werden. Eine Verbindung von Linsen, durch welche die sphärische Abweichung möglichst vollständig aufgehoben ist, heisst ein **aplanatisches** Linsensystem.

Linsen aus Edelsteinen, namentlich Diamant, erfordern bei gleicher Brennweite wegen des hohen Brechungsvermögens eine geringere Krümmung der Flächen, geben daher eine geringere sphärische Aberration, doch sind sie wegen der Kostspieligkeit und Schwierigkeit ihrer Herstellung wenig in Gebrauch.

§ 161. **Regenbogen.** Auf der Brechung und Reflexion der Sonnenstrahlen im Innern kugelförmiger Wassertropfen beruht die von **Cartesius** gegebene Erklärung des Regenbogens. Dieser besteht in einem farbigen Kreisbogen von etwa 41° Halbmesser, welchen man erblickt, wenn die Sonne einer regnenden Wolke gegenübersteht oder auch, wenn der Wasserstaub eines Wasserfalles oder eines Springbrunnens von den Sonnenstrahlen beleuchtet wird. Der Mittelpunkt des farbigen Bogens liegt jederzeit auf der Verbindungslinie des Auges mit dem der Sonne diametral gegenüberstehenden, also unter dem Horizont gelegenen, Punkte der Himmelskugel. Der Regenbogen erscheint daher flacher bei höherem, höher bei niederem Stand der Sonne und wird zum vollständigen Halbkreis, wenn die Sonne gerade im Horizont steht. Die Farbenfolge des Regenbogens gleicht der eines Spektrums, in welchem die Farben unvollständig getrennt sind, und zwar ist der violette Saum nach innen, der rothe nach aussen gekehrt. Häufig ist der Hauptregenbogen von einem etwas blasseren Nebenregenbogen von grösserem Halbmesser begleitet, in welchem die Farbenfolge die umgekehrte ist. Die von **Cartesius** gegebene Erklärung ist im Wesentlichen die folgende: Die in paralleler Richtung auf einen Wassertropfen fallenden Sonnenstrahlen werden durch die Brechung und Reflexion im Innern des Tropfens im Allgemeinen in divergirenden Richtungen zerstreut. Gewisse Strahlen werden aber, nachdem sie eine einmalige Reflexion im Innern des Tropfens erlitten haben, vorzugsweise nach einer bestimmten Richtung zurückgeworfen und machen deshalb einen stärkeren Eindruck auf das Auge. Dies findet nämlich statt, wenn die **benachbarten**, in paralleler Richtung den Tropfen treffenden Strahlen AB, $A'B'$ (Fig. 161), nachdem sie nach F gebrochen und von da nach D (D') reflektirt worden sind, nicht in divergirender, sondern wieder in **paralleler** Richtung austreten. Diese **wirksamen** Strahlen bilden nun, wie unten gezeigt wird, mit den eintretenden Strahlen einen Winkel von etwa 41°, der aber in Folge der Verschiedenheit der Brechungsexponenten für die rothen Strahlen etwas grösser ist als für die violetten, indem er für jene 42° 30′, für diese 40° 40′ beträgt. Das Auge

eines in O (Fig. 162) befindlichen Beobachters wird also in einer Richtung rO, die mit $OM \parallel SW$ einen Winkel von $42^1/_2{}^0$ einschliesst, vorzugsweise von rothen, in der Richtung vO, die mit OM einen Winkel von $40^0\ 40'$ bildet, von violetten Strahlen getroffen werden. Denkt man sich die Figur um OM als Axe gedreht, so sieht man, dass die rothen Strahlen einen Bogen von $42^0\ 30'$, die violetten einen Bogen von $40^0\ 40'$ Halbmesser um den der Sonne gegenüberliegenden Punkt der Himmelskugel bilden müssen. In ähnlicher Weise entsteht der Nebenregenbogen durch Strahlen, welche nach **zweimaliger** innerer Reflexion (Fig. 163) aus dem Wassertropfen austreten. Die rothen Strahlen werden dabei vorzugsweise nach Richtungen reflektirt, welche mit den eintretenden einen Winkel von $50^0\ 6'$ bilden, während dieser Winkel für die violetten Strahlen $53^0\ 9'$ beträgt.

Fig. 161.

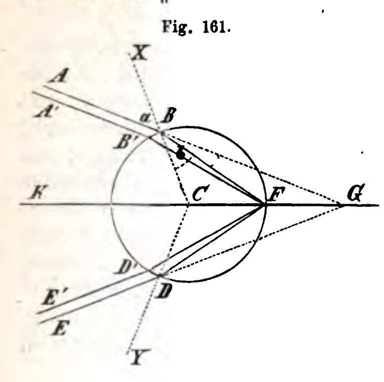
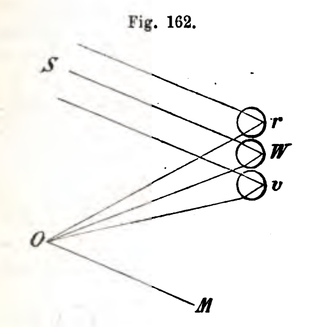


Fig. 162.



Ist C (Fig. 161) der Mittelpunkt des Wassertropfens, so bildet CBX das Einfallsloth für den einfallenden Strahl AB. Der Einfallswinkel ABX werde mit a, der Brechungswinkel CBF mit b bezeichnet. Im Punkte F tritt ein Theil des Strahles aus dem Wassertropfen aus; dieser Theil hat jedoch, da er nicht in das Auge gelangt, für die Erklärung des Regenbogens keine Bedeutung. Ein anderer Theil wird in der Richtung FD reflektirt und tritt bei D aus, indem er nach DE gebrochen wird. Da die Dreiecke BCF und FCD gleichschenklig sind und nach dem Reflexionsgesetz $\angle BFC = CFD$ ist, so sind die 4 Winkel an den Grundlinien dieser Dreiecke einander gleich und $FDC = b$, mithin $\angle EDY = a$. Verlängert man die Richtungen des einfallenden und des austretenden Strahles, bis sie sich in G durchschneiden, so ist $\angle AGE = d$ der Winkel, welchen die austretenden mit den einfallenden Strahlen einschliessen, und wenn der benachbarte Strahl $A'B'$ in einer mit DE parallelen Richtung $D'E'$ austreten soll, so muss $d' = d$ sein. Es ist aber $\angle KCB = CBG + CGB$, und da $KCB = 2b$, $CBG = a$, $CGB = \frac{1}{2} d$ ist, so ergiebt sich $\frac{1}{2} d = 2b - a$, ebenso $\frac{1}{2} d' = 2b' - a'$. Die Bedingung des parallelen Austritts ist also, dass $2b - a = 2b' - a'$, oder $a' - a = 2(b' - b)$ sei. Wird die sehr kleine Differenz $a' - a$ mit x, $b' - b$ mit y bezeichnet, so dass also $a' = a + x$, $b' = b + y$ ist, so muss $x = 2y$ sein. Nach dem Brechungsgesetz hat man

$$\sin a = n \sin b,$$
$$\sin(a + x) = n \sin(b + y),$$

folglich

$$\sin(a + x) - \sin a = n(\sin(b + y) - \sin b),$$

oder

$$2 \sin \frac{1}{2} x \cos\left(a + \frac{1}{2} x\right) = 2n \sin \frac{1}{2} y \cos\left(b + \frac{1}{2} y\right).$$

Da die Sinus sehr kleiner Winkel den entsprechenden Bögen proportional sind, und da ohne merklichen Fehler $\cos a$ für $\cos(a + \frac{1}{2} x)$ und $\cos b$ für $\cos(b + \frac{1}{2} y)$ gesetzt werden darf, so wird

$$x \cos a = ny \cos b,$$

und da zum parallelen Austritt die Bedingung

$$x = 2y$$

erforderlich war, so ergiebt sich

$$2 \cos a = n \cos b,$$

mithin

$$4 \cos a^2 = n^2 \cos b^2,$$

und da

$$\sin a^2 = n^2 \sin b^2,$$

so folgt

$$1 + 3 \cos a^2 = n^2$$

und

$$\cos a = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}.$$

Für rothe Strahlen ist $n = 1{,}330$ mithin $a = 59^0\,35'$, $b = 40^0\,25'$, $d = 42^0\,30'$.
Für violette Strahlen ist $n = 1{,}343$ „ $a = 58^0\,50'$, $b = 39^0\,35'$, $d = 40^0\,40'$.
Also die Breite des Regenbogens gleich $1^0\,50'$.
Durch den Umstand, dass die Sonne nicht ein leuchtender Punkt ist, sondern als Scheibe von etwas mehr als $^1/_2{}^0$ Durchmesser erscheint, wird die Breite des Regenbogens noch um so viel vergrössert. Aus demselben Grunde ist die Trennung der Farben des Spektrums im Regenbogen keine vollständige.

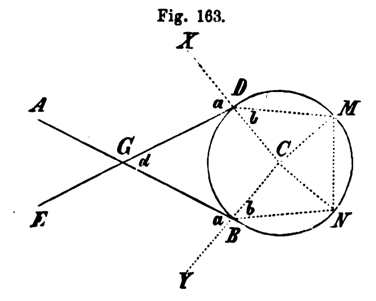


Fig. 163.

Für den Nebenregenbogen sei $ABNMDE$ der Weg des im Innern des Tropfens bei M und N zweimal reflektirten Strahles. Im Fünfeck $GDMNB$ ist jeder der Winkel GDM und $GBN = b + 180^0 - a$, jeder der Winkel DMN und $BNM = 2b$, also die Summe dieser vier Winkel $360^0 + 6b - 2a$. Da alle Winkel des Fünfecks zusammen 6 R oder 540^0 betragen, so ergiebt sich der fünfte Winkel

$$d = 180^0 + 2a - 6b.$$

Als Bedingung des Parallelismus der austretenden Strahlen ergiebt sich daraus $3\,(b' - b) = a' - a$ oder

$$x = 3y,$$

woraus auf ähnliche Weise, wie oben, folgt

$$\cos a = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{8}}.$$

Für rothe Strahlen wird $a = 72^0\,4'$, $b = 45^0\,40{,}3'$, $d = 50^0\,6'$.
Für violette Strahlen wird $a = 71^0\,31{,}4'$, $b = 44^0\,59'$, $d = 53^0\,9'$.
Mithin die Breite des Nebenregenbogens gleich $3^0\,3'$,
wobei dieselbe Bemerkung gilt, wie oben. Die in divergirenden Richtungen zerstreuten Strahlen schliessen mit den einfallenden Strahlen beim Hauptregenbogen kleinere, beim Nebenregenbogen grössere Winkel ein, als die wirksamen Parallelstrahlen. Es erklärt sich daraus, dass die zwischen beiden Bögen liegende, etwa $7^1/_2{}^0$ breite Zone dunkler erscheint, als die innerhalb des Hauptbogens und ausserhalb des Nebenbogens liegenden Theile der Wolke.

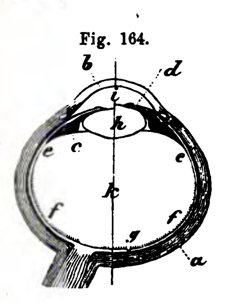
Das Auge und das Sehen.

§ 162. **Das Auge.** Die Wahrnehmung der Lichtempfindungen geschieht vermittelst des **Sehnerven** (nervus opticus), welcher sich in der **Netz-** oder **Nervenhaut** des Augapfels ausbreitet. Der **Augapfel** liegt im Innern der von den Schädel- und Gesichtsknochen gebildeten Augenhöhle, von Fett und Bindegewebe umgeben. Die Bewegungen des Augapfels werden durch vier gerade und zwei schiefe **Augenmuskeln** bewirkt, welche sich einerseits an die Knochen der Augenhöhle, andererseits an die äussere weisse oder harte Haut des Augapfels ansetzen. Als äussere

Schutzorgane des Augapfels dienen die mit **Wimpern** besetzten **Augenlider** und die in der Augenhöhle über dem äusseren Augenwinkel liegende **Thränendrüse**, welche die Thränenfeuchtigkeit absondert.

Der Augapfel selbst, in Fig. 164 im Durchschnitt dargestellt, hat die Gestalt eines etwas abgeplatteten Sphäroids, indem der Axendurchmesser von vorn nach hinten etwas kürzer ist, als der Querdurchmesser. Aeusserlich ist derselbe von einer **weissen Haut** aus festem sehnigem Gewebe (tunica sclerotica) *a* umgeben. Der vorderste Theil derselben *b* wird von der durchsichtigen und stärker gewölbten **Hornhaut** (cornea) gebildet. Die Innenfläche der sclerotica wird, bis zu ihrer Vereinigungsstelle mit der cornea, von der **Aderhaut** (chorioidea) ausgekleidet, welche grösstentheils aus feinen Blutgefässen gebildet und auf ihrer inneren Seite von einer Schicht von Zellen bedeckt ist, die einen **schwarzen Farbstoff** (Pigment) enthalten. Diese Pigmentschicht verhindert die Reflexion des Lichtes von den Innenwänden des Augapfels. (Das Pigment fehlt bei den sogenannten Albino's unter Menschen und Thieren, z. B. den meisten Kaninchen, ferner im sogenannten *tapetum* mancher Säugethiere). Eine Fortsetzung der Aderhaut bildet die ringförmige, farbige **Regenbogenhaut** (iris) *d*. Diese ist von einer (beim Menschen kreisrunden) Oeffnung, der **Pupille**, durchbrochen, durch welche die Lichtstrahlen in das Innere des Auges eindringen. Die Regenbogenhaut enthält ein System ringförmiger und ein System radialer Muskelfasern, mittelst deren die **Pupille verengt** und **erweitert** und dadurch die in das Auge eingelassene Lichtmenge nach Bedürfniss regulirt werden kann. Auf der Innenseite der Aderhaut breitet sich in der **Netz-** oder **Nervenhaut** (retina) *e* der **Sehnerv** *f* aus, dessen Fasern die äusseren Häute des Augapfels durchbrechen, während die Nervenscheide desselben in die sclerotica übergeht. Die Eintrittsstelle des Sehnerven liegt nicht der Pupille genau gegenüber in der Axe des Auges, sondern etwas mehr nach der Innenseite, und ist dadurch bemerkbar, dass die Netzhaut an dieser Stelle, dem **Mariotte'schen blinden Fleck**, empfindungslos ist. Bemerkenswerth ist ferner der **gelbe Fleck** (macula lutea) der Netzhaut *g*, als die Stelle, mittelst welcher die Lichteindrücke am deutlichsten wahrgenommen werden, und auf welche das Bild desjenigen Gegenstandes fällt, auf den wir die Augenaxe richten.

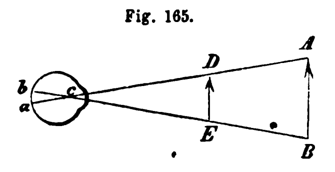
Fig. 164.



Auf der Netzhaut wird ein **umgekehrtes, verkleinertes** Bild der vor dem Auge befindlichen Gegenstände durch die Brechung des Lichtes in den durchsichtigen Augenmedien erzeugt (§ 158). Die **Kystalllinse** *h* ist ein äusserst durchsichtiger, farbloser, biconvexer Körper, dessen vordere, der Pupille zugewendete Fläche weniger gewölbt ist als die hintere. Dieselbe besteht aus zahlreichen, über einander gelagerten Schichten, deren Festigkeit und Lichtbrechungsvermögen von aussen nach innen zunimmt. Sie wird von der **Linsenkapsel** umschlossen und durch den **Strahlenkörper** (ligamentum ciliare) *c* in ihrer Lage, dicht hinter der Regenbogenhaut, festgehalten. Der kleinere vordere Raum des Augapfels *i*, zwischen der Hornhaut und Regenbogenhaut, ist mit der wässrigen Feuchtigkeit (humor aqueus), der hintere Raum *k*, zwischen Linse und Netzhaut, mit dem gallertartigen Glaskörper (humor vitreus) ausgefüllt.

§ 163. Sehwinkel, scheinbare Grösse. Unter den von einem leuchtenden Punkt in das Auge gelangenden Lichtstrahlen ist einer, dessen Richtung durch die Brechung in den Augenmedien keine bleibende Aenderung erleidet (vergl. § 158) und welcher der Haupt- oder Richtungsstrahl dieses Punktes genannt wird. Die Hauptstrahlen sämmtlicher Punkte eines vor dem Auge befindlichen Gegenstandes, dessen umgekehrtes Bild auf der Netzhaut entsteht, kreuzen sich in einem Punkt im Inneren des Auges, welcher dem optischen Mittelpunkt (§ 158) einer Linse analog ist und der Kreuzungspunkt der Richtungsstrahlen heisst. Derselbe liegt innerhalb der Krystalllinse, in der Nähe ihrer hinteren Grenzfläche. Der von den Richtungsstrahlen zweier Punkte A und B (Fig. 165) eingeschlossene Winkel AcB heisst der Sehwinkel, unter welchem uns die Verbindungslinie der beiden Punkte erscheint. Zwei Gegenstände von sehr verschiedener Grösse DE und AB können uns unter gleichem Sehwinkel erscheinen, wenn sie sich in verschiedenen Entfernungen vom Auge befinden. Mit wachsender Entfernung nimmt der Sehwinkel ab. Da die scheinbare Grösse, in welcher wir einen Gegenstand erblicken, nur durch den Sehwinkel bestimmt ist, so ist zur Beurtheilung der wahren Grösse ausserdem die Kenntniss der Entfernung erforderlich, in welcher sich der Gegenstand befindet.

Fig. 165.



Ein unrichtiges Urtheil über die Entfernung eines Körpers hat daher zugleich eine fehlerhafte Beurtheilung seiner wahren Grösse zur Folge. Ein Körper, den wir für näher halten, als er ist, erscheint uns gleichzeitig zu klein, ein Körper, dessen Entfernung wir überschätzen, zu gross. Ueber die Mittel zur Schätzung der Entfernung s. unten § 168.

Sonne und Mond erscheinen uns unter nahe gleichem Sehwinkel, oder haben gleichen scheinbaren Durchmesser von etwa 31′, indem erstere zwar dem Durchmesser nach 400 mal grösser, aber auch 400 mal entfernter ist als letzterer. Beide scheinen uns viel kleiner als sie sind, weil wir ihre Entfernung zu gering schätzen.

§ 164. Sehweite, Accommodation, Fernsichtigkeit und Kurzsichtigkeit. Damit ein scharfes Bild eines vor dem Auge befindlichen Gegenstandes auf der Netzhaut entstehe, der Gegenstand also deutlich gesehen werden könne, muss sich derselbe in einer bestimmten Entfernung vom Auge, der Weite des deutlichen Sehens, befinden (§§ 156, 159). Diese beträgt im Mittel bei gesunden Augen etwa 24 cm (9 Zoll). Bei Kurzsichtigen ist sie geringer, bei Weitsichtigen grösser. Bei Ersteren vereinigen sich die Strahlen in Folge zu starker Wölbung der Krystalllinse oder der Hornhaut schon vor der Netzhaut, so dass der Gegenstand dem Auge näher gerückt werden muss, um auf der Netzhaut ein deutliches Bild zu erzeugen, das Umgekehrte findet bei Weitsichtigen statt. Ersterem Fehler kann durch concave, letzterem durch convexe Brillengläser abgeholfen werden.

Die Entfernung des deutlichen Sehens ist jedoch für das Auge nicht, wie die Bildweite anderer optischer Instrumente, eine unveränderlich bestimmte. Das Auge besitzt nämlich die Fähigkeit, sich der Entfernung des gesehenen Gegenstandes innerhalb gewisser Grenzen anzupassen oder zu accommodiren. Der nächste Punkt, für den sich ein normales Auge noch vollständig zu accommodiren vermag, pflegt in 4 bis 5 Zoll (etwa

12 cm) Entfernung zu liegen. Durch die Untersuchungen von Helmholtz ist festgestellt worden (angedeutet in Fig. 164), dass die Accommodation hauptsächlich durch eine Aenderung der Krümmung der vorderen Fläche der Krystalllinse bewirkt wird. Ausserdem verengt sich die Pupille bei der Accommodation für die Nähe und erweitert sich beim Sehen in die Ferne. Denselben Erfolg hat jedoch auch ein Wechsel in der Helligkeit der Beleuchtung.

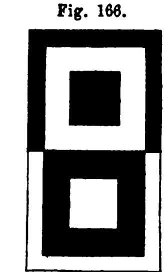
Befindet sich ein Gegenstand nicht in der deutlichen Sehweite oder innerhalb des Bereichs der Accommodationsfähigkeit des Auges, so erzeugt ein leuchtender Punkt des Gegenstandes auf der Netzhaut nicht einen Bildpunkt, sondern einen kleinen Zerstreuungskreis, und durch das Uebereinandergreifen der Zerstreuungskreise benachbarter Punkte wird das Netzhautbild undeutlich. Um dies zu veranschaulichen und um die Grenze des Accommodationsvermögens genau zu bestimmen, dient am besten der Scheiner'sche Versuch. Sticht man in ein Kartenblatt dicht neben einander zwei feine Löcher, deren Abstand kleiner sein muss, als der Durchmesser der Pupille, und betrachtet durch die dicht vor das Auge gehaltenen Oeffnungen eine Nadelspitze, so erscheint dieselbe einfach, wenn sie sich innerhalb des Bereichs des deutlichen Sehens befindet, dagegen doppelt, wenn sie diesseits oder jenseits der Grenzen der Accommodationsfähigkeit befindlich ist. Durch die Oeffnungen werden aus dem von einem Punkt des Objekts auf die Pupille fallenden Strahlenbündel zwei Strahlen ausgesondert, die sich in einem Punkt der Netzhaut vereinigen, wenn der Gegenstand in der deutlichen Sehweite ist, sonst aber anstatt des Zerstreuungskreises zwei getrennte Bilder erzeugen. Die mit der Lichtbrechung im Auge verbundene Farbenzerstreuung ist zwar verhältnissmässig gering und beim gewöhnlichen Sehen nicht bemerkbar, doch lässt sich ihr Vorhandensein durch verschiedene Versuche nachweisen, welche zeigen, dass die Grenzen der Accommodationsweite für rothe und für violette Strahlen verschieden sind.
Um deutlich wahrgenommen zu werden, muss das Netzhautbild im Allgemeinen eine gewisse Grösse haben. Zwar sind Objekte von grosser Lichtstärke, wie die Fixsterne, selbst bei verschwindend kleinem Sehwinkel (§ 163) noch sichtbar; um aber zwei Lichtpunkte noch getrennt wahrnehmen zu können, muss ihr scheinbarer Abstand unter den günstigsten Verhältnissen etwa eine Bogenminute betragen. In der deutlichen Sehweite von 24 cm können demnach zwei helle Linien oder Punkte nicht mehr getrennt wahrgenommen werden, deren Abstand weniger als 0,07 mm beträgt.

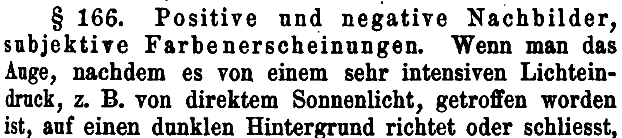
§ 165. Dauer der Lichteindrücke. Ein schnell bewegter, leuchtender oder glänzender Körper erscheint dem Auge als zusammenhängender Lichtstreif, die Speichen eines schnell rollenden Rades können nicht einzeln unterschieden werden. Eine um ihren Mittelpunkt schnell rotirende Scheibe, deren Sektoren abwechselnd schwarz und weiss bemalt sind, erscheint gleichförmig grau; sind die Sektoren abwechselnd verschieden gefärbt, so erblickt man eine Mischfarbe. Werden die Sektoren in entsprechender Breite und Helligkeit mit den Farben des Spektrums bemalt, so kann man annähernd reines Weiss aus denselben zusammensetzen (§ 145). Im momentanen Licht des elektrischen Funkens dagegen (§ 280) erscheint der Farbenkreisel ruhend mit vollständig getrennten Farben. Diese Erscheinungen finden ihre Erklärung in dem Umstand, dass die Lichtempfindung oder der Reizungszustand der Netzhaut nicht genau gleichzeitig mit dem Bild verschwindet, sondern noch kurze Zeit andauert. Intermittirende Lichteindrücke, welche in Intervallen von etwa $^1/_{20}$ Sekunde auf einander folgen, können nicht mehr getrennt wahrgenommen werden.

Auf der Dauer der Lichteindrücke beruhen mehrfache optische Täuschungen, wie bei den stroboskopischen Scheiben von Stampfer (Phänakistoskop nach Plateau) und Plateau's Anorthoskop.

Irradiation. Ein weisses Quadrat auf schwarzem Grunde erscheint grösser als ein in Wirklichkeit genau gleiches schwarzes Quadrat auf weissem Grunde (Fig. 166). Diese und analoge Erscheinungen erklären sich durch die sogenannte *Irradiation.* Von dem unmittelbar von einem Lichtreiz getroffenen Theile der Netzhaut verbreitet sich nämlich der Reizzustand, auch bei vollkommener Accommodation, auf die unmittelbar benachbarten Theile und lässt so die vom Reiz getroffene Stelle etwas grösser erscheinen, als sie in Wirklichkeit ist.

Fig. 166.





§ 166. *Positive und negative Nachbilder, subjektive Farbenerscheinungen.* Wenn man das Auge, nachdem es von einem sehr intensiven Lichteindruck, z. B. von direktem Sonnenlicht, getroffen worden ist, auf einen dunklen Hintergrund richtet oder schliesst, so erblickt man an der dem Ort des Lichtreizes entsprechenden Stelle einen hellen, meist farbigen Fleck, oder ein sogenanntes *positives* Nachbild, welches allmählich schwächer wird, und nachdem es durch verschiedene Farbentöne hindurchgegangen ist, verschwindet. Dasselbe erklärt sich durch einen längere Zeit andauernden Reizungszustand der vom Licht getroffenen Stelle der Netzhaut. Das farbige *Abklingen* des Nachbildes beweist zugleich, dass die Dauer des durch die verschiedenen Farben erzeugten Reizungszustandes des Sehnerven eine verschiedene ist. War das Auge vorher an Dunkelheit gewöhnt, so genügen schon viel schwächere Lichteindrücke, z. B. der Anblick des hellen Himmels durch ein Fenster, um positive Nachbilder zu erzeugen.

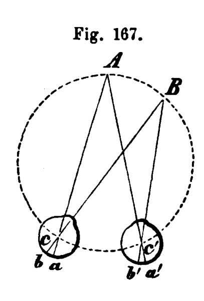
Blickt man hingegen, nachdem man einen hellen Gegenstand einige Zeit lang fixirt hat, auf eine gleichmässig *helle, weisse* Fläche, so sieht man an der dem früheren Ort des Gegenstandes entsprechenden Stelle einen *dunklen* Fleck von gleicher Form, ein *negatives* Nachbild; legt man ein aus *schwarzem* Papier ausgeschnittenes Quadrat auf eine weisse Fläche und entfernt dasselbe plötzlich, nachdem man es einige Zeit fixirt hat, so erscheint an der entsprechenden Stelle ein *helles* Quadrat. Die Entstehung dieser negativen Nachbilder beruht darauf, dass durch den vorhergegangenen Lichteindruck die Empfindlichkeit der Netzhaut an der entsprechenden Stelle abgestumpft wird. Nach längerem Aufenthalt im Dunkeln blendet schon das mässige Tageslicht, und umgekehrt muss sich das Auge nach dem Eintritt in ein dunkles Zimmer erst an die Dunkelheit gewöhnen, d. h. sich von den vorhergegangenen stärkeren Lichteindrücken ausruhen, bevor es die Gegenstände deutlich zu unterscheiden vermag. Wird ein farbiges, z. B. rothes Papier, auf weissem Grunde fixirt und dann plötzlich entfernt, oder durch veränderte Richtung der Augenaxe eine andere Stelle des weissen Grundes fixirt, so erblickt man ein Nachbild in der complementären Farbe (§ 147), also grün. Durch die Betrachtung des rothen Papiers ist die Empfindlichkeit der getroffenen Netzhautstelle für die rothen Strahlen des weissen Lichtes abgestumpft, und es überwiegt die Reizung durch diejenigen Strahlen, die in dem rothen Licht nicht enthalten waren und deren Zusammensetzung das complementäre Grün erzeugt.

Man nennt die so erzeugten Nachbilder und Farbenerscheinungen *subjektive*, weil dieselben nicht dem wirklichen betrachteten Gegenstand angehören, sondern nur in der subjektiven Beschaffenheit des Auges ihren Grund haben. Ueberhaupt wird unser Urtheil über Farbenerscheinungen wesentlich durch den *Contrast* be-

einflusst. Gasflammen, deren Licht, für sich betrachtet, völlig weiss erscheint, zeigen in der Dämmerung oder bei Mondschein eine stark röthliche Färbung. In der Abenddämmerung erscheinen die durch eine Kerzenflamme verursachten Schatten, die vom Tageslicht getroffen werden, bläulich, die vom Tageslicht geworfenen Schatten dagegen, welche von Kerzenlicht beleuchtet werden, röthlich gefärbt, während wir Lichter und Schatten für farblos halten, wenn nur Tageslicht oder nur Kerzenlicht vorhanden ist. — Lässt man durch zwei neben einander befindliche Oeffnungen des Fensterladens Lichtstrahlen in ein dunkles Zimmer fallen, so erzeugen dieselben auf einem weissen Papierschirm zwei helle Flecke. Bedeckt man eine Oeffnung mit einem rothen Glase, so erscheint der von der anderen Oeffnung herrührende weisse Fleck grün, und umgekehrt.

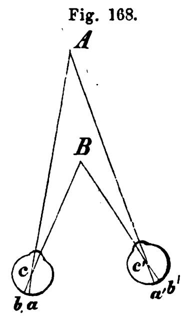
§ 167. Binoculares Sehen. Obgleich wir die uns umgebenden Gegenstände mit zwei Augen betrachten, so combiniren wir doch in der Regel beide Gesichtseindrücke in der Vorstellung zu einem einzigen Bilde. Wir sehen nämlich einen Gegenstand einfach, wenn seine Bilder in beiden Augen auf entsprechende Stellen der Netzhaut fallen. Wenn wir einen Punkt A (Fig. 167) fixiren, so richten wir beide Augenaxen auf diesen Punkt, so dass sein Bild in jedem Auge auf das Centrum der Netzhaut, den Punkt des deutlichsten Sehens (§ 162), fällt. Diese Punkte a, a' sind entsprechende, und der Punkt A wird einfach gesehen. Es entsprechen einander ferner diejenigen Punkte beider Netzhäute, welche vom Mittelpunkt a gleich weit und in gleicher Richtung entfernt sind. So wird der Punkt B mit A zugleich einfach gesehen, wenn $ab = a'b'$ ist.

Fig. 167.



Liegen beide Punkte in einer durch die optischen Mittelpunkte beider Augen c, c' gelegten Ebene, so muss $\angle AcB = \angle Ac'B$ sein, woraus folgt, dass nur diejenigen in dieser Ebene gelegenen Punkte mit A gleichzeitig einfach gesehen werden können, welche auf der Peripherie eines durch c, c' und A gelegten Kreises liegen, welchen man den Horopterkreis nennt. Dass wir in der That alle übrigen Gegenstände doppelt sehen, wenn gleich bei mangelhafter Aufmerksamkeit die Doppelbilder in der Regel nicht zum Bewusstsein kommen, lässt sich durch den Versuch leicht nachweisen. Betrachtet man gleichzeitig mit Aufmerksamkeit zwei in verschiedener Entfernung von den Augen, in der Mittellinie gelegene Gegenstände A, B (Fig. 168), z. B. zwei in vertikaler Richtung vor das Gesicht gehaltene Stäbchen, so wird, wenn man einen von beiden Körpern fixirt, der andere jedesmal doppelt gesehen. Fixirt man z. B. den entfernteren Punkt A, so fallen seine Bilder in beiden Augen auf die identischen Axenpunkte a, a'. Die beiden Bilder des Punktes B dagegen fallen auf die Punkte b, b', welche auf entgegengesetzten Seiten des Axenpunktes liegen, also einander nicht entsprechen. Doppelbilder entstehen ferner, wenn die Richtungen der Augenaxen durch mechanischen Druck oder durch ungeregelte Bewegungen der Augenmuskeln (beim Schielen) in eine nicht entsprechende Lage gebracht werden.

Fig. 168.



§ 168. Beurtheilung der Entfernung. Um den Punkt A (Fig. 168) zu fixiren, d. h. um denselben einfach und möglichst deutlich zu sehen, müssen die Augenaxen unter einem spitzeren Winkel convergiren, als bei der Fixirung eines näher gelegenen Punktes B. Bei Betrachtung eines sehr entfernten Gegenstandes sind beide Augenaxen parallel gerichtet. Der Grad der Convergenz der Augenaxen kann daher als Hilfsmittel für die Beurtheilung der Entfernungen dienen. In der That ist unser Urtheil über

die Entfernung der Gegenstände bei Betrachtung mit zwei Augen viel sicherer als mit einem Auge, wie man sich z. B. beim Einfädeln einer Nähnadel überzeugen kann. Ausserdem wird das Urtheil über die Entfernung unterstützt durch die Verschiedenheit der Accommodation für nahe und entfernte Gegenstände, durch den Sehwinkel (§ 163), unter welchem uns Gegenstände von bekannter absoluter Grösse erscheinen, durch Wahrnehmung zwischenliegender Gegenstände von bekannter Entfernung, Trübung des Lichts durch zwischenliegende Luftschichten u. s. w. Trotz aller dieser Momente, die zur Beurtheilung der Entfernungen beitragen, ist dieselbe unter ungewohnten Umständen grossen Täuschungen ausgesetzt. Vertikale Entfernungen werden im Verhältniss zu horizontalen zu gering geschätzt. Auf hohen Bergen, über Wasserflächen werden bei Mangel zwischenliegender Gegenstände die Entfernungen von Ungeübten ebenfalls stets zu gering geschätzt. Urtheil über Grösse und Entfernung von Sonne und Mond, je nach der Höhe über dem Horizont. Scheinbar abgeflachte Gestalt des Himmelsgewölbes.

§ 169. Körpersehen, Stereoskop. Betrachten wir einen Körper mit beiden Augen, so sind die Bilder auf beiden Netzhäuten nicht congruent. Der Körper müsste vielmehr, um sich beiden Augen nach einander in der gleichen Lage darzubieten, um einen gewissen Winkel gedreht werden. Es können daher auch, genau genommen, nur die Bilder des gerade fixirten Punktes des Körpers auf identische Netzhautstellen fallen, und indem wir nach einander verschieden entfernte Punkte des Körpers fixiren und dabei die Convergenz der Augenaxen verändern, gewinnen wir die Vorstellung von der Ausdehnung des Körpers in der Tiefenrichtung, welche allerdings durch den Einfluss der Beleuchtung, die Vertheilung von Licht und Schatten wesentlich unterstützt wird. Eine interessante Erläuterung der Beurtheilung der körperlichen Dimensionen beim Sehen mit zwei Augen, bietet das Stereoskop von Wheatstone, in welchem beiden Augen zwei verschiedene Bilder desselben Gegenstandes dargeboten werden, deren Combination den Eindruck des Körperlichen hervorbringt.

In der bequemeren Form, welche dem Instrument durch Brewster gegeben worden ist (als Prismenstereoskop), hat dasselbe folgende Einrichtung. Der Kasten des Stereoskops ist durch eine Scheidewand A (Fig. 169) in zwei Abtheilungen getheilt, deren jede eines der beiden zusammengehörigen Bilder B, B' enthält. Dieselben werden durch die prismatischen Linsenstücke C, C' betrachtet, welche aus derselben Linse geschnitten sind und die Bilder vergrössern, gleichzeitig aber durch ihre prismatische Form dazu dienen, dieselben einander zu nähern und ihre Vereinigung zu einem Gesichtseindruck B_0 zu erleichtern. Bei einiger Uebung ist es leicht, zwei zusammengehörige stereoskopische Zeichnungen durch gleichzeitige Betrachtung mit beiden Augen, auch ohne Instrument, zu combiniren. Ein gerader Kegelstumpf würde, von oben her mit dem linken Auge betrachtet, den Anblick a (Fig. 170), mit dem rechten, den Anblick b gewähren, ein

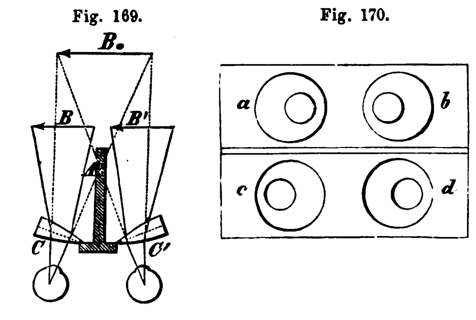


Fig. 169. Fig. 170.

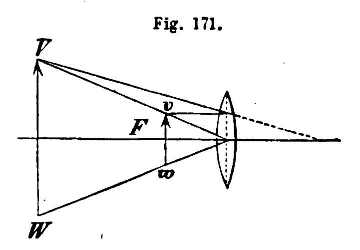
hohlkegelförmiger Trichter hingegen würde, mit dem linken Auge betrachtet, wie *c*, mit dem rechten betrachtet, wie *d* erscheinen. Die stereoskopische Combination der beiden Bilder *a* und *b* macht daher den Eindruck eines erhabenen, die von *c* und *d* den eines vertieften Kegelstumpfes.

Mikroskop und Fernrohr.

§ 170. Um einen Gegenstand deutlich zu sehen, ist es erforderlich, dass sich derselbe oder sein optisches Bild in der deutlichen Sehweite (§ 164) befinde, welche für ein normales Auge im Mittel 24 ^{cm} (9 par.'') beträgt. Der Zweck der Mikroskope und Teleskope ist, von Gegenständen, welche entweder zu klein oder zu fern sind, um mit blossem Auge deutlich gesehen zu werden, Bilder zu erzeugen, welche 1) in der deutlichen Sehweite liegen, 2) unter hinreichend grossem Sehwinkel und 3) hell genug erscheinen, um den Gegenstand deutlich erkennen zu lassen.

§ 171. Die Loupe oder das einfache Mikroskop besteht in einer einfachen Sammellinse von kurzer Brennweite, oder in einer Combination von mehreren solchen Linsen. Da wir die Gegenstände nur in einer bestimmten Entfernung deutlich sehen, so kann die zum Erkennen kleiner Gegenstände erforderliche Vergrösserung des Sehwinkels nicht durch blosses Annähern an das Auge erreicht werden. Betrachtet man dagegen durch eine Convexlinse den Gegenstand *vw* (Fig. 171), welcher sich innerhalb ihrer Brennweite befindet, so werden die von *vw* ausgehenden Strahlen, bevor sie in das Auge gelangen, so gebrochen, als ob sie von dem virtuellen, aufrechten und vergrösserten Bild *VW* herkämen, welches sich in der Entfernung des deutlichen Sehens befindet.

Fig. 171.



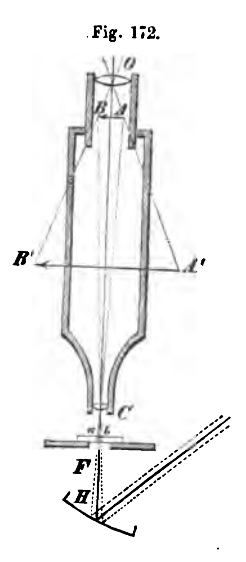
Die durch die Loupe erreichte Vergrösserung wird bestimmt durch den Quotienten aus der Grösse des Bildes und der des Gegenstandes. Ist *a* die Entfernung des Objekts, *b* die des Bildes von der Loupe, *f* deren Brennweite, so ist die Vergrösserung $\frac{b}{a}$, da die Grössen von Bild und Objekt in demselben Verhältniss stehen, wie ihre Entfernungen von der Linse. Es ist aber, da das Bild ein virtuelles, also *b* mit negativem Vorzeichen in Rechnung zu bringen ist, $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ (§ 156), mithin $\frac{b}{a} = \frac{b}{f} + 1$. Da die Loupe dicht vor das Auge gehalten wird, so kann für *b* ohne erheblichen Fehler die deutliche Sehweite oder 24 ^{cm} gesetzt werden. Demnach würde z. B. eine Loupe von 3 ^{cm} Brennweite eine 9malige Vergrösserung gewähren.

Mit Wasser gefüllte Hohlkugeln von Glas, auch Wassertröpfchen können als Loupen dienen. — Cylinderloupen. — Zu stärkeren Vergrösserungen bedient man sich in der Regel eines Systems von mehreren Linsen, um die sphärische Aberration (§ 160) zu verringern und ein grösseres Sehfeld zu erhalten, als mit einer einfachen Linse von gleich kurzer Brennweite.

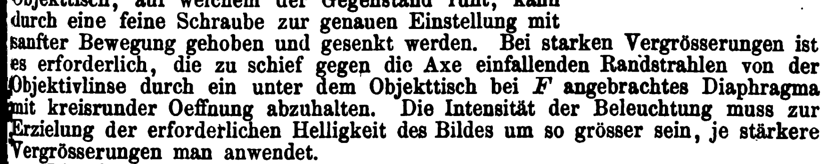
§ 172. Das zusammengesetzte Mikroskop. Die wesentlichen Theile des zusammengesetzten Mikroskops sind das Objektiv, das Okular und der Beleuchtungsapparat. Das Objektiv *C* (Fig. 172) ist

eine Convexlinse oder in der Regel ein aus mehreren achromatischen Doppellinsen zusammengesetztes System von kurzer Brennweite. Dasselbe erzeugt von dem Objekt *ab* ein stark vergrössertes, umgekehrtes, reelles Bild *AB* (§ 158), welches durch das Okular *O*, das als Loupe wirkt, betrachtet wird. Zur Beleuchtung durchsichtiger Objekte dient ein am Stativ des Mikroskops angebrachter, nach allen Seiten frei drehbarer Hohlspiegel *H*, der die von einem Fenster oder einer Lampe ausgehenden Lichtstrahlen auf dem Objekt concentrirt.

Fig. 172.



Okular und Objektiv sind zur Abhaltung fremder Lichtstrahlen in einem innen geschwärzten Rohr eingeschlossen. An der Stelle, wo das reelle Bild *AB* erzeugt wird, ist eine ringförmige Blendung (Diaphragma) angebracht, welche das Gesichtsfeld begrenzt und der Deutlichkeit des Bildes nachtheilige Randstrahlen abhält. Häufig ist dieses Diaphragma mit einem **Fadenkreuz** aus feinen Spinnwebenfäden versehen, um den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes zu fixiren, oder es sind in ihm mehrere parallele Fäden ausgespannt, um durch deren bekannten Abstand annähernd die Grösse der betrachteten Objekte zu schätzen. Der Tubus des Mikroskops oder der von einer kreisrunden Oeffnung durchbrochene Objekttisch, auf welchem der Gegenstand ruht, kann durch eine feine Schraube zur genauen Einstellung mit



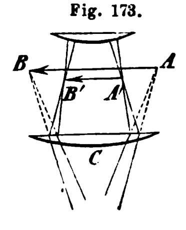
sanfter Bewegung gehoben und gesenkt werden. Bei starken Vergrösserungen ist es erforderlich, die zu schief gegen die Axe einfallenden Randstrahlen von der Objektivlinse durch ein unter dem Objekttisch bei *F* angebrachtes Diaphragma mit kreisrunder Oeffnung abzuhalten. Die Intensität der Beleuchtung muss zur Erzielung der erforderlichen Helligkeit des Bildes um so grösser sein, je stärkere Vergrösserungen man anwendet.

Die **Vergrösserung** durch das zusammengesetzte Mikroskop ist das Produkt aus der durch das Objektiv und durch das Okular erzeugten Vergrösserung; denn diese Vergrösserungen sind nach § 17[illegible] bezüglich dargestellt durch

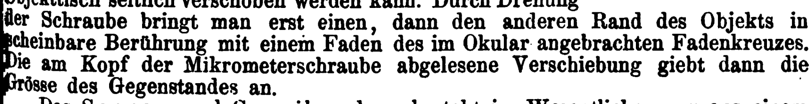
$$\frac{A_1 B_1}{ab}, \quad \frac{AB}{ab} \quad \text{und} \quad \frac{A_1 B_1}{AB}.$$

Für die Klarheit der Bilder ist es zweckmässig, die Vergrösserung vorzugsweise durch das Objektiv hervorzubringen. Dieses besteht in der Regel aus mehreren achromatischen Doppellinsen. Als Okular wird an Stelle einer einfachen Linse gewöhnlich ein System von zwei Linsen (**Campani**'sches Okular), einer sogenannten Collektivlinse und der eigentlichen Okularlinse, angewendet. Die vom Objektiv herkommenden Strahlen treffen die Collektivlinse *C* (Fig. 173), bevor sie sich zum reellen Bild *AB* vereinigen, werden dadurch convergenter gemacht und erzeugen das Bild *A'B'*, welches durch die Okularlinse betrachtet wird. Dadurch wird allerdings die Grösse des Bildes etwas verringert, man erreicht dagegen den Vortheil eines beträchtlich grösseren Gesichtsfeldes.

Fig. 173.



Zu **Messungen** mikroskopischer Objekte dient entweder ein auf Glas geritztes Mikrometer, welches auf die Blendung des Okulars gelegt werden kann, und dessen Theilstriche einen für jede Objektivvergrösserung ein für allemal bekannten Werth besitzen (Okularmikrometer), oder besser eine feine Mikrometerschraube, mittelst deren der Objekttisch seitlich verschoben werden kann. Durch Drehung



der Schraube bringt man erst einen, dann den anderen Rand des Objekts in scheinbare Berührung mit einem Faden des im Okular angebrachten Fadenkreuzes. Die am Kopf der Mikrometerschraube abgelesene Verschiebung giebt dann die Grösse des Gegenstandes an.

Das **Sonnen- und Gasmikroskop** besteht im Wesentlichen nur aus einem

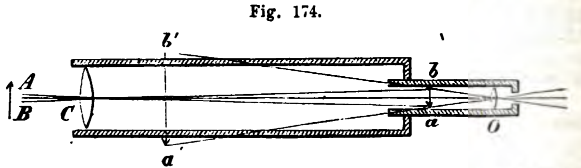
Linsensystem von kürzerer Brennweite, ähnlich dem Objektiv eines zusammengesetzten Mikroskops, welches ein reelles Bild des nahe an seinem Brennpunkt befindlichen Objektes auf einem gegenüberstehenden, weissen Schirm entwirft, und aus dem Beleuchtungsapparat. Da sehr starke Vergrösserungen erzielt werden, so muss die Intensität der **Beleuchtung** eine sehr grosse sein. Beim Gasmikroskop dient als Lichtquelle ein im Knallgasgebläse bis zum hellsten Weissglühen erhitzter Kalkcylinder (**Drummond's** Kalklicht), dessen Strahlen durch eine Sammellinse von grosser Oeffnung auf das Objekt concentrirt werden. Beim Sonnenmikroskop ist vor einer Oeffnung im Fensterladen eines verfinsterten Zimmers ein Planspiegel angebracht, welcher das Sonnenlicht auf eine Sammellinse von kurzer Brennweite reflektirt, in deren Brennpunkt sich das Objekt befindet (Laterna magica).

§ 173. **Das Fernrohr.** Man unterscheidet **dioptrische** Fernröhre (Refraktoren) und **katoptrische** Fernröhre (Spiegelteleskope, Reflektoren), je nachdem das reelle Bild des entfernten Gegenstandes durch eine Convexlinse oder durch einen Hohlspiegel erzeugt wird.

A. Von den **dioptrischen** Fernröhren sind folgende Gattungen zu unterscheiden:

1. Das **astronomische** oder **Keppler'sche** Fernrohr besteht aus einer achromatischen **Objektivlinse** von **grosser** Brennweite C (Fig. 174), welche ein reelles, umgekehrtes, verkleinertes Bild ab des entfernten Ob-

Fig. 174.



jektes AB erzeugt, und aus einer **Okularlinse** O von **kleiner** Brennweite, durch welche das Bild betrachtet wird. Das astronomische Fernrohr erzeugt daher **umgekehrte** Bilder. Objektiv und Okular sind in ein innen geschwärztes Rohr eingeschlossen, dessen Länge durch verstellbare Züge abgeändert werden kann, um das Okular genau in die richtige Entfernung von dem durch das **Objektiv** erzeugten Bilde einstellen zu können.

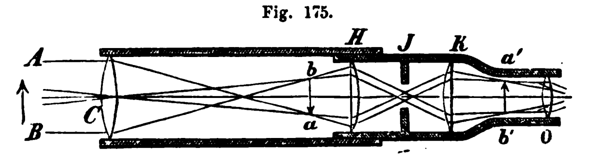
Von der Vollkommenheit des **Objektivs** hängt vorzugsweise der Grad der Leistungsfähigkeit des Fernrohrs ab. Das Bild muss frei von chromatischer und möglichst frei von sphärischer Abweichung sein. Die **Lichtstärke** des Fernrohrs wächst mit dem Durchmesser oder der **Oeffnung** des Objektivs, da in demselben Verhältniss mehr Strahlen von einem leuchtenden Punkt ins Auge gelangen, als die Oberfläche des Objektivs grösser ist. Um sehr lichtschwache Objekte am Himmel sichtbar zu machen, muss daher der Durchmesser des Objektivs möglichst vergrössert werden, wobei namentlich die Schwierigkeit zu überwinden ist, Flintglasmassen von grösserer Ausdehnung und vollkommen gleichmässigem Lichtbrechungsvermögen herzustellen. Als **Okular** des astronomischen Fernrohrs dient in der Regel nicht eine einzige Convexlinse, sondern ein System mehrerer Linsen, welche wie eine einzige Linse von kürzerer Brennweite wirken (**Ramsden'sches** Okular) oder seltener ein **Campani'sches** Okular (§ 172). In jedem Fall ist dasselbe mit einem **Fadenkreuz** versehen. Beim Mikroskop wurde unter der **Vergrösserung** das Verhältniss zwischen der **wirklichen** Grösse des Gegenstandes und der Grösse des durch das Okular erzeugten subjektiven Bildes verstanden. Beim Fernrohr dagegen bedarf dieser Begriff einer Modifikation. Da dasselbe nämlich zur Betrachtung entfernter Gegenstände dient, denen wir uns nicht beliebig annähern können, so kommt es darauf an, die **scheinbare** Grösse oder den Sehwinkel, unter welchem dieselben **von dem gegebenen Standpunkte** aus erblickt werden, möglichst zu vergrössern. Dem unbewaffneten Auge erscheint der Gegenstand AB (Fig. 174) unter dem Sehwinkel $ACB = aCb$. Durch das Fernrohr betrachtet, wird das Bild desselben unter dem Winkel $a'Ob'$ oder aOb erblickt. Das Verhältniss beider Winkel giebt die Vergrösserung des Fernrohrs an. Diese Winkel sind aber annäherungsweise den Entfernungen des Bildes ab vom Objektiv und

vom Okular, oder den Brennweiten beider umgekehrt proportional. Man findet daher die Vergrösserung eines Fernrohrs annäherungsweise, indem man die Brennweite des Objektivs durch die des Okulars dividirt.

Der Refraktor der Sternwarte zu Pulkowa hat 38 Cm. Oeffnung und 6,8 M. Brennweite und gestattet die Vergrösserung bis zur 2000fachen zu steigern. Doch ist die Anwendung so starker Vergrösserungen nur bei besonders günstigem Zustande der Atmosphäre von Nutzen.

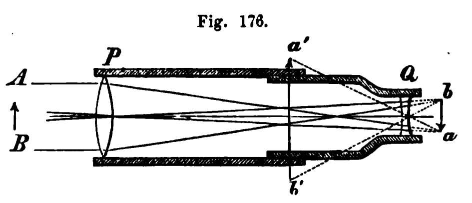
§ 173a. 2. Das terrestrische Fernrohr. Bei Betrachtung des Himmels ist der Umstand, dass das astronomische Fernrohr die Bilder der Gegenstände in umgekehrter Lage zeigt, nicht von störendem Einfluss. Um diesen Uebelstand bei Betrachtung terrestrischer Objekte zu vermeiden, schiebt man zwischen Objektiv und Okular noch ein System von zwei Linsen ein, welche eine abermalige Umkehrung des Bildes bewirken, dasselbe also wieder aufrecht machen. Das Objektiv *C* (Fig. 175) entwirft ein umgekehrtes Bild des Objekts, *ab*, durch die Linsen *H*, *K*, deren Abstand gleich der Summe ihrer Brennweiten ist, und zwischen denen das Diaphragma *J* angebracht ist, wird von *ab* ein zweites reelles Bild *a' b'* in aufrechter Lage erzeugt, welches durch die Okularlinse *O* betrachtet wird. Kommt, wie es in der Regel der Fall ist, noch eine Collektivlinse (§ 172) hinzu, so besteht das vollständige terrestrische Okular aus vier Linsen.

Fig. 175.



3. Das holländische oder Galilei'sche Fernrohr. Dasselbe besteht aus einer Sammellinse, die als Objektiv dient, und einer Zerstreuungslinse, welche das Okular bildet. Das Objektiv *P* (Fig. 176) würde von dem entfernten Gegenstand *AB* ein umgekehrtes, verkleinertes Bild *ab* entwerfen. Bevor sich die vom Objektiv convergent gemachten Strahlen in *a* zum Bilde vereinigen, treffen sie das Okular *Q*, welches dieselben divergent macht, als ob sie von dem Punkte *a'* herkämen, und man erhält so das aufrechte Bild *a' b'* in der deutlichen Sehweite. — Fernröhre dieser Art sind die Theaterperspektive und Feldstecher. Dieselben gewähren den Vortheil, dass das Rohr eine geringe Länge besitzt, gestatten aber nur schwache Vergrösserungen.

Fig. 176.

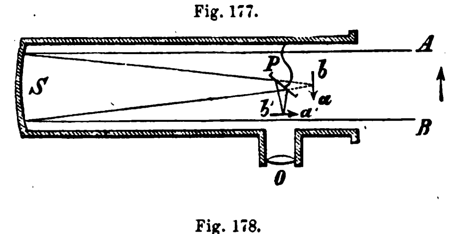


Das holländische Fernrohr soll i. J. 1608 vom Brillenmacher Lippersheim zu Middelburg in Holland erfunden worden sein. Galilei construirte ein Instrument derselben Art, ohne die Einrichtung dos Fernrohrs von Lippersheim zu kennen, und benutzte dasselbe zu wichtigen astronomischen Entdeckungen. Das astronomische Fernrohr wurde von Keppler 1610 erfunden. Der Pater Schyrlaeus im Kloster Rheita erfand i. J. 1645 das terrestrische Okular.

§ 174. B. Bei den Spiegelteleskopen wird das durch einen Hohlspiegel erzeugte, umgekehrte Bild durch ein Okular betrachtet. Um zu verhindern, dass durch den Kopf des Beobachters den Lichtstrahlen der Weg zum Spiegel verdeckt wird, sind verschiedene Einrichtungen getroffen worden:

1. Newton's Spiegelteleskop. Die vom Spiegel S (Fig. 177) reflektirten Strahlen treffen, bevor sie sich zum Bilde ab vereinigen, einen kleinen Planspiegel P, dessen Ebene gegen die Axe des Rohres um 45⁰ geneigt ist. Das Bild entsteht in Folge dessen in $a' b'$ und wird durch das seitwärts angebrachte Okular O betrachtet.

Fig. 177.

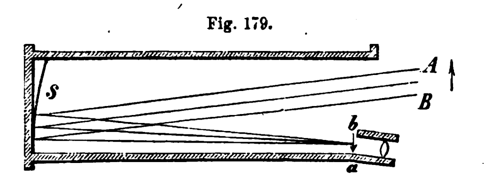


2. Gregory's Spiegelteleskop. Der Hohlspiegel S (Fig. 178) ist in der Mitte von einer kreisrunden Oeffnung durchbohrt, in welche das Okularrohr O eingesetzt ist. Von dem umgekehrten Bild $a b$ erzeugt der kleine, in der Axe des Rohres angebrachte Hohlspiegel H ein zweites vergrössertes, aufrechtes Bild $a' b'$, welches durch das Okular O betrachtet wird.

Fig. 178.

3. Bei den grossen Spiegelteleskopen von Herschel und Rosse, deren Spiegel 4—6 Fuss im Durchmesser haben, wird das Bild ohne zweiten Hilfsspiegel unmittelbar durch das am Eingange des Rohres angebrachte Okular O betrachtet, indem die Axe des Spiegels unter einem sehr spitzen Winkel gegen die Axe des Rohres geneigt ist, so dass die parallel einfallenden Strahlen sich an $a b$ vereinigen. Bei den Dimensionen des Spiegels wird nur ein verhältnissmässig kleiner Theil desselben durch den Kopf des Beobachters verdeckt.

Fig. 179.

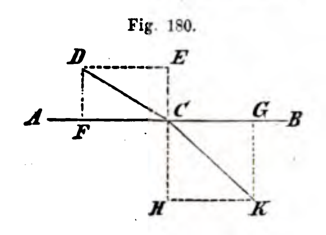


Der Vorzug der Spiegelteleskope beruht namentlich in der grösseren erreichbaren Lichtstärke, indem es leichter ist, Spiegel von bedeutendem Durchmesser als Linsen von entsprechender Grösse zu erhalten. Früher benutzte man Hohlspiegel aus Spiegelmetall, einer Legirung von Kupfer und Zinn. Neuerdings hat Foucault mit Erfolg versilberte Glasspiegel angewendet, welche sich in grösserer Vollkommenheit herstellen lassen und mehr Licht reflektiren als Metallspiegel. — Das 1875 auf der Pariser Sternwarte zur Aufstellung gebrachte Teleskop hat 120 Cm. im Durchmesser, die Oeffnungsweite des Objektivs beträgt 75 Cm., die Länge des Fernrohrs 16 M. Der Hohlspiegel, zu welchem ein Stück Glas von 800 Kgr. erforderlich war, ist parabolisch geschliffen und das Teleskop im Ganzen wie ein Newton'sches construirt.

§ 175. Theoretische Vorstellungen über die Natur des Lichtes, Interferenzerscheinungen. Newton's Emissionstheorie. Die am nächsten liegende Vorstellung über die Natur des Lichtes war die, dass es eine von dem leuchtenden Körper ausströmende Materie sei, die aus sehr feinen, den Weltraum und die durchsichtigen Körper durchdringenden Lichtatomen bestehe. Diese unter dem Namen der Emissionstheorie bekannte Hypothese ist insbesondere von Newton durchgeführt worden, der die verschiedenen Farben des Spektrums durch die verschiedenartige Beschaffenheit der Lichtatome erklärte, deren Mischung in bestimmtem Verhältniss das weisse Licht bilde.

Die Reflexion des Lichtes erklärte Newton durch das Zurückprallen der elastischen Lichtatome von der Oberfläche des reflektirenden Körpers, nach den Gesetzen des Stosses elastischer Körper (§ 67). Die Brechung des Lichtes beim Eindringen in ein dichteres Medium dagegen wurde durch eine anziehende Wirkung erklärt, welche die Lichtatome von den Theilen des lichtbrechenden Mediums erfahren sollten. Es stelle AB die Oberfläche des letzteren, DC die Richtung und Geschwindigkeit der Bewegung eines Lichtatomes vor, welche in die beiden Componenten DE und DF zerlegt werden kann, von denen die erstere der Oberfläche des lichtbrechenden Mediums parallel, die letztere zu derselben senkrecht ist. Durch die Anziehung, welche die Massentheile auf das Lichtatom ausüben, wird die Componente $DE = FC$ nicht geändert, $DF = EC$ aber vergrössert, so dass aus den Componenten CG und CH die Geschwindigkeit CK resultirt. Es folgt daraus, dass nach der Emissionstheorie die Geschwindigkeit des Lichtes im optisch dichteren Medium grösser sein muss, als im dünneren Medium.

Fig. 180.



§ 176. Huyghens' Undulationstheorie. Eine zweite Vorstellungsweise über die Natur des Lichtes ist die von Huyghens (1691) aufgestellte Undulations- oder Vibrationstheorie. Nach dieser besteht das Licht in einer Wellenbewegung des Lichtäthers, eines äusserst elastischen, den Weltraum erfüllenden und alle Körper durchdringenden Stoffes. Nicht die Theile des Lichtäthers selbst, sondern nur die durch den leuchtenden Körper in ihm erregten, wellenförmigen Erschütterungen werden mit einer Geschwindigkeit von 40000 Meilen in der Sekunde fortgepflanzt (§ 108). Treffen die Aetherwellen auf einen festen Körper, so werden sie theilweise an der Oberfläche desselben reflektirt (§ 119); gleichzeitig aber erregen sie ein in den Körper eindringendes Wellensystem in dem die Zwischenräume der Körperatome erfüllenden Aether. Da jedoch die Elasticität des im Körper enthaltenen Aethers durch den Einfluss der Körperatome modificirt ist, so werden sich die Lichtwellen im Innern des lichtbrechenden Körpers im Allgemeinen mit anderer Geschwindigkeit fortpflanzen, wie im leeren Raum und zwar, wie unten gezeigt wird, im optisch dichteren Medium mit geringerer Geschwindigkeit. — Die von einem leuchtenden Punkt sich ausbreitenden Lichtwellen sind, wie die Schallwellen in der Luft, kugelförmig. Die Lichtstrahlen sind die in jedem Punkt zur Wellenoberfläche senkrechten Kugelradien. Aus Gründen, welche später erörtert werden (§§ 182, 189), nimmt man an, dass die Wellen des Lichtäthers nicht longitudinale, aus abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehende, sondern transversale sind, so dass die Schwingungsrichtung der einzelnen Aethertheilchen der Wellenoberfläche parallel oder zur Fortpflanzungsrichtung senkrecht ist (§ 112).

Ein sehr kleiner Theil einer kugelförmigen Aetherwelle kann als eben betrachtet werden. Innerhalb eines solchen Theiles kann die Richtung der zur Wellenoberfläche senkrechten Kugelradien, oder der Lichtstrahlen, als parallel angesehen werden. Trifft ein solcher ebener Theil einer Lichtwelle auf die Grenzfläche zweier Mittel, in denen sich die Welle mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzt, so wird dieselbe von ihrer ursprünglichen Fortpflanzungsrichtung abgelenkt oder gebrochen. Es stelle AB (Fig. 181) die Trennungsfläche der beiden Medien, CD einen Theil der ebenen Wellenfläche, also EC oder FD die Fortpflanzungsrichtung der Lichtstrahlen vor. Die in der Trennungsfläche AB liegenden Aethertheilchen $DGHKL$ werden durch die einfallende Lichtwelle nicht gleichzeitig, sondern nach einander in der Reihenfolge erschüttert werden, in welcher sie von der in der Richtung FD fortschreitenden Welle erreicht werden. Von jedem dieser Aethertheilchen würde sich, wenn dasselbe allein erschüttert würde, eine

halbkugelförmige Lichtwelle im zweiten Medium ausbreiten. Alle diese von den einzelnen Punkten der Grenzfläche aus erregten Elementarwellen setzen sich aber wieder zu einer einzigen ebenen Welle zusammen. Es sei die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im zweiten Medium kleiner als im ersten, so dass, während die Welle CD im ersten Medium um die Strecke $CL = v$ fortgeschritten ist, sich im zweiten Medium von D aus eine halbkugelförmige Elementarwelle vom Halbmesser $DM = w$ gebildet hat. Zu derselben Zeit werden sich von G, H, K aus Elementarwellen mit den Halbmessern GN, HP, KQ ausgebreitet haben, während der Punkt L eben erst von der Erschütterung getroffen wird. Alle diese Kugelwellen werden von der gemeinschaftlichen Tangentialebene LM berührt, und da die Erschütterung in den Punkten $LQPNM$ dieser Ebene gleichzeitig anlangt, oder alle diese Punkte sich in gleicher Schwingungsphase befinden, so stellt LM die aus allen Elementarwellen resultirende ebene Welle vor, welche im zweiten Medium in der Richtung DM fortschreitet. Errichtet man in L das Einfallsloth RS und zieht $LT \parallel DM$, so ist $\angle CLR = a$ der Einfallswinkel, $TLS = b$ der Brechungswinkel. Es ist ferner leicht ersichtlich, dass $\angle CDL = a$, $\angle MLD = b$, mithin $\frac{LC}{LD} = \sin a$, $\frac{MD}{LD} = \sin b$, mithin $\frac{LC}{MD} = \frac{v}{w} = \frac{\sin a}{\sin b}$ ist, woraus folgt

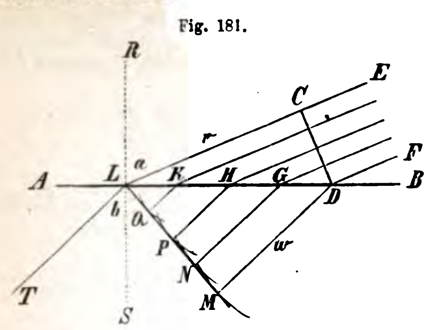


Fig. 181.

$$\sin a = \frac{v}{w} \sin b.$$

Dies ist aber nichts Anderes als das Snellius'sche Brechungsgesetz (§ 141), in welchem an Stelle des Brechungsexponenten n das Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Lichtwellen im ersten und zweiten Medium getreten ist. Es folgt daraus, dass nach der Undulationstheorie die Geschwindigkeit des Lichtes im optisch dichteren Medium die kleinere sein muss. Es ist ferner ersichtlich, dass sich die Entstehung der reflektirten Welle im ersten Medium ganz auf dieselbe Weise erklärt, wie die der gebrochenen Welle im zweiten Medium, und dass der Reflexionswinkel gleich dem Einfallswinkel sein muss, weil die reflektirte Welle sich mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzt, wie die einfallende (Fig. 182).

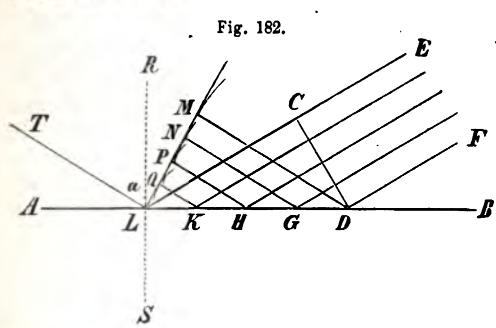


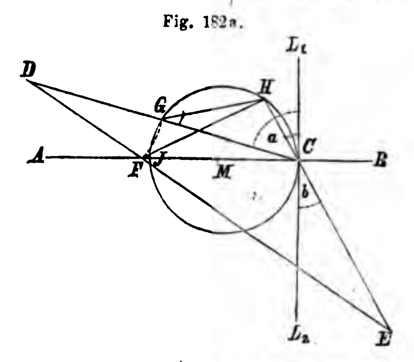
Fig. 182.

Es lässt sich elementar beweisen, dass, wenn die Geschwindigkeiten des Lichtes oberhalb und unterhalb der Trennungsfläche AB (Fig. 182a) der beiden Medien sich wie $\sin a : \sin b$ verhalten, wo $a > b$ ist, die gebrochene Linie DCE in kürzerer Zeit vom Licht zurückgelegt wird als die geradlinige Strecke DFE. — Man mache $DF = DG$, construire über GC als Sehne einen Kreis, welcher das Einfallsloth $L_1 L_2$ zur Tangente hat, dessen Mittelpunkt M also auf AB liegt, verlängere EC rückwärts über C bis zur Peripherie in H, so liegt Punkt F ausserhalb des Kreises um M, weil $\angle JGC = 90^0$ und demnach GJ (welche Linie nicht gezeichnet ist) Tangente ist des Kreises um D: folglich ist $\angle FHC > 90^0$ und im $\triangle FHE$ $FE > HE$. Nunmehr ist im $\triangle CGH$ Winkel $G = HCL_1 = b$ und $H = GCL_2 = 180^0 - a$, folglich verhält sich

$$GC : HC = \sin a : \sin b;$$

demnach wird eine Strecke $= HC$ unterhalb AB vom Licht in derselben Zeit zurückgelegt als GC oberhalb AB. Weil nunmehr, wie eben bewiesen ist, $FE > HE$ und $HE = HC + CE$ ist, so legt das Licht die Strecke FE im dichteren Medium in längerer Zeit zurück, als die Strecke GC im dünneren und dann CE im dichteren Medium. Im Uebrigen ist $DG = DF$, so dass der obige Satz bewiesen ist.

Fig. 182a.



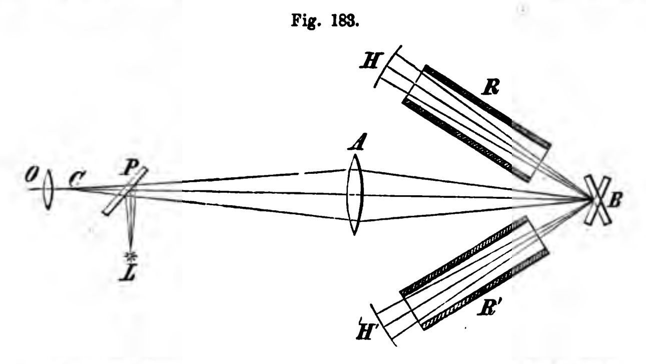
Der Beweis ändert sich nicht, wenn DFE eine gebrochene Linie ist, und es ergiebt sich demnach, dass der gebrochene Lichtstrahl von D über C nach E in der kürzesten Zeit gelangt.

§177. Entscheidung zwischen beiden Theorien.

Wie aus den obigen Betrachtungen hervorgeht, führen die Emissions- und Undulationstheorie zu entgegengesetzten Resultaten bezüglich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in lichtbrechenden Medien, indem dieselbe nach der Emissionstheorie im optisch dichteren Medium grösser, nach der Undulationstheorie dagegen kleiner sein muss, als im optisch dünneren Medium. Wenn es daher möglich ist, durch den Versuch die Richtigkeit der einen oder der anderen Folgerung festzustellen, so ist damit gleichzeitig die Entscheidung zu Gunsten einer der beiden Theorien gegeben. Diesen Versuch hat in der That Foucault ausgeführt und dadurch zu Gunsten der Undulationstheorie entschieden, indem er nachwies, dass sich das Licht im Wasser mit geringerer Geschwindigkeit fortpflanzt, als in der Luft (vergl. § 133).

Die Versuchsmethode war im Wesentlichen folgende: Die Strahlen der Lichtquelle L (Fig. 183) werden durch die unbelegte ebene Spiegelplatte P nach der Convexlinse A reflektirt und durch diese convergent gemacht, so dass sie sich bei B zu einem Bilde des leuchtenden Punktes vereinigen. In B ist ein Planspiegel angebracht, der mit ausserordentlicher Geschwindigkeit um eine zur Ebene der

Fig. 183.



Zeichnung senkrechte Axe gedreht werden kann. Bei H und H' sind zwei Hohlspiegel aufgestellt, deren Krümmungsmittelpunkte genau mit dem Punkte B zusammenfallen. In Folge dessen wird jeder von dem Spiegel B nach einem der beiden Hohlspiegel reflektirte Lichtstrahl auf demselben Wege, auf welchem er gekommen, nach B zurückgeworfen. Wenn daher, während der Lichtstrahl den Weg BHB oder $BH'B$ hin und zurück durchläuft, der Planspiegel seine Stellung unverändert beibehalten hat, so werden die Strahlen auf demselben Wege, auf welchem sie gekommen, durch A nach P zurückgelangen. Ein Theil derselben wird von

der Glasplatte P nach L zurückreflektirt werden, ein anderer Theil aber wird die Glasplatte durchdringen und sich bei C zu einem Bilde des Punktes L vereinigen, welches durch ein mit einem Fadenkreuz versehenes Okular O beobachtet werden kann. Bei sehr schneller Rotation des Spiegels B erleidet nun dieses Bild eine Verschiebung im Sinne der Drehung des Spiegels. Diese Verschiebung rührt davon her, dass sich der Spiegel, während der Lichtstrahl den Weg BHB zurücklegte, um einen messbaren Winkel gedreht hat und in Folge dessen die Strahlen in einer Richtung nach A zurücksendete, welche von der Richtung, in der sie gekommen waren, um den doppelten Drehungswinkel des Spiegels verschieden war (vergl. §§ 135 und 280). Zwischen B und HH' sind nun die Röhren RR' eingeschaltet, welche an ihren Enden mit ebenen Glasplatten verschlossen sind. Sind beide Röhren mit Luft, oder beide mit Wasser gefüllt, so werden die beiden von den Spiegeln H und H' herrührenden Bilder C, C' bei jeder Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels B eine gleiche Verschiebung erleiden, dieselben werden sich also decken. Enthält aber eine der beiden Röhren, z. B. R, Luft, die andere R' Wasser, so zeigt das von H' herrührende Bild eine grössere Verschiebung, als das andere, woraus folgt, dass sich die Lichtstrahlen im Wasser mit geringerer Geschwindigkeit fortgepflanzt haben, als in der Luft.

§ 178. Erklärung der Farben durch die Undulationstheorie. Die verschiedenen Farben erklären sich nach der Undulationstheorie durch die verschiedene Wellenlänge und Schwingungsdauer der dieselben erzeugenden Aetherwellen, entsprechend den verschiedenen Tönen bei den Luftwellen. Auf welche Weise man dazu gelangt ist, die Wellenlänge der Lichtwellen zu messen, wird unten (§§ 179, 181) erörtert werden. Unter den sichtbaren Strahlen des Spektrums besitzen die rothen die grösste, die violetten die kleinste Wellenlänge und Schwingungsdauer.

Zwischen der Wellenlänge λ, der Fortpflanzungsgeschwindigkeit a und der Schwingungszahl n besteht (§ 109) die Beziehung $a = n\lambda$. Im leeren Raum werden alle Lichtwellen mit gleicher Geschwindigkeit fortgepflanzt; in lichtbrechenden Medien dagegen erleidet die Geschwindigkeit der kürzeren Wellen eine grössere Verzögerung als die der längeren, woraus sich die verschiedene Brechbarkeit der Strahlen des Spektrums erklärt. Die den hauptsächlichen Fraunhofer'schen Linien im leeren Raum entsprechenden Wellenlängen und die daraus sich ergebenden Schwingungszahlen in jeder Sekunde sind in folgender Tabelle enthalten. Die Wellenlängen sind in Milliontel Millimetern, die Schwingungszahlen in Billionen ausgedrückt:

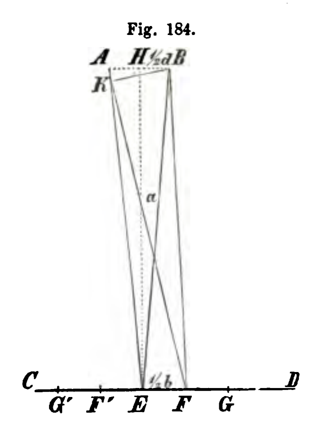
	λ	n		λ	n
Roth		Bill.			Bill.
A	768	395	b	516	582
B	687	437	F	486	616
C	656	458	G	431	695
D	589	509	H	397	756
E	527	570	Violett.		

§ 179. Interferenz der Lichtwellen. In der allgemeinen Theorie der Wellenbewegung ist gezeigt worden (§ 110), wie zwei Wellensysteme sich gegenseitig verstärken oder aufheben können, je nachdem sie mit gleichen oder entgegengesetzten Schwingungsphasen zusammentreffen, und in der Akustik (§§ 124 u. 125) sind die daraus zu erklärenden Interferenzerscheinungen der Schallwellen erläutert worden. Die Interferenzerscheinungen des Lichts, deren Erklärung durch die Newton'sche Emissionstheorie grosse Schwierigkeiten darbot, haben in der Undulationstheorie ihre vollständige Erklärung gefunden, und gerade diese Klasse von Erscheinungen ist es, welche zuerst der Undulationstheorie Eingang verschafft hat.

Es seien A und B (Fig. 184) zwei leuchtende Punkte, deren Schwingungen sich stets in gleicher Phase befinden. Die Ebene des Schirmes CD sei der Verbindungslinie beider Punkte AB parallel. In dem von A und B gleich weit entfernten Punkte E werden die von A und B ausgehenden Wellen stets mit gleicher Schwingungsphase anlangen, werden

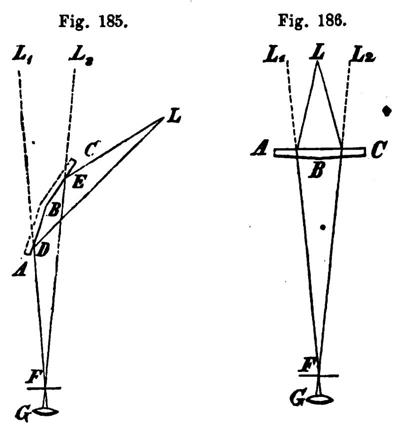
einander also gegenseitig verstärken. Beträgt dagegen für den etwas seitlich gelegenen Punkt F die Differenz der Entfernungen $AF - BF = AK$ gerade eine halbe Wellenlänge, so werden die von A und B mit gleicher Schwingungsphase ausgehenden Strahlen in F stets mit entgegengesetzter Schwingungsphase zusammentreffen, also einander aufheben. Dasselbe gilt von dem Punkte F'. Dagegen tritt eine Verstärkung ein in den Punkten G und G', für welche der Gangunterschied der von A und B ausgehenden Strahlen eine ganze Wellenlänge beträgt u. s. f. Man wird daher auf dem Schirm anstatt einer gleichmässig erleuchteten Fläche ein System abwechselnd heller und dunkler Parallelstreifen, sogenannter Interferenzfransen, erblicken. In Folge der sehr geringen Länge der Lichtwellen (§ 178) haben die Interferenzstreifen in der Regel eine sehr geringe Breite, und es ist zweckmässig, dieselben mit Hilfe einer Loupe zu beobachten. Man kann dann den Schirm CD ganz weglassen, und ein durch eine Loupe in hinreichender Entfernung nach den leuchtenden Punkten A, B hinblickendes Auge erblickt dann das vergrösserte Bild der Interferenzstreifen, welche sich auf einem im Fokalabstand der Loupe befindlichen Schirm darstellen würden.

Fig. 184.



Um zwei Lichtquellen zu erhalten, welche sich stets in genau gleicher Schwingungsphase befinden, was zum Gelingen der Interferenzversuche nach dem Obigen eine wesentliche Bedingung ist, kann man verschiedene Methoden anwenden: Th. Young benutzte zwei dicht neben einander befindliche Oeffnungen im Fensterladen eines verdunkelten Zimmers. Fallen ebene Lichtwellen durch die Oeffnungen ein, deren Fortpflanzungsrichtung zur Verbindungslinie beider Oeffnungen senkrecht ist, so befinden sich die in beiden Oeffnungen liegenden Aethertheilchen stets auf derselben Wellenoberfläche, also in gleicher Schwingungsphase, und man erblickt auf einem den Oeffnungen gegenüberstehenden Schirm die Interferenzstreifen. Dieselben verschwinden, wenn eine von beiden Oeffnungen verdeckt wird. Die Interferenzerscheinungen werden aber bei diesem Versuch mit einer anderen, verwandten Klasse von Erscheinungen, nämlich der Beugung oder Diffraktion (§ 181), complicirt. Zweckmässiger ist daher die Anwendung der Interferenzspiegel von Fresnel. Dieser stellte zwei Spiegel AB und BC (Fig. 185), am besten aus schwarzem Glase, unter einem sehr stumpfen Winkel zusammen. Die Strahlen einer Lichtquelle L werden von den beiden Spiegeln so reflektirt, als ob sie von den Bildpunkten L_1 und L_2 herkämen. Interferiren nun die Strahlen LDF und LEF in einem Punkte F, so ist ihr Gangunterschied derselbe, als ob sie beziehungsweise von L_1 und L_2 mit gleicher Schwingungsphase ausgegangen wären. Mittelst der Loupe G kann daher das System der erzeugten Interferenzstreifen beobachtet werden. An Stelle der Fresnel'schen Spiegel benutzte Pouillet ein mit einem sehr stumpfen Winkel bei B (Fig. 186) versehenes Interferenzprisma, durch welches die von dem

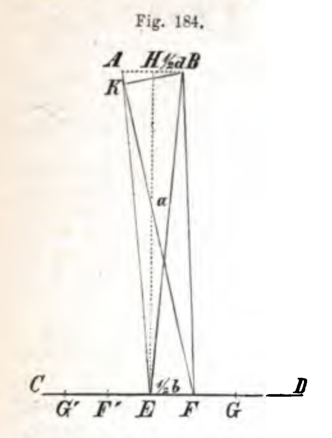
Fig. 185. Fig. 186.



leuchtenden Punkte L ausgehenden Strahlen so gebrochen werden, als ob sie von den sehr nahe gelegenen Punkten L_1 und L_2 herkämen.

Ist der Abstand der beiden leuchtenden Punkte AB (Fig. 184), sowie die Entfernung der Schirmes HE bekannt, so kann aus dem gemessenen Abstand zweier dunkler Interferenzstreifen, z. B. FF', die **Wellenlänge** der interferirenden Strahlen bestimmt werden. Wird nämlich AB mit d, HE mit a, FF' mit b bezeichnet, so ist

Fig. 184.



$$AF^2 = a^2 + \left(\frac{b+d}{2}\right)^2,$$

$$BF^2 = a^2 + \left(\frac{b-d}{2}\right)^2,$$

mithin

$$AF^2 - BF^2 = \left(\frac{b+d}{2}\right)^2 - \left(\frac{b-d}{2}\right)^2 = bd$$

oder

$$(AF + BF)(AF - BF) = bd.$$

Für $AF + BF$ darf ohne merklichen Fehler $2a$ gesetzt werden; soll bei F Vernichtung des Lichtes durch Interferenz stattfinden, so muss der Gangunterschied $AF - BF = \frac{1}{2}\lambda$ sein; es ergiebt sich also

$$a\lambda = bd \text{ und } \lambda = \frac{bd}{a}.$$

Da die Wellenlänge für rothe Strahlen grösser ist als für violette, so werden bei Anwendung des rothen Lichtes die Interferenzfransen etwas breiter erscheinen als bei violetten. Die durch **weisses** Licht erzeugten Interferenzfransen erscheinen daher nicht einfach hell und dunkel, sondern, mit Ausnahme des mittelsten hellen Streifens, farbig gesäumt, so dass die hellen Streifen auf der äusseren Seite einen rothen, auf der inneren einen violetten Saum zeigen.

§ 180. **Interferenzfarben dünner Blättchen. Newton's Farbenringe.** Legt man auf eine ebene Spiegelglasplatte eine zweite Glasplatte, welche auf ihrer unteren Seite sehr schwach convex geschliffen ist, so werden sich beide Platten nur in einem Punkt berühren. Betrachtet man die Berührungsstelle im reflektirten Licht, so erscheint dieselbe von einem System farbiger Ringe umgeben, welche in einer regelmässigen Farbenfolge abwechseln und nach aussen immer blasser werden, so dass man etwa 4—5 hellere und dunklere Ringe unterscheidet. Wendet man anstatt des weissen Tages- oder Lampenlichtes das einfarbige Licht einer durch Natron oder Lithion gefärbten Weingeistflamme an (§ 149), so erblickt man eine weit grössere Zahl abwechselnd heller und dunkler Ringe, welche bei rothem Licht in grösseren, bei gelbem Licht in kleineren, bei Anwendung blauen oder violetten Lichtes in noch kleineren Intervallen auf einander folgen. Die Entstehung dieser Ringe erklärt sich durch die Interferenz der Lichtstrahlen, welche an der vorderen und an der hinteren Fläche der zwischen beiden Platten befindlichen dünnen Luftschicht reflektirt worden sind, indem letztere einen grösseren Weg zurückgelegt haben, als erstere. Der Gangunterschied, und mithin auch der Unterschied der Schwingungsphasen, beider Lichtstrahlen wächst mit der Dicke der Luftschicht. An der Berührungsstelle ist derselbe Null. Der erste dunkle Ring entspricht einem Gangunterschied von einer halben Wellenlänge, der folgende helle Ring einem Gangunterschied von einer ganzen Wellenlänge u. s. f. Da die Wellenlänge der rothen Strahlen grösser ist als die der violetten, so wird einer Wellenlänge der ersteren eine grössere Dicke der Luftschicht entsprechen als bei letzteren. Die Ringe zeigen daher im

homogenen Licht verschiedenen Durchmesser. Bei Anwendung weissen Lichtes erblickt man gleichsam die Uebereinanderlagerung der den verschiedenen Farben entsprechenden Ringsysteme, und es bleiben nur die innersten Ringe sichtbar, weil in grösserer Entfernung vom Mittelpunkt die verschiedenen über einander gelagerten Farben sich mehr und mehr zu weissem Licht ergänzen.

Im durchgehenden Licht erscheint die Berührungsstelle ebenfalls von Farbenringen umgeben, welche von einer Interferenz der direkt durchgegangenen mit zweimal reflektirten Strahlen herrühren. Dieselben sind aber blasser als im reflektirten Licht, weil die Intensität der direkten Strahlen überwiegend ist.

Aehnliche Farbenerscheinungen werden an sehr dünnen Blättchen durchsichtiger Körper häufig beobachtet. Dahin gehören die Farben dünner Häutchen von Seifenwasser (Seifenblasen), die Farbenerscheinungen, welche sich oft an der Oberfläche alten verwitterten Glases zeigen, wobei sich dünne Blättchen von der Oberfläche des Glases ablösen oder im Innern feine Risse entstehen, das bunte Farbenspiel einer sehr dünnen, auf Wasser ausgebreiteten Schicht von Terpentinöl, Nobili's Farbenringe (vergl. § 341) u. s. w.

§ 181. Beugung des Lichtes oder Diffraktion. Mit den in § 179 besprochenen Interferenzerscheinungen stehen die Erscheinungen der Beugung oder Diffraktion des Lichtes in engem Zusammenhang. Lässt man ein Bündel paralleler Lichtstrahlen durch eine sehr enge Oeffnung oder einen schmalen Spalt in ein dunkles Zimmer fallen, so erhält man auf einem gegenüberstehenden Schirm anstatt einer schmalen Lichtlinie von der Breite des Spaltes einen breiteren Lichtstreif, der von abwechselnd hellen und dunklen Interferenzfransen gesäumt ist. Wird zwischen Spalt und Schirm ein schmaler dunkler Körper, z. B. ein Draht, gebracht, dessen Richtung dem Spalt parallel ist, so erscheint in der Mitte des erzeugten Schattens ein heller Streif. Diese zuerst von Grimaldi (1665) beobachteten Erscheinungen erklären sich durch die seitliche Ausbreitung und Interferenz der durch den Spalt einfallenden Aetherwellen. Jeder Punkt des Spaltes, der von den von Aussen herkommenden Lichtwellen getroffen wird, kann nämlich als Erschütterungsmittelpunkt betrachtet werden, von dem aus sich eine neue Welle nach allen Richtungen hin ausbreitet (vergl. § 176), und dass bei grösserer Breite des Spaltes die Fortpflanzung der Lichtwellen nur in geradliniger Richtung stattfindet, rührt, wie Fresnel gezeigt hat, lediglich daher, dass in jeder anderen Richtung die von den verschiedenen Punkten des Spaltes herrührenden Aetherwellen sich durch gegenseitige Interferenz vernichten.

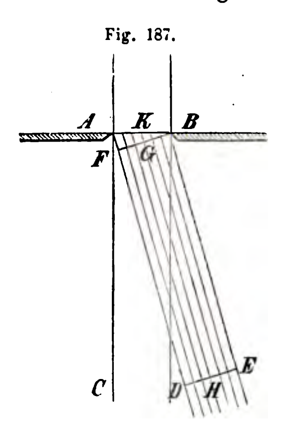


Fig. 187.

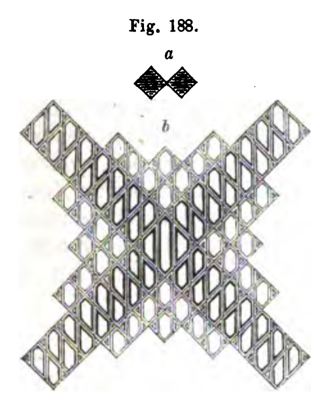
Fällt z. B. durch den Spalt AB (Fig. 187) eine ebene Lichtwelle in senkrechter Richtung ein, so werden sich alle auf der Linie AB liegenden Aethertheilchen in gleichen Schwingungsphasen befinden; dasselbe gilt von allen Theilen eines in der Richtung der einfallenden Strahlen AC fortgepflanzten Strahlenbündels. Betrachtet man hingegen ein in einer anderen Richtung, z. B. $AD \parallel BE$ fortgepflanztes Strahlenbündel, so werden die von den einzelnen Theilen des Spalts AB herrührenden Theile desselben einen Gangunterschied besitzen, welcher mit der Grösse des Beugungswinkels CAD wächst. Beträgt z. B. der Gangunterschied der Randstrahlen AD und BE, AF, eine Wellenlänge, so kann man sich das Strahlenbündel in zwei Bündel zerlegt denken, die von AK und von KB herrühren und deren entsprechende

Theile einen Gangunterschied von $\frac{1}{2}\lambda$ besitzen, sich also, wenn sie in einem entfernten Punkt zur Interferenz gelangen, gegenseitig aufheben. Je breiter der Spalt, desto kleiner wird der Beugungswinkel sein, für welchen diese Vernichtung eintritt. Bei einem grösseren Beugungswinkel, für welchen $AF = \frac{3}{2}\lambda$ ist, wird man sich das Strahlenbündel in drei Theile zerlegt denken können, von denen sich zwei durch Interferenz aufheben, so dass nur $^1/_3$ übrig bleibt u. s. f., man erhält daher bei einem schmalen Spalt abwechselnd dunkle und helle Streifen mit schnell abnehmender Intensität. (Aus der Wellentheorie folgt, dass die Intensität des Lichtes dem Quadrat der Schwingungsamplitude proportional ist, daher stehen die Helligkeitsmaxima der Beugungsstreifen, welche den Schwingungsamplituden 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ u. s. w. entsprechen, im Intensitätsverhältniss $1 : \frac{1}{9} : \frac{1}{25}$ u. s. w.). In Folge der verschiedenen Wellenlänge der rothen und violetten Strahlen fallen die Intensitätsmaxima ihrer Beugungsstreifen nicht genau zusammen. Es erscheinen deshalb die durch weisses Licht erzeugten Beugungsfransen farbig gesäumt.

Es ist ersichtlich, dass bei einigermassen grösserer Breite des Spaltes schon bei sehr kleinen Beugungswinkeln eine fast vollständige Vernichtung der Lichtwellen durch Interferenz stattfindet.

Complicirtere Erscheinungen werden erzeugt, wenn anstatt einer einzigen engen Oeffnung oder eines Spaltes zwei oder mehrere regelmässig gestaltete Oeffnungen vorhanden sind und die von den verschiedenen Oeffnungen herrührenden Lichtbündel unter einander zur Interferenz gelangen. Die Theorie dieser merkwürdigen und schönen Interferenzerscheinungen ist von Fresnel, Fraunhofer, Schwerd u. A. vollständig entwickelt und mit der Erfahrung in völliger Uebereinstimmung gefunden worden. Dieselben werden am besten mittelst der von Fraunhofer angegebenen Methode beobachtet. Man sieht durch ein Fernrohr nach einem entfernten, leuchtenden Punkt, z. B. nach dem durch Reflexion an einem Glas- oder Metallknopf erzeugten Sonnenbildchen. Mittelst einer über das Objektiv des Fernrohrs geschobenen Fassung können verschiedene Schirme vor demselben angebracht werden, in welchen kleine Oeffnungen zur Erzeugung der Beugungserscheinungen angebracht sind. Diese Oeffnungen werden zweckmässig in einem auf Glas geklebten Stanniolblatt ausgeschnitten. Die durch dieselben eindringenden Strahlen gelangen in der Fokalebene des Fernrohrs zur Interferenz, und die Interferenzerscheinungen werden durch das Okular des Fernrohrs beobachtet. So erzeugen z. B. zwei quadratische Oeffnungen (Fig. 188a) die Beugungserscheinung (Fig. 188b), und zwar sind die dunklen Fransen bei Anwendung von weissem Licht mit prismatischen Farben gesäumt. Besonders bemerkenswerth sind die Beugungserscheinungen, welche durch ein aus sehr zahlreichen, parallelen und gleich weit entfernten Linien gebildetes Gitter hervorgebracht werden. Im homogenen Licht erzeugt nämlich ein solches Gitter ein System scharf begrenzter, schmaler Lichtlinien; im weissen Licht aber erblickt man ausser der hellen Centrallinie jederseits eine Reihe von Spektren, welche als Beugungsspektra erster, zweiter, dritter u. s. w. Ordnung unterschieden werden, und in denen, bei Anwendung hinreichend feiner Gitter, die Fraunhofer'schen Linien deutlich erkennbar sind. Solcher Beugungsspektra, die mittelst auf berusste Glasplatten geritzter Gitter erzeugt waren, bediente sich Fraunhofer, um aus den Beugungswinkeln der einzelnen Spektrallinien die Wellenlänge der entsprechenden Lichtstrahlen mit grösster Genauigkeit zu bestimmen (§ 178). — In minderer Vollkommenheit werden die Beugungserscheinungen bereits sichtbar, wenn man durch einen dicht vor das Auge gehaltenen, sehr schmalen Spalt oder ein feines, aus parallelen Fäden gebildetes Gewebe nach einem leuchtenden Punkte

Fig. 188.

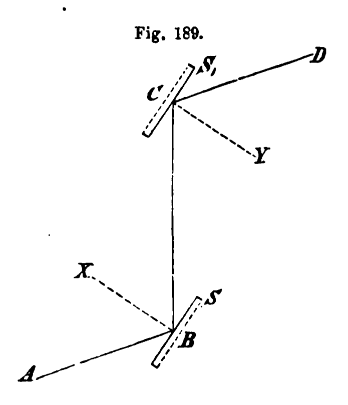


oder einer etwas entfernten Kerzenflamme blickt. Auch das irisirende Farbenspiel der Perlmutter, welches durch die aus feinen Lamellen gebildete Struktur derselben erzeugt wird, gehört hierher.

Polarisation und Doppelbrechung.

§ 182. **Polarisation des Lichtes durch Reflexion.** Auf einen Spiegel von schwarzem Glas S (Fig. 189) falle ein Lichtstrahl AB unter einem Einfallswinkel von 55°. Derselbe wird in der Richtung BC reflektirt und trifft den zweiten Glasspiegel S_1, dessen Ebene der des ersten Spiegels parallel ist. Der Strahl wird nach CD reflektirt werden. Ist der Spiegel S einer hell erleuchteten Fläche zugekehrt, so wird ein von D gegen S_1 sehender Beobachter ein helles Gesichtsfeld erblicken, sobald die Reflexionsebenen beider Spiegel ABC und BCD zusammenfallen. Dreht man jetzt, während S feststehen bleibt, den Spiegel S_1 um die Richtung des Strahles BC als Axe, so dass der Einfallswinkel stets derselbe bleibt, so beginnt sich das Gesichtsfeld zu verdunkeln und erscheint völlig dunkel, wenn der Spiegel S_1 um 90° gedreht wird, so dass sich die Reflexionsebenen beider Spiegel rechtwinklig kreuzen. Nach abermaliger Drehung um 90° erreicht das reflektirte Licht von Neuem seine grösste Helligkeit und verschwindet abermals, nachdem der Drehungswinkel 270° erreicht hat. Es folgt aus dieser Erscheinung, dass der unter dem Winkel von 55° von einer Glasplatte reflektirte Lichtstrahl eine besondere Eigenschaft besitzt, welche ihn von einem gewöhnlichen Lichtstrahl unterscheidet. Während ein solcher in jeder Ebene auf völlig gleiche Weise reflektirt wird, tritt bei jenem eine gewisse Seitlichkeit auf, indem er in der Richtung der ersten Reflexionsebene ein anderes Verhalten bei der zweiten Reflexion zeigt, als in der darauf senkrechten Ebene. Um dieses Verhalten kurz zu bezeichnen, sagt man, der Lichtstrahl sei in der Reflexionsebene polarisirt. Die Ebene, in welcher der Strahl polarisirt ist, heisst seine Polarisationsebene, der Winkel, unter welchem der Strahl reflektirt werden muss, um vollständig polarisirt zu werden, der Polarisationswinkel für die reflektirende Substanz, bei Glas beträgt der Polarisationswinkel 55°. Geschieht die Reflexion unter einem grösseren oder kleineren Winkel, so ist die Polarisation eine unvollständige, d. h. bei gekreuzten Reflexionsebenen beider Spiegel findet wohl eine Verminderung der Lichtintensität, nicht aber eine vollständige Auslöschung des Lichtstrahles statt.

Fig. 189.



Die Polarisation tritt bei jeder regelmässigen Reflexion des Lichtes unter anderer als normaler Incidenz ein. Der Winkel der vollständigen Polarisation ist bei den verschiedenen Substanzen verschieden. Bei durchsichtigen Substanzen findet ein merkwürdiger Zusammenhang zwischen dem Polarisationswinkel und dem Brechungsexponenten statt. Ist nämlich (Fig. 190) AB der einfallende, BC der reflektirte, BD der gebrochene Strahl; so ist die Polarisation vollständig bei demjenigen Einfallswinkel, für welchen der von dem reflektirten und dem gebrochenen Strahl eingeschlossene Winkel CBD ein Rechter ist. Es folgt daraus, dass, wenn der Polarisationswinkel einer Substanz bekannt

ist, der Brechungsindex gefunden werden kann und umgekehrt. Es ist nämlich, wenn a den Polarisationswinkel, n den Brechungsexponenten bezeichnet, $n = \operatorname{tang} a$. Bei Reflexion an Metallen und gewissen anderen undurchsichtigen Körpern findet stets nur eine theilweise Polarisation des Lichtes statt.

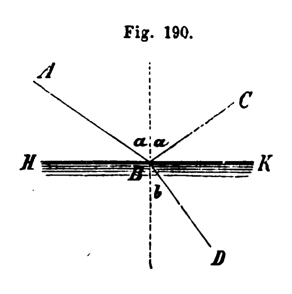


Fig. 190.

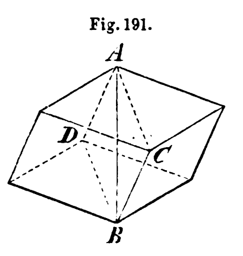
Auch ein durch eine Glasplatte unter schiefem Einfallswinkel hindurchgegangener Lichtstrahl zeigt sich polarisirt und zwar in einer Ebene, welche zur Brechungsebene senkrecht steht. Doch ist die Polarisation, selbst wenn die Incidenz unter dem Polarisationswinkel stattfindet, stets nur eine unvollständige. Um eine nahezu vollkommene Polarisation durch Refraktion zu erhalten, muss man den Lichtstrahl durch eine grössere Anzahl über einander geschichteter paralleler Platten hindurchgehen lassen.

§ 183. Nach der Undulationstheorie erklären sich die Polarisationserscheinungen durch die Annahme, dass in einem polarisirten Lichtstrahl die transversalen Schwingungen sämmtlicher Aethertheilchen in paralleler Richtung, also in einer Ebene stattfinden, während in einem natürlichen Lichtstrahl die Schwingungen in allen möglichen Ebenen rings um die Richtung des Strahles stattfinden, so dass keine Richtung bevorzugt ist. Fresnel wurde durch gewisse theoretische Voraussetzungen über die Beschaffenheit des Lichtäthers zu der Annahme geführt, dass die Schwingungen sämmtlicher Aethertheilchen zur Polarisationsebene senkrecht seien, während nach der Annahme Neumann's u. A. die Schwingungen in der Polarisationsebene stattfinden. Da die bisher bekannten Polarisationserscheinungen sämmtlich durch beide Annahmen auf gleich genügende Weise erklärt werden können, so ist es bis jetzt nicht möglich, über die Richtigkeit einer oder der anderen Ansicht endgültig zu entscheiden. Nur der Kürze des Ausdrucks wegen soll im Folgenden die Vorstellung zu Grunde gelegt werden, dass die Schwingungsebene der Aethertheilchen mit der Polarisationsebene zusammenfalle. — Ein Spiegel würde demnach unter dem Polarisationswinkel nur solche Aetherschwingungen zu reflektiren im Stande sein, welche in der Reflexionsebene stattfinden, nicht aber solche, die zur Reflexionsebene senkrecht sind. — Jede Schwingung eines Aethertheilchens im einfallenden Strahl wird man in zwei auf einander rechtwinklige Componenten zerlegen können, von denen die eine in der Reflexionsebene liegt, die andere zu derselben senkrecht ist. Nur die erste wird reflektirt, die zweite wird bei der Reflexion ausgelöscht. Trifft ein bereits polarisirter Strahl auf einen zweiten Spiegel unter dem Polarisationswinkel, so wird derselbe reflektirt, wenn die Schwingungen in der Reflexionsebene stattfinden, vollständig ausgelöscht, wenn sie zu derselben senkrecht sind. In jedem anderen Falle wird nur die in der Reflexionsebene liegende Componente der Schwingungen reflektirt.

§ 184. Doppelbrechung im Kalkspath. Alle durchsichtigen Krystalle, welche nicht dem regulären System angehören, besitzen die merkwürdige Eigenschaft, die in ihr Inneres eindringenden Lichtstrahlen nicht, wie andere durchsichtige Körper, nach dem Snellius'schen Gesetz (§ 141) abzulenken, sondern im Allgemeinen jeden einfallenden Strahl in zwei Strahlen zu zerlegen, welche sich im Innern des Krystalls nach verschiedenen Richtungen und mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortpflanzen. Am auffallendsten und am längsten bekannt ist diese Erscheinung der Doppelbrechung des Lichtes an den grossen und völlig durchsichtigen Kalkspathkrystallen, welche sich namentlich auf der Insel Island in grösster Vollkommenheit vorfinden und von diesem Fundort unter der erwähnten Eigenschaft den Namen des isländischen Doppelspaths erhalten haben. Der Kalkspath krystallisirt in der rhomboëdrischen Abtheilung des hexagonalen Krystallsystems (§ 25) und besitzt eine vorzügliche Spaltbarkeit (§ 22) nach drei Richtungen, welche den Flächen des Hauptrhomboëders (Fig. 191) parallel sind. Der Kantenwinkel

der stumpfen Endkanten beträgt 105° 5′, der der schärferen Seitenkanten 74° 55′. Die Verbindungslinie der stumpfen Ecken AB ist die krystallographische Hauptaxe des Rhomboëders. Jede die Hauptaxe enthaltende oder ihr parallel durch den Krystall gelegte Ebene, z. B. $ACBD$, heisst ein Hauptschnitt des Krystalls. Schleift man aus dem Krystall eine Platte, welche von zwei parallelen, zur Hauptaxe senkrechten Ebenen begrenzt wird, so lässt dieselbe einen in der Richtung der Hauptaxe auffallenden Strahl unzerlegt und ungebrochen hindurchgehen. Diese auch in optischer Hinsicht ausgezeichnete Richtung heisst daher die optische Axe des Krystalls. In jeder anderen Richtung wird der in den Krystall eintretende Strahl, selbst bei senkrechter Incidenz, in zwei zerlegt. Einer derselben befolgt das Snellius-sche Brechungsgesetz (§ 141) und heisst darum der ordentliche Strahl, der andere ausserordentliche Strahl wird nach einem weniger einfachen Gesetz (s. unten § 186) gebrochen.

Fig. 191.



§ 185. Polarisation durch Doppelbrechung. Die beiden aus dem Kalkspathkrystall austretenden Strahlen zeigen sich vollständig polarisirt und zwar der ordentliche Strahl in der Ebene des Hauptschnittes, der ausserordentliche Strahl in einer auf dem Hauptschnitt senkrechten Ebene. Legt man ein Kalkspathrhomboëder auf ein Papierblatt, auf welchem ein schwarzer Punkt gezeichnet ist, so sieht man zwei Bilder dieses Punktes, das eine dem ordentlichen, das andere dem ausserordentlichen Strahl entsprechend. Dreht man den Krystall, so scheint das dem ordentlichen Strahl entsprechende Bild stillzustehen, während das ausserordentliche sich um das ordentliche zu drehen scheint. Legt man auf den Krystall einen zweiten, so wird dadurch im Allgemeinen jedes der beiden Bilder wieder in zwei zerlegt, so dass man im Ganzen vier Bilder erblickt. Dreht man den oberen Krystall, während der untere fest liegt, so verschwinden abwechselnd zwei von den vier Bildern, so oft die Hauptschnittsebenen beider Krystalle parallel sind oder sich rechtwinklig durchschneiden. Dreht man den oberen Krystall aus einer dieser Lagen, so kommen die verschwundenen Bilder wieder zum Vorschein und nehmen an Intensität zu, während die anderen blasser werden, so dass, wenn die Hauptschnittsebenen einen Winkel von 45° bilden, alle vier Bilder gleiche Intensität besitzen und bei weiterer Drehung das zweite Paar verschwindet. Diese Erscheinungen erklären sich dadurch, dass der Krystall in seinem Innern nur Strahlen fortzupflanzen vermag, welche entweder in der Ebene des Hauptschnitts oder in einer auf dieser senkrechten Ebene polarisirt sind. Der in der Ebene des Hauptschnitts polarisirte ordentliche Strahl pflanzt sich in allen Richtungen mit gleicher, der senkrecht zu derselben polarisirte ausserordentliche Strahl dagegen mit ungleicher Geschwindigkeit in den verschiedenen Richtungen fort. Fallen die Hauptschnittsebenen beider Krystalle zusammen, so wird der ordentliche Strahl des ersten Krystalls ohne weitere Zerlegung als ordentlicher, der ausserordentliche Strahl als ausserordentlicher fortgepflanzt. Kreuzen sich die Hauptschnittsebenen rechtwinklig, so wird der ordentliche Strahl des ersten Krystalls im zweiten zum ausserordentlichen und umgekehrt. Kreuzen sich dieselben dagegen unter schiefen Winkeln, so wird jeder der

aus dem ersten Krystall austretenden Strahlen wieder in zwei Strahlen zerlegt, die nach der Hauptschnittsebene und der darauf senkrechten Ebene polarisirt sind.

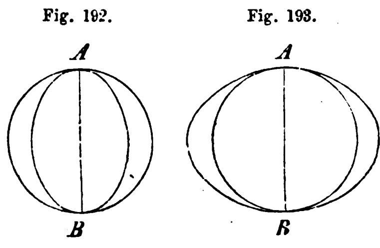
Wie der Kalkspath, so zeigen sich alle durchsichtigen Krystalle, welche nicht dem regulären System angehören, doppelbrechend. Die Krystalle des quadratischen und hexagonalen Systems (§ 25), welche eine krystallographische Hauptaxe besitzen, haben auch, wie der Kalkspath, eine optische Axe. Ueber das Verhalten der übrigen, sogenannten optisch zweiaxigen Krystalle s. unten § 187.

Bei manchen Krystallen, z. B. beim Turmalin (vergl. § 286), werden die Erscheinungen der Doppelbrechung dadurch modificirt, dass einer der beiden Strahlen, beim Turmalin der ordentliche, vom Krystall in stärkerem Grade absorbirt wird, so dass er, besonders bei den rothbraunen Turmalinen, durch Absorption fast völlig ausgelöscht und nur der ausserordentliche Strahl hindurchgelassen wird. Eine parallel zur Säulenaxe geschliffene Turmalinplatte erscheint mit brauner oder grünlicher Farbe durchsichtig; das hindurchgegangene Licht ist fast vollständig in einer zur Säulenaxe senkrechten Ebene polarisirt. Legt man daher zwei solche Platten so übereinander, dass ihre Säulenaxen parallel sind, so erscheinen dieselben durchsichtig, wird dagegen eine von beiden Platten in ihrer Ebene um 90° gedreht, so dass die Richtungen der Säulenaxen sich rechtwinklig kreuzen, so erscheinen sie vollkommen undurchsichtig, weil der von der ersten Platte hindurchgelassene Lichtstrahl von der zweiten absorbirt wird (Turmalinzange).

Manche Krystalle besitzen in der Richtung der optischen Hauptaxe ein anderes Absorptionsvermögen für gewisse Farbenstrahlen, als in der darauf senkrechten Richtung und erscheinen daher verschiedenfarbig oder dichroitisch, je nach der Richtung, nach welcher man hindurchsieht. Der dem rhombischen Krystallsystem angehörige, daher optisch zweiaxige Dichroit zeigt nicht selten drei verschiedene Farben in drei auf einander senkrechten Richtungen. Die beiden senkrecht zu einander polarisirten Lichtstrahlen zeigen sich, getrennt untersucht, verschiedenfarbig (Haidinger's dichroskopische Loupe).

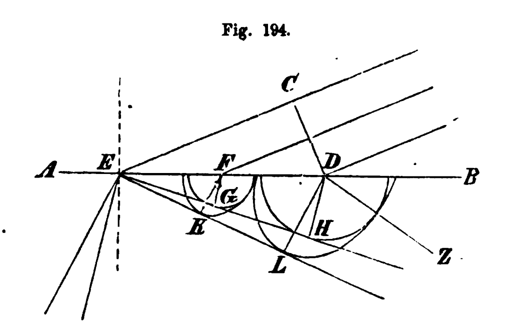
§ 186. Erklärung der Doppelbrechung nach der Undulationstheorie; positive und negative Krystalle. Obgleich schon Huyghens (1691) ein richtiges Erklärungsprincip für die Erscheinungen der Doppelbrechung in Krystallen mit Hilfe der Undulationstheorie aufgestellt hatte, so haben die damit verbundenen Erscheinungen doch erst in neuerer Zeit, nachdem Malus (1810) die Polarisation des Lichtes durch Reflexion entdeckt hatte, ihre völlige Aufklärung durch die experimentellen und theoretischen Untersuchungen von Fresnel, Neumann, Cauchy, Brewster, Biot u. A. gefunden. — In Folge des Einflusses, welchen die Theilchen des Lichtäthers im Innern der durchsichtigen Körper von den ponderablen Massentheilen erfahren, ist die Elasticität des Aethers nicht nach allen Richtungen gleich. In Krystallen mit einer Hauptaxe ist dieselbe in der Richtung dieser Hauptaxe entweder grösser oder kleiner, als in der darauf senkrechten Richtung. In Folge dieser Eigenschaft zerlegt sich jede in den Krystall eintretende Aetherwelle, wie mit Hilfe der mathematischen Analyse gezeigt wird, in zwei Wellen, von welchen eine dem ordentlichen Strahl entspricht und sich nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit ausbreitet, während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der anderen, dem ausserordentlichen Strahl entsprechenden Welle, in den verschiedenen Richtungen verschieden ist. Wenn die Schwingungen von einem Punkt im Innern des Krystalls erregt werden, so wird sich in Folge dessen die erstere Welle in Kugelform nach allen Richtungen ausbreiten, während die letztere die Gestalt eines verlängerten oder abgeplatteten Umdrehungsellipsoids besitzt, je nachdem die Fortpflanzung des ausserordentlichen Strahls in der Richtung der Hauptaxe schneller oder langsamer erfolgt, als in der darauf senkrechten Richtung. Im ersten Fall (Fig. 192) heisst der Krystall ein positiver, z. B. Bergkrystall, im zweiten (Fig. 193) ein negativer, z. B. Kalkspath. Um die Wellenflächen zu erhalten, muss man sich die Figuren um die Hauptaxe AB gedreht denken. In der Richtung AB pflanzen sich beide Wellen stets mit gleicher Geschwindigkeit fort, beide Wellenflächen berühren sich daher in den der Richtung der Hauptaxe entsprechenden Polen.

Fig. 192. Fig. 193.



Die Doppelbrechung erklärt sich nach dem Vorausgeschickten leicht auf folgende Weise (vergl. § 176). Es stelle AB (Fig. 194) die ebene Oberfläche eines (negativen) Krystalls, DZ die Richtung der optischen Axe und CD einen Theil einer einfallenden ebenen Lichtwelle vor. Der Einfachheit wegen soll angenommen werden, dass die Brechungsebene mit der Ebene des Hauptschnitts zusammenfalle. Vom Punkt D aus werden sich gleichzeitig zwei Wellen, eine sphärische und eine ellipsoidische, im Krystall ausbreiten. Die von den Punkten D, F, E der Reihe nach erregten Kugelwellen setzen sich, wie früher (§ 176) gezeigt, zu einer einzigen ebenen Welle EGH zusammen, welche dem ordentlichen Strahl entspricht und sich nach dem Snellius'schen Brechungsgesetz in der Richtung DH fortpflanzt. Die Fortpflanzungsrichtung ist auf der Wellenebene senkrecht. — Die ellipsoidischen Wellen setzen sich in gleicher Weise zu einer ebenen Welle EKL zusammen, welche sich in der Richtung DL fortpflanzt. Die Fortpflanzungsrichtung ist hier im Allgemeinen nicht zur Wellenoberfläche senkrecht. Fällt, wie in der Figur angenommen, die Brechungsebene mit der Ebene des Hauptschnitts zusammen, so liegt auch die Richtung des ausserordentlichen Strahls in derselben Ebene. Anderenfalls tritt der ausserordentliche Strahl aus der Einfallsebene heraus, indem der Berührungspunkt L nicht in derselben liegt.

Fig. 194.



Beim Kalkspath ist der Brechungsexponent der ordentlichen Strahlen für die Linie D (§ 141) $n_d = 1{,}6585$, der der ausserordentlichen Strahlen in der Richtung senkrecht zur optischen Axe $n'_d = 1{,}48635$. Diese Zahlen geben, wie leicht ersichtlich, gleichzeitig das umgekehrte Verhältniss der Axen der Wellenoberfläche der ausserordentlichen Strahlen an. Beim Bergkrystall sind die Brechungsexponenten für die Linie D: $n_d = 1{,}5442$, $n'_d = 1{,}5533$. Die Doppelbrechung des Bergkrystalls ist also bei Weitem schwächer als die des Kalkspaths, und die Geschwindigkeit der ausserordentlichen Strahlen ist die geringere.

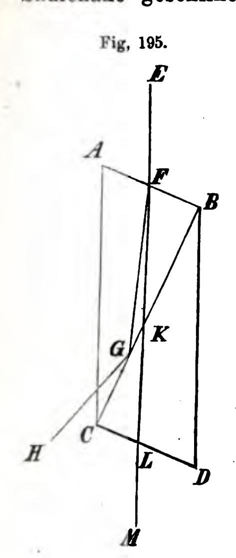
§ 187. **Optisch zweiaxige Krystalle.** Anders gestalten sich die Verhältnisse bei den Krystallen des rhombischen, klinorhombischen und klinorhomboidischen Systems, welche keine krystallographische Hauptaxe haben (§ 25, 4—6), und in denen in Folge ihrer Struktur die Elasticität des Aethers in drei auf einander senkrechten Richtungen drei verschiedene Weithe besitzt. In einem solchen Krystall giebt es, wie durch die mathematische Analyse bewiesen und durch das Experiment bestätigt wird, jederzeit zwei verschiedene Richtungen, nach welchen sich Strahlen von allen Polarisationsrichtungen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, und in denen daher keine Doppelbrechung stattfindet. Diese beiden Richtungen, welche die beiden optischen Axen des Krystalls genannt werden, schneiden sich bald unter grösserem, bald unter kleinerem Winkel. In jeder anderen Richtung wird der einfallende Strahl in zwei Strahlen zerlegt, welche in zwei auf einander senkrechten Ebenen polarisirt sind und sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten im Krystall fortpflanzen. Keiner von beiden Strahlen befolgt das Snellius'sche Brechungsgesetz, so dass dieselben nicht mehr als ordentlicher und ausserordentlicher Strahl bezeichnet werden können.

Während in optisch einaxigen Krystallen die von einem Punkt aus erregte Doppelwelle in eine Kugel und ein Umdrehungsellipsoid zerfiel, welches die Kugel in zwei gegenüberliegenden Polen berührt, zeigt die Wellenfläche der zweiaxigen Krystalle eine weniger einfache Gestalt. Dieselbe besteht aus zwei Schalen, von

denen die eine ganz von der anderen umschlossen wird, so jedoch, dass beide an vier Punkten, den Endpunkten der optischen Axen entsprechend, zusammenhängen. Mit Hilfe dieser Wellenfläche, deren merkwürdige geometrische Eigenschaften von Fresnel, Hamilton u. A. untersucht worden sind, lässt sich die Richtung und Geschwindigkeit der beiden gebrochenen Strahlen für zweiaxige Krystalle durch eine ähnliche geometrische Construktion bestimmen, wie dieselbe oben (§ 186) für einaxige Krystalle angegeben worden ist.

§ 188. Polarisationsapparate, Nicol'sches Prisma. Zur Untersuchung der Eigenschaften des polarisirten Lichtes dienen Polarisationsapparate, welche im Wesentlichen aus zwei Theilen, nämlich einer polarisirenden und einer analysirenden Vorrichtung bestehen. Erstere dient dazu, einen polarisirten Lichtstrahl zu erzeugen, letztere, die vorhandene Polarisation zu erkennen. Beide Zwecke können entweder durch einen Spiegel von schwarzem Glas oder durch einen Satz von Glasplatten erreicht werden, auf welche der Strahl unter dem Polarisationswinkel trifft (§ 182), oder dadurch, dass man den Lichtstrahl durch eine parallel der Säulenaxe geschliffene Turmalinplatte (§ 185) hindurchgehen lässt. Die Anwendung des Polarisationsspiegels hat die, namentlich bei der analysirenden Vorrichtung, unbequeme Folge, dass dabei der Lichtstrahl aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt wird, und dass bei der Drehung des analysirenden Spiegels der Beobachter seine Stellung gegen den Apparat ändern muss. Andererseits bewirkt der Glassatz einen grossen Verlust an Lichtintensität durch Reflexion an der Oberfläche der Glasplatten, die Turmalinplatte eine Schwächung des Lichtes durch Absorption und überdies eine für die meisten Versuche störende Färbung. Wendet man, anstatt des Turmalins, eine Kalkspathplatte an, so erhält man gleichzeitig zwei Strahlen, deren Polarisationsrichtungen auf einander senkrecht stehen. Durch eine von Nicol erdachte, sinnreiche Vorrichtung ist es jedoch möglich, den ordentlichen Strahl ganz zu beseitigen. Nachdem man zu diesem Zwecke den Endflächen AB, CD eines länglichen Kalkspathkrystalls (Fig. 195) durch Anschleifen eine passende Neigung zu den Seitenflächen gegeben hat, schneidet man denselben in der Richtung BC durch und kittet beide Stücke durch eine Schicht von Canadabalsam wieder zusammen. Der Lichtstrahl EF wird durch Brechung an der Fläche AB in den ordentlichen Strahl FG und den schwächer gebrochenen, ausserordentlichen Strahl FK zerlegt. Die Richtung der Schnittfläche BC ist so gewählt, dass der ordentliche Strahl, welcher dieselbe unter spitzerem Winkel trifft und einen grösseren Brechungsexponenten besitzt, als Canadabalsam, durch totale Reflexion an der Balsamschicht (§ 143) nach GH beseitigt wird, während der ausserordentliche senkrecht zur Hauptschnittebene polarisirte Strahl KL hindurchgeht und in der Richtung $LM \parallel EF$ austritt. Ein solches Nicol'sches Prisma kann daher an Stelle des Polarisationsspiegels oder der Turmalinplatte nach Belieben als polarisirende oder als analysirende Vorrichtung gebraucht werden. — Aehnliche Polarisationsvorrichtungen, welche auf der doppelbrechenden Eigenschaft des

Fig. 195.



Kalkspaths beruhen, sind in neuerer Zeit von **Hasert** und **Dove** angegeben worden.

Die polarisirende und analysirende Vorrichtung sind auf einem gemeinsamen Stativ (s. § 192 Fig. 201) so befestigt, dass, während erstere feststeht, letztere um die Richtung des polarisirten Strahls, die mit der Axe des Apparats zusammenfällt, gedreht und die Grösse des Drehungswinkels an einem getheilten Kreise abgelesen werden kann. Sind die Polarisationsebenen beider Vorrichtungen parallel, so steht der Zeiger des Theilkreises auf 0^0 und das Gesichtsfeld erscheint hell. Wird die analysirende Vorrichtung um 90^0 gedreht, so wird das Gesichtsfeld verdunkelt (§ 182).

§ 189. **Interferenzerscheinungen des polarisirten Lichts; circulare und elliptische Polarisation.** — Zwei polarisirte Lichtstrahlen können sich durch Interferenz nur dann vollständig vernichten, wenn ihre Polarisationsebenen zusammenfallen; dagegen findet keine Schwächung der Lichtintensität durch Interferenz statt, wenn beide Polarisationsebenen auf einander senkrecht sind. **Fresnel** zog aus diesem Umstand den Schluss, dass die Schwingungen des Lichtäthers transversale sind. Es sei A (Fig. 196) die Gleichgewichtslage eines Aethertheilchens und AB, AC die Schwingungsrichtungen und Amplituden zweier Lichtwellen von gleicher Schwingungsdauer, deren Polarisationsebenen auf einander senkrecht stehen. Sind die Phasen beider Wellen so beschaffen, dass das Aethertheilchen in Folge beider Wellenbewegungen gleichzeitig durch seine Gleichgewichtslage hindurchgeht, so werden sich die beiden durch AB und AC dargestellten Bewegungen zu einer geradlinigen resultirenden Bewegung zusammensetzen, welche durch AD vorgestellt wird (§ 34). Würde eine von beiden Wellen, z. B. AC, gegen die andere um eine halbe Schwingungsdauer verzögert, so träte an Stelle der Bewegungscomponente AC die entgegengesetzte AC', welche sich mit AB zu der geradlinigen Schwingung AD' zusammensetzt. Eine andere Erscheinung tritt dagegen ein, wenn die Verzögerung eine Viertel-Schwingungsdauer oder der Hauptunterschied beider Strahlen eine Viertel-Wellenlänge beträgt. Während nämlich in Folge einer von beiden Wellen das Aethertheilchen bereits seine grösste Elongation AB erreicht hat, ist seine Elongation in der darauf senkrechten Richtung $AC = 0$. Das Aethertheilchen befindet sich also in B (Fig. 197). Während dasselbe nun in Folge der ersten Welle von B nach A zurückgelangen würde, wird es gleichzeitig durch die zweite Welle in der Richtung nach C hin getrieben, so dass es nach einer Viertel-Schwingungsdauer nicht in A, sondern in C anlangt u. s. f., so dass dasselbe, wenn die Amplituden beider Schwingungen gleich sind, in der Zeit einer Schwingungsdauer die Kreisperipherie $BCDE$ mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Richtung der Pfeile durchläuft. (Während nämlich die Elongation in der Richtung AB von ihrem grössten Werth $AB = a$ bis zu $AH = a \cos BAF$ abgenommen hat, ist die Elongation in der Richtung AC von 0 auf $AG = a \sin BAF$ gewachsen, so dass $AF^2 = AH^2 + AG^2 = a^2$ ist. (Vgl. § 60).) Die Drehungsrichtung würde die entgegengesetzte sein, wenn die Welle AB gegen die andere um eine Viertel-Schwingungsdauer zurück wäre. Man nennt einen solchen Lichtstrahl, in welchem sämmtliche Aethertheilchen kreisförmige Bahnen beschreiben, je nach der Drehungsrichtung einen **rechts** oder **links circular** polarisirten. Haben die beiden interferirenden Lichtstrahlen ungleiche Amplitude, oder beträgt die Phasendifferenz mehr oder weniger als eine Viertel-Schwingungsdauer, so ist die Bahn, welche jedes Aethertheilchen beschreibt, eine **Ellipse** und der resultirende Strahl heisst, je nach der Drehungsrichtung, ein rechts oder

Fig. 196.

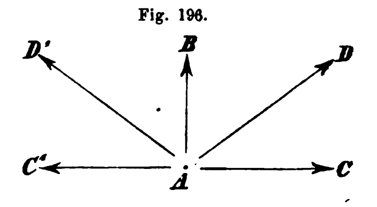
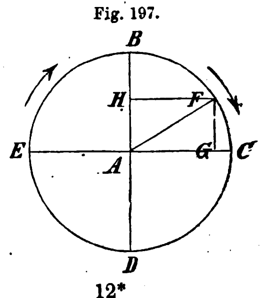


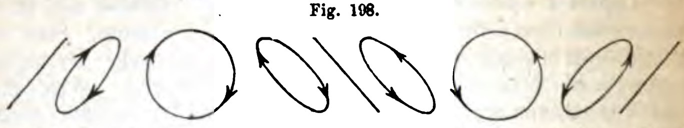
Fig. 197.



links elliptisch polarisirter. In Fig. 198 sind die Schwingungsweisen dargestellt, welche durch eine Phasendifferenz zweier senkrecht zu einander polarisirter Lichtstrahlen von $^0/_8$, $^1/_8$, $^2/_8$ . . . bis $^8/_8$ der Schwingungsdauer hervorgebracht werden.

Circular polarisirte Lichtstrahlen können auf verschiedene Weise hervorgebracht werden. Fresnel zeigte, dass ein linear polarisirter Strahl durch totale Reflexion in einem Glasprisma unter einem gewissen Winkel in zwei Componenten

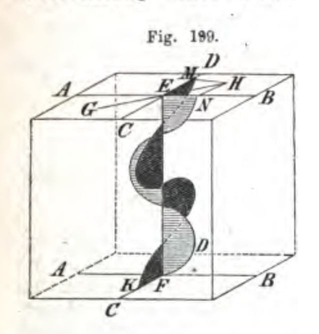
Fig. 198.



zerlegt wird, die einen Gangunterschied von $^1/_8$ Wellenlänge haben. Durch zweimalige Reflexion unter demselben Winkel wird derselbe also in einen circular polarisirten Strahl verwandelt. Auf andere Weise kann der Gangunterschied von $^1/_4$ Wellenlänge durch ein Glimmerblättchen von gewisser Dicke hervorgebracht werden, durch welches man den linear polarisirten Strahl gehen lässt (s. § 190). Ueber die Merkmale, an welchen die circulare Polarisation eines Lichtstrahles erkannt wird, siehe §§ 191 und 193.

§ 190. Interferenzfarben dünner Krystallblättchen im polarisirten Licht. Bringt man zwischen die polarisirende und analysirende Vorrichtung eines Polarisationsapparates eine Krystallplatte, z. B. ein dünnes Gyps- oder Glimmerblättchen, so zerlegt sich der polarisirte Lichtstrahl beim Eintritt in den Krystall in zwei senkrecht zu einander polarisirte Componenten, welche den Krystall mit ungleichen Geschwindigkeiten (§§ 186, 187) durchlaufen und dadurch einen Gangunterschied erhalten, welcher mit der Dicke des Krystallblättchens wächst. Stellen z. B. AB und CD die Polarisationsrichtungen der Componenten im Krystall, EH die Schwingungsamplitude und Polarisationsrichtung des einfallenden Strahles vor, so wird derselbe in die Componenten EM und EN zerlegt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Componente EM sei die kleinere, so wird auch ihre Wellenlänge kleiner sein. Braucht z. B. die erste $^6/_4$ Schwingungszeiten, die letzte nur $^5/_4$ Schwingungszeiten, um die Dicke des Krystalls zu durchlaufen, so werden beide mit einer Phasendifferenz von $^1/_4$ Schwingungsdauer oder mit einem Gangunterschied von $^1/_4$ Wellenlänge in F anlangen und sich beim Austritt aus dem Krystall, wenn die Amplituden beider Componenten gleich waren, zu circular-polarisirtem Licht zusammensetzen (§ 189). Die Gleichheit der Amplituden findet statt, wenn die ursprüngliche Polarisationsrichtung EH mit AB und CD Winkel von 45° einschliesst. Je nach der Dicke des Krystalls kann nun der Gangunterschied auf $^1/_2$, $^3/_4$, 1 Wellenlänge u. s. w. wachsen. Werden nach dem Austritt aus dem Krystall beide Componenten durch die analysirende Vorrichtung des Polarisationsapparats auf gleiche Polarisationsebenen zurückgeführt, so werden sie einander gegenseitig verstärken oder schwächen, je nachdem ihr Gangunterschied eine gerade oder ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, während bei einem Gangunterschied von $^1/_4\ \lambda$, $^3/_4\ \lambda$ u. s. w. weder Verstärkung, noch Schwächung eintritt, sondern nur die circulare Schwingung auf eine lineare zurückgeführt wird. Da die

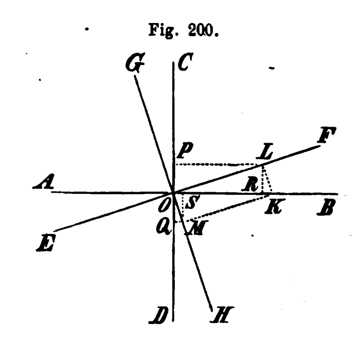
Fig. 199.



verschiedenen Farben ungleiche Wellenlänge haben und sich überdies mit ungleicher Geschwindigkeit im Krystall fortpflanzen, so wird die Dicke des Krystalls, welche einem Gangunterschied von einer Wellenlänge entspricht, für jede Farbe eine andere sein, und bei einem Krystall von einer bestimmten Dicke werden sich die Componenten gewisser Farbenstrahlen verstärken, während die anderen Strahlen einander vernichten. Das Krystallblättchen wird daher im Allgemeinen, zwischen die polarisirende und analysirende Vorrichtung gebracht, farbig erscheinen, und zwar wird die Farbe, welche es zeigt, von der Dicke des Blättchens und von der Lage seiner Axenrichtungen gegen die Polarisationsrichtung des Polarisators und Analysators abhängen.

§ 191. Es stellen AB und CD (Fig. 200) die Polarisationsebenen des polarisirenden und analysirenden Nicols vor, welche beispielsweise zunächst gekreuzt angenommen werden, so dass das Gesichtsfeld ohne das Krystallblättchen dunkel erscheint, EF und GH seien die Schwingungsrichtungen der polarisirten Componenten im Krystall, der durch den Polarisator in der Ebene AB polarisirte Lichtstrahl, dessen Schwingungsamplitude $OK = i$ ist, wird im Krystall in die Componenten OL und OM zerlegt. Wird $\angle BOF$ mit α bezeichnet, so ist $OL = i \cos \alpha$, $OM = \sin \alpha$. Durch den analysirenden Nicol wird jede dieser Componenten abermals in zwei Componenten zerlegt, von welchen nur die in der Ebene CD polarisirte durchgelassen wird. Die Schwingungsamplituden dieser Componenten sind $OP = i \cos \alpha \sin \alpha$ und $OQ = i \sin \alpha \cos \alpha$ Die beiden interferirenden Strahlen haben also gleiche Schwingungsamplitude. Ist $\angle \alpha = 0^0$ oder $= 90^0$, d. h. fallen die Polarisationsrichtungen des Krystalls mit denen der gekreuzten Nicols zusammen, so sind beide Componenten $= 0$ oder das Gesichtsfeld erscheint bei jeder Dicke des Krystallblättchens dunkel. Die interferirenden Strahlen haben dagegen ihren grössten Werth, oder das Gesichtsfeld erscheint in grösster Helligkeit, wenn $\alpha = 45^0$ ist, indem dann $OP = OQ = \frac{1}{2} i$ wird. Ist der Gangunterschied der Strahlen, welcher durch den Krystall hervorgebracht wird, gleich Null oder gleich einer ganzen Anzahl von Wellenlängen, so treffen, wie aus der Figur ersichtlich, in der Polarisationsebene CD entgegengesetzte Phasen beider Wellen zusammen und dieselben vernichten sich gegenseitig. Dagegen findet eine Verstärkung der Intensität derjenigen Strahlen statt, für welche der Gangunterschied im Krystall $\frac{1}{2} \lambda$, $\frac{3}{2} \lambda$, im Allgemeinen eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, da diese Wellen mit gleichen Schwingungsphasen zusammentreffen.

Fig. 200.



Dreht man den analysirenden Nicol um 90^0, so dass die Polarisationsebenen beider Nicols parallel sind und beide mit AB zusammenfallen, so werden die Componenten OP, OQ vom analysirenden Nicol beseitigt, OR und OS dagegen durchgelassen. Es ist $OR = OL \cos \alpha = i \cos \alpha^2$, $OS = OM \sin \alpha = i \sin \alpha^2$. Ist $\angle \alpha = 0^0$ oder 90^0, so verschwindet jedesmal eine der beiden Componenten, während die andere $= i$ wird. Es findet also keine Interferenz statt, und das Gesichtsfeld erscheint für alle Farben in gleicher Helligkeit, mithin bei Anwendung weissen Lichts farblos, als ob der Krystall nicht vorhanden wäre. Dagegen findet die vollständigste Interferenz, also die intensivste Färbung statt, wenn $\angle \alpha = 45^0$ ist, indem dann wieder $OR = OS = \frac{1}{2} i$ wird. Ist der durch den Krystall erzeugte Gangunterschied 0, λ, $2 \lambda \ldots$, so treffen, wie aus der Figur ersichtlich, beide Wellen in der Polarisationsebene AB mit gleicher Schwingungsrichtung zusammen und verstärken einander. Wird dagegen durch den Krystall ein Gangunterschied von $\frac{1}{2} \lambda$, $\frac{3}{2} \lambda, \ldots$ erzeugt, so sind die Schwingungsphasen entgegengesetzt, und es findet Vernichtung beider Componenten statt.

Die Vergleichung beider Fälle zeigt, dass bei gekreuzten Nicols diejenigen

Farben durch Interferenz **vernichtet** werden, welche sich bei **parallelen** Nicols **verstärken** und umgekehrt. Es folgt daraus, dass bei **Drehung des analysirenden Nicols um 90° die Farbe des Krystalls in die Complementarfarbe übergehen muss**, wie der Versuch in der That lehrt.

Ist das Krystallblättchen so dünn, dass dasselbe einen Gangunterschied von $\frac{1}{4}\lambda$ erzeugt, und schliesst seine Hauptschnittsebene mit der der polarisirenden Vorrichtung einen Winkel von 45° ein, so ist der aus dem Krystall austretende Lichtstrahl, wie oben gezeigt, **circular** polarisirt und das Gesichtsfeld behält bei Drehung des analysirenden Nicols stets gleiche Helligkeit, da der circular polarisirte Strahl sich nach allen Richtungen symmetrisch verhält und bei Zurückführung auf **eine** Polarisationsebene eine in jeder Richtung gleich grosse Schwingungscomponente liefert.

§ 192. **Interferenzfarben senkrecht zur optischen Axe geschliffener Krystallplatten im polarisirten Licht.** Lässt man ein durch Reflexion an einem Glasspiegel *S* (Fig. 201) oder durch ein Nicol'sches Prisma polarisirtes Strahlenbündel, nachdem es durch die Convexlinse *L* convergent gemacht worden, durch eine **senkrecht zur optischen Axe geschliffene Kalkspathplatte** hindurchgehen und betrachtet die von *K* aus divergirenden Strahlen, nachdem sie durch eine zweite Convexlinse *L'* wieder convergent gemacht worden sind, durch das analysirende Nicol'sche Prisma *N*, so erblickt man ein System concentrischer Farbenringe, (Fig. 202 a, b), welche von einem **hellen** oder **schwarzen** Kreuz durchschnitten sind, je nachdem die Polarisationsebenen der polarisirenden und analysirenden Vorrichtung **zusammenfallen** oder einander **rechtwinklig durchkreuzen**. Bei Anwendung weissen Lichtes zeigen die Ringe vom Centrum nach der Peripherie eine Farbenfolge, welche ähnlich ist derjenigen der Newton'schen Ringe (§ 180). Beim Drehen des analysirenden Nicols um 90° geht jede Farbe in ihre Complementarfarbe über. Bei Anwendung homogenen Lichts (§ 149) erblickt man nur ein System von abwechselnd hellen und dunklen Ringen, welche von dem hellen oder dunklen Kreuz durchschnitten sind. Dieselben sind viel zahlreicher als bei weissem Licht und die einzelnen Ringe sind um so breiter, je grösser die Wellenlänge des angewandten Lichtes. Die Farbenfolge, welche man bei Anwendung weissen Lichtes erblickt, entsteht, wie bei den Newton'schen Ringen, durch Ueber-einanderlagerung der den verschiedenen Farbenstrahlen entsprechenden Ringsysteme. — Bei Anwendung circularpolarisirten Lichtes (§ 190) erblickt man das System der Farbenringe **ohne** das helle oder schwarze Kreuz.

Fig. 201.

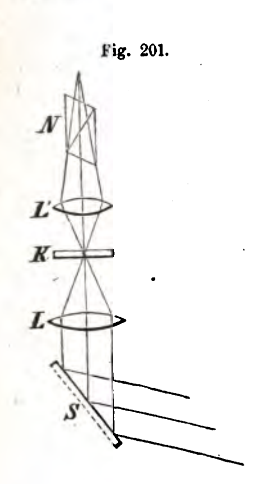
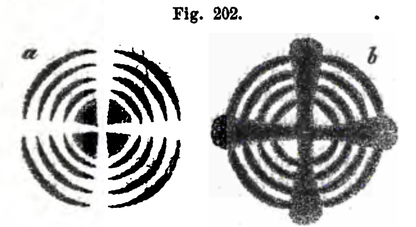


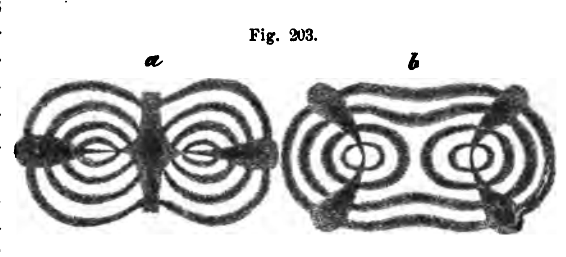
Fig. 202.



Bringt man an die Stelle der Kalkspathplatte eine Platte aus einem optisch zweiaxigen Krystall, z. B. **Salpeter**, welche **senkrecht zur Halbirungslinie des von den optischen Axen eingeschlossenen Winkels** geschliffen ist, so erblickt man eine andere Farbenerscheinung

'ig. 203), nämlich ein doppeltes, den beiden optischen Axen entsprechen-
les Ringsystem, dessen äussere Ringe sich zu lemniskatenähnlichen
'urven vereinigen und bei gekreuzten Polarisationsebenen von einem
chwarzen Kreuz (Fig. 203 a) durchzogen erscheinen, wenn die Ebenen
er optischen Axen des
rystalls mit der Polari-
ationsebene der polari-
renden oder analysiren-
en Vorrichtung zusam-
enfallen. Ist dagegen
ie Ebene der optischen
xen des Krystalls gegen
eidePolarisationsebenen
nter 45⁰ geneigt, so
ss sie den von beiden
ngeschlossenen rechten Winkel halbirt, so wird das Ringsystem an Stelle
es schwarzen Kreuzes von den hyperbolisch gekrümmten schwarzen
treifen (Fig. 203 b) durchschnitten.

Fig. 203.



Beim Salpeter, Topas u. s. w. ist der Winkel der optischen Axen so klein,
ass es leicht ist, das doppelte Ringsystem gleichzeitig zu übersehen. Beim Arra-
onit dagegen und anderen Krystallen ist der Winkel der optischen Axen so gross,
ass man entweder sehr convergirende Beleuchtung anwenden oder durch Drehung
es Krystalls successive das der einen und der anderen optischen Axe entsprechende
ingsystem ins Gesichtsfeld bringen muss.

Gewisse Krystallzwillinge des **Arragonits** zeigen eine derartige Verwachsung
eider Krystallindividuen, dass dieselben beim Hindurchsehen in einer bestimmten
ichtung schon ohne besondere polarisirende Vorrichtung die den optischen Axen
ntsprechenden Ringsysteme erblicken lassen, indem die einzelnen Theile des
rystalls zugleich den Polarisator und Analysator vertreten. Man nennt dieselben
eshalb **idiocyklophane** Krystalle.

Glasplatten, welche durch schnelle **Abkühlung** in einen molekularen
pannungszustand versetzt worden sind, zeigen die Eigenschaften der Doppelbrechung
nd geben zwischen den gekreuzten Polarisationsspiegeln ähnliche Farbenerschei-
ungen, wie doppelbrechende Krystalle. Ebenso erlangen das Glas und andere
omogene Körper doppelbrechende Eigenschaften, indem man dieselben in einer
ichtung **comprimirt**.

Ein Nicol'sches Prisma, in Verbindung mit einer senkrecht zur optischen Axe
eschliffenen Kalkspathplatte, dient als **Polariskop** zur Entdeckung polarisirten
ichts, indem das System der Farbenringe sichtbar wird, sobald man durch das-
elbe nach einer Lichtquelle blickt, welche vollständig oder theilweise polarisirtes
icht aussendet. So erweist sich z. B. alles regelmässig gespiegelte Licht (aus-
enommen der Fall der normalen Incidenz) theilweise polarisirt. Auch das von
eissen Körpern, z. B. Papier, unregelmässig zerstreute Licht zeigt um so merk-
chere Spuren von Polarisation, unter je schieferem Winkel man die lichtzerstreuende
äche betrachtet. **Das Licht des unbewölkten Himmels ist in einer
rch den Mittelpunkt der Sonne gelegten Ebene durch Reflexion theilweise
olarisirt.**

§ 193. **Erklärung der Farbenringe im Kalkspath.** Bringt man zwischen
e polarisirende und analysirende Vorrichtung eine senkrecht zur optischen Axe
schliffene Kalkspathplatte in der oben (§ 192) beschriebenen Weise, so wird der
rallel der optischen Axe hindurchgehende Centralstrahl keine Modification er-
hren, da der Kalkspath in dieser Richtung alle Strahlen mit gleicher Geschwindig-
eit fortpflanzt. Der Mittelpunkt des Gesichtsfeldes wird daher hell oder dunkel
scheinen, je nachdem die Polarisationsebenen des Polarisators und Analysators
rallel oder gekreuzt sind. Jeder andere Strahl wird, wie in §§ 190 und 191
läutert, in zwei Componenten zerlegt, von welchen die eine in der durch den
entralstrahl gelegten Hauptschnittsebene, die andere in einer zu dieser senkrechten
bene polarisirt ist. Beide Strahlen werden, nachdem sie durch den Krystall

einen Gangunterschied erhalten haben, durch den Analysator zur Interferenz gebracht. Der Gangunterschied ist für alle Strahlen, welche unter gleichem Winkel gegen den Axenstrahl geneigt sind, gleich gross und wächst mit dem Neigungswinkel. Daher erscheint das helle oder dunkle Centrum bei Anwendung homogenen Lichts von einem System abwechselnd dunkler und heller Kreise umgeben, welche einem Gangunterschied der Strahlen von $^1/_2\,\lambda$, λ, $^3/_2\,\lambda$, $2\,\lambda\ldots$ entsprechen. Wegen der verschiedenen Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit sind diese Kreise bei den verschiedenen Farben von ungleicher Breite, und man erblickt bei Anwendung weissen Lichts prismatisch gefärbte Farbenringe. — In der Polarisationsebene der polarisirenden Vorrichtung, so wie in der auf dieser senkrechten Ebene (für $\alpha = 0^0$ und $\alpha = 90^0$ § 191), wird je eine der Componenten, in welche der polarisirte Strahl durch den Kalkspath zerlegt wird, gleich Null, und es findet in dieser Ebene keine Interferenz statt. Daher erscheinen die Farbenringe von einem hellen oder dunkeln Kreuz durchzogen, je nachdem die Polarisationsebenen parallel oder gekreuzt sind.

Schaltet man vor dem Kalkspathkrystall ein Glimmerblättchen ein, welches einen Gangunterschied von $^1/_4\,\lambda$ hervorbringt, und dessen Schwingungsrichtungen gegen die des polarisirten Strahles um 45° geneigt sind, so wird das linear polarisirte Licht in circular polarisirtes verwandelt, und man erblickt in Folge dessen die Farbenringe ohne das helle oder dunkle Kreuz, dagegen gehen die Farben jedes Ringes in den abwechselnden Quadranten in die complementären über, oder die hellen oder dunkeln Ringe erscheinen in den abwechselnden Quadranten um die halbe Breite eines Ringes gegen einander verschoben, weil sich der durch das Glimmerblättchen erzeugte Gangunterschied von $^1/_4\,\lambda$ in zwei Quadranten zu dem durch den Krystall erzeugten Phasenunterschied addirt, in den beiden anderen Quadranten dagegen von demselben subtrahirt. Durch Einschaltung eines zweiten gleichen Glimmerblättchens vor dem analysirenden Nicol wird dieser Phasenunterschied aufgehoben, und man erblickt die durch alle vier Quadranten gleichförmigen Farbenringe ohne das Kreuz. Die Mitte des Gesichtsfeldes erscheint stets dunkel oder stets hell, je nachdem die Polarisationsebenen beider Nicols die entsprechenden oder die nicht entsprechenden Winkel der Schwingungsrichtungen der Glimmerblättchen halbiren (je nachdem das rechts circular polarisirte Licht rechts oder links circular analysirt wird).

§ 194. Circularpolarisation des Bergkrystalls. Eine senkrecht zur Axe geschliffene Bergkrystallplatte zeigt im Polarisationsapparat (Fig. 201) eine ähnliche Farbenerscheinung wie der Kalkspath, doch erstrecken sich die 4 Arme des bei gekreuzten Polarisationebenen die Farbenringe durchsetzenden dunklen Kreuzes nicht bis zur Mitte des Gesichtsfeldes. Diese erscheint vielmehr bei Anwendung weissen Lichtes niemals völlig dunkel, sondern farbig, und die Farbe geht bei Drehung des analysirenden Nicols um 90° in die Complementarfarbe über. Wendet man homogenes Licht an, so erscheint die Mitte des Gesichtsfeldes bei gekreuzten Nicols nicht völlig dunkel, sondern man muss, um die Auslöschung des Lichtes herbeizuführen, den analysirenden Nicol um eine gewisse Zahl von Graden nach rechts oder nach links drehen. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtstrahls hat also beim Durchgang durch den Bergkrystall in der Richtung seiner optischen Axe eine Drehung erlitten. Manche Quarzplatten drehen die Polarisationsebene nach rechts, andere nach links. Man unterscheidet danach rechts- und linksdrehende Krystalle, welche häufig auch in ihrer äusseren Krystallform durch das Auftreten gewisser unsymmetrisch hemiëdrischer Krystallflächen kenntlich sind. Die Grösse des Drehungswinkels wächst mit der Dicke der Platte und ist für die verschiedenen Farben verschieden, am kleinsten für rothes, am grössten für violettes Licht. Im weissen Licht tritt daher bei keiner Stellung des analysirenden Nicols eine völlige Verdunkelung der Mitte des Gesichtsfeldes ein, die Farbe geht vielmehr bei dünnen Platten aus blau

durch einen dunkel violettröthlichen Farbenton, die sogenannte Uebergangsfarbe (*teinte de passage*), zu roth über.

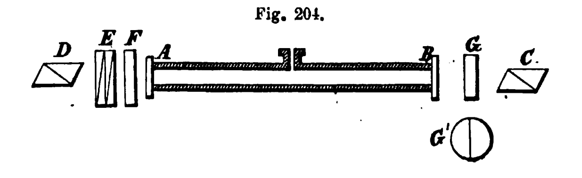
Airy erklärte die Drehung der Polarisationsebene im Quarz dadurch, dass derselbe in Folge der unsymmetrischen Anordnung seiner Moleküle, die sich auch in der Krystallform kundgiebt, in der Richtung seiner optischen Axe nur circular polarisirte Strahlen fortzupflanzen im Stande sei, und dass sich jeder linear polarisirte Strahl beim Eintritt in den Krystall in einen rechts und einen links circular polarisirten Strahl (§ 189) zerlege, welche sich mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Beim Austritt aus dem Krystall setzen sich beide wieder zu linear polarisirtem Licht zusammen. Es lässt sich zeigen, dass durch eine Verzögerung eines Strahles gegen den anderen um eine Viertel-Wellenlänge die Polarisationsebene des resultirenden Strahls um 45° gegen die ursprüngliche Lage gedreht erscheint.

Ein ähnliches, merkwürdiges Verhalten gegen das polarisirte Licht, wie der Quarz, welches ebenfalls mit der Krystallform in Zusammenhang steht, zeigen die weinsteinsauren und traubensauren Salze in ihren Lösungen. Beide Säuren zeigen gleiche chemische Zusammensetzung. Die Weinsteinsäure und ihre Salze drehen in ihren Lösungen die Polarisationsebene nach rechts; die Traubensäure und ihre Salze nach links. Wie beim Bergkrystall, so kommen bei den Krystallen der weinsteinsauren und der traubensauren Salze unsymmetrische Krystallflächen vor, welche der Drehungsrichtung entsprechen. Pasteur fand, dass sich die Salze beider Säuren durch Zusammenkrystallisiren zu neutral-traubensauren Salzen vereinigen, deren Krystalle keine hemiëdrische Beschaffenheit zeigen, und deren Lösungen die Polarisationsebene weder nach rechts noch nach links drehen. Besonders merkwürdig ist auch, dass die unsymmetrische Form der Moleküle, welche sich in der Krystallform der beiden Arten von Salzen zeigt, sich auch noch in den Lösungen dieser Salze durch die Drehung der Polarisationsebene kundgiebt.

§ 195. Circularpolarisation der Flüssigkeiten. Ausser den am Schluss des vorigen Paragraphen erwähnten Lösungen weinsteinsaurer und traubensaurer Salze besitzen noch gewisse andere Flüssigkeiten die Eigenschaft, die Polarisationsebene zu drehen, namentlich viele ätherische Oele und die Lösungen der verschiedenen Zuckerarten. Terpentinöl dreht die Polarisationsebene links, Citronenöl rechts. Rohrzucker-, Traubenzucker- (Dextrose) und Dextrinlösungen drehen rechts, arabisches Gummi, unkrystallisirbarer Fruchtzucker und mit Säuren behandelter Rohrzucker links.

Die Drehung der Polarisationsebene durch Rohrzucker findet eine praktische Anwendung bei der Bestimmung des Gehaltes zuckerhaltiger Flüssigkeiten an krystallisirbarem Rohrzucker. Es dient dazu am besten das Saccharimeter von Soleil. Die zu prüfende Zuckerlösung ist in einer inwendig geschwärzten und an beiden Enden durch ebene Glasplatten geschlossenen Röhre AB enthalten. Lässt man das Licht bei B eintreten, nachdem es zuvor durch das polarisirende Nicol'sche Prisma C gegangen ist, so kann mittelst des analysirenden Nicol'schen Prismas D der Drehungswinkel der Polarisationsebene unmittelbar abgelesen werden, wenn dasselbe mit einem getheilten Kreise versehen ist. Um jedoch die Empfindlichkeit des Apparats zu vergrössern, ist bei G eine Quarzplatte eingeschaltet, welche in der bei G' angedeuteten Weise aus zwei halbkreisförmigen Quarzstücken, einem rechtsdrehenden und einem linksdrehenden, zusammengesetzt ist. Die Dicke dieser Quarzplatten (3,75mm) ist so gewählt, dass jede zwischen den gekreuzten Nicols genau die empfindliche Uebergangsfarbe (§ 194) zeigt. Wird die Flüssigkeitssäule AB eingeschaltet, so giebt sich das geringste Drehungsvermögen derselben durch eine ungleiche Färbung der beiden Hälften des Gesichtsfeldes zu erkennen, indem die eine in blau, die andere in roth übergeht. Anstatt die Uebergangsfarbe durch Drehung des Nicol'schen

Fig. 204.



Prismas D wiederherzustellen und den Drehungswinkel direkt zu bestimmen, wird die Drehung der Polarisationsebene in der Zuckerlösung durch eine zwischen A und D angebrachte Vorrichtung compensirt. Diese besteht aus einer rechtsdrehenden Quarzplatte F und aus zwei keilförmig geschliffenen Platten von linksdrehendem Quarz, welche, mit entgegengesetzten Kanten über einander gelegt, zusammen eine linksdrehende Platte bilden, deren Dicke veränderlich ist, je nachdem die Keile mehr oder minder übereinander geschoben werden. Diese Verschiebung geschieht mittelst einer Mikrometerschraube, an welcher die Aenderung der Dicke der Platte genau abgelesen werden kann. Sind die Platten E und F gleich dick, so heben sie ihre drehende Wirkung gegenseitig auf, und beide Hälften der Platte G erscheinen in der Uebergangsfarbe. Nach Einschaltung der Flüssigkeitssäule AB wird die Uebergangsfarbe durch Aenderung der Dicke der Platte E mittelst der Mikrometerschraube wieder hergestellt. Die zu diesem Zweck erforderliche Drehung der Schraube ist dem Procentgehalt der Lösung proportional.

Manche Körper, welche an sich keine Drehung der Polarisationsebene bewirken, erlangen diese Fähigkeit, wie Faraday entdeckt hat, unter dem Einfluss des Magnetismus oder eines elektrischen Stromes, z. B. Faraday's „schweres Glas“ (kieselborsaures Bleioxyd), Flintglas, Schwefelkohlenstoff, Wasser. Bei Körpern, welche, wie Terpentinöl, schon an sich ein Drehungsvermögen besitzen, wird dasselbe durch Einwirkung des elektrischen Stromes modificirt. Um die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene nachzuweisen, kann man die mit der Flüssigkeit gefüllte Röhre AB (Fig. 204) mit einer Spirale aus starkem, mit Seide besponnenem Kupferdraht umgeben und durch diesen einen kräftigen elektrischen Strom leiten, oder man kann die zu prüfende Substanz zwischen die Pole der Halbanker eines kräftigen Elektromagnets (§ 321) bringen, wobei es zweckmässig ist, die Anker in der Richtung der Verbindungslinie der Pole zu durchbohren, um in dieser Richtung hindurchsehen zu können. Sobald der Strom geschlossen oder die Polarität des Elektromagnets erregt wird, beobachtet man die Drehung der Polarisationsebene, welche durch Wechsel der Stromrichtung oder Umkehrung der Pole des Elektromagnets in die entgegengesetzte übergeht.

Sechster Abschnitt.

Wärmelehre.

1. Wärmegrad oder Temperatur.

§ 196. **Wärmeempfindung, Temperatur.** Die Empfindungen der Wärme und Kälte, welche die uns umgebenden Körper durch die Berührung in unseren Hautnerven hervorrufen, lassen uns auf gewisse Verschiedenheiten des Zustandes dieser Körper schliesssen, welche wir als einen höheren oder niederen Wärmegrad oder eine höhere oder niedere Temperatur derselben bezeichnen. Werden zwei Körper von verschiedener Temperatur in Berührung gebracht, so findet eine Ausgleichung ihrer Temperatur oder ein Uebergang von Wärme zwischen beiden statt; ein kalter Körper wird durch umgebende Körper von höherer Temperatur erwärmt, ein warmer Körper durch Berührung mit kälteren abgekühlt.

Der veränderte Wärmegrad der Körper äussert sich nicht nur durch das Gefühl, welches dieselben bei der Berührung in uns hervorrufen, sondern es sind damit anderweitige Veränderungen in der Beschaffenheit der Körper selbst verbunden. Mit wachsendem Wärmegrad findet eine Volumenzunahme der Körper statt, oder alle Körper werden (mit einzelnen unten zu besprechenden Ausnahmen) durch die Wärme ausgedehnt (§ 198 u. ff.). Ferner ändert sich mit der Temperatur der Cohä-

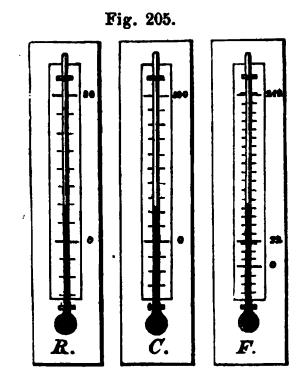
sionszustand der Körper. Feste Körper, welche bei niederer Temperatur hart und spröde sind, werden bei höherer Temperatur weich und biegsam (Wachs, Glas, viele Metalle) und werden durch stärkere Erwärmung in den flüssigen und endlich in den luftförmigen Aggregatzustand übergeführt (§§ 203, 209).

Obgleich der verschiedene Wärmegrad der Körper unmittelbar durch das Gefühl erkannt werden kann, ist doch dieses Mittel zur Beurtheilung desselben ein sehr unvollkommenes. Einerseits werden nämlich die Wärmeempfindungen unserer Hautnerven durch vorhergehende Eindrücke mitbestimmt, indem uns derselbe Körper warm oder kalt erscheint, je nachdem wir vorher einem geringeren oder höheren Wärmegrad ausgesetzt waren, auch sind, wie später gezeigt wird, andere Umstände, namentlich das verschiedene Wärmeleitungsvermögen der Körper (§ 232), bei dieser unmittelbaren Beurtheilung des Wärmegrades von wesentlichem Einfluss. Andererseits ist eine Wahrnehmung geringerer Temperaturunterschiede durch das Gefühl schwierig und eine Messung derselben ganz unmöglich. — Ein weit geeigneteres Mittel zur Beurtheilung und Messung der Temperaturunterschiede bietet daher die Ausdehnung der Körper durch die Wärme dar (§ 197).

Man erklärte früher den verschiedenen Erwärmungsgrad der Körper durch die Annahme eines besonderen Wärmestoffes, eines unwägbaren (gewichtslosen) Fluidums, welches alle Körper durchdringen und durch seine grössere oder geringere Quantität den verschiedenen Wärmegrad der Körper erzeugen sollte. Es ist jedoch aus mehrfachen Gründen (§§ 238, 241) äusserst wahrscheinlich, dass die Wärmeerscheinungen vielmehr in einem gewissen, bald mehr, bald weniger intensiven, Bewegungszustand der kleinsten Körpertheilchen ihren Grund haben. Der Uebergang der Wärme von einem wärmeren zu einem kälteren Körper ist danach als eine Mittheilung dieses Bewegungszustandes aufzufassen, wobei der wärmere Körper ebenso viel an der lebendigen Kraft seiner Wärmebewegung verliert, wie der kältere gewinnt (vergl. §§ 43, 68).

§ 197. Thermometer. Zur Messung der Temperaturen dient das Thermometer, dessen Gebrauch einerseits auf der Ausdehnung der Körper durch die Wärme, andererseits auf der Ausgleichung des Temperaturzustandes in Berührung befindlicher Körper beruht, in Folge deren das Thermometer selbst jederzeit die Temperatur seiner Umgebung annimmt. — Am meisten ist zur Messung der Temperatur die Ausdehnung der flüssigen Körper (Quecksilber, Weingeist, Gase) geeignet, weil dieselben im Allgemeinen stärker als feste Körper ausgedehnt werden und eine leichtere Beobachtung ihrer Volumenzunahme gestatten. Das Quecksilber- oder Weingeist-Thermometer (Fig. 205) besteht im Wesentlichen aus einer engen Glasröhre mit einem daran geblasenen weiteren, gewöhnlich kugelförmigen Behälter. Dieser und ein Theil der Röhre sind mit Flüssigkeit gefüllt und darauf die Röhre oben zugeschmolzen (s. unten). Bei zunehmender Temperatur steigt der Gipfel der in der Röhre enthaltenen Flüssigkeitssäule in Folge der Ausdehnung der in dem weiteren Gefäss enthaltenen Flüssigkeit, und der Stand derselben kann an einer an der Röhre angebrachten Skala abgelesen werden. Die gebräuchlichsten Thermometerskalen sind die von Celsius (C.), Réaumur (R.) und Fahrenheit (F.). Die erstere ist am meisten in wissenschaftlichen Untersuchungen gebräuchlich und wird im Folgenden zu Grunde gelegt werden, wo nicht ausdrücklich eine andere Skala angegeben ist. Die Skala von Réaumur wird am häufigsten in Deutschland, die Fahrenheit'sche in England ge-

Fig. 205.



braucht. Als unveränderliche und leicht zu bestimmende Ausgangs- oder Fundamentalpunkte der Thermometerskala wählten Réaumur und Celsius die Temperatur des schmelzenden Schnees (§ 203) und die des (beim Barometerstand von 28″, nahe = 760mm) siedenden Wassers (§ 209). Den Fundamentalabstand zwischen beiden Punkten theilte Réaumur in 80, Celsius in 100 gleiche Grade, so dass der Gefrierpunkt oder Schmelzpunkt des Schnees bei beiden Skalen mit 0°, der Siedepunkt aber bei Réaumur mit 80°, bei Celsius mit 100° bezeichnet wurde. Die Theilung wird über die Fundamentalpunkte hinaus fortgesetzt und die Grade unterhalb des Gefrierpunktes oder Kältegrade werden mit dem Vorzeichen — bezeichnet, wobei jedoch, da die Wahl des Nullpunktes eine willkürliche ist, nicht an einen Gegensatz von Wärme- und Kältegraden gedacht werden darf.

Fahrenheit wählte, um den Gebrauch negativer Grade zu vermeiden, als Nullpunkt die Temperatur einer künstlichen Kältemischung aus Eis und Salmiak oder Seesalz. Der Gefrierpunkt des Wassers ist in Fahrenheits Skala mit 32°, der Siedepunkt mit 212° bezeichnet, so dass der Fundamentalabstand zwischen diesen beiden Punkten 180 Grade umfasst. Es ergiebt sich daraus, dass das Verhältniss der Anzahl der Grade der verschiedenen Skalen durch die Zahlen 80 : 100 : 180 oder 4 : 5 : 9 ausgedrückt wird, und da der Nullpunkt der Fahrenheitschen Skala um 32° tiefer liegt, als der der beiden anderen Skalen, so dienen zur Reduktion der Temperaturangaben nach den drei Skalen folgende Formeln:

$$R = \frac{4}{5} C, \qquad C = \frac{5}{4} R,$$

$$F = \frac{9}{4} R + 32, \qquad F = \frac{9}{5} C + 32,$$

$$R = \frac{4}{9} (F - 32), \qquad C = \frac{5}{9} (F - 32).$$

Die zur Anfertigung eines Thermometers dienende enge Röhre muss ihrer ganzen Länge nach genau gleich weit sein, wovon man sich überzeugt, indem man zuvor einen Quecksilberfaden von geringer Länge durch die Röhre laufen lässt, der überall gleich lang erscheinen muss. Bei Quecksilberthermometern braucht man häufig, um den Stand des Quecksilbers leichter zu erkennen, Röhren mit nicht cylindrischem, sondern flachem, bandförmigem Hohlraum. Die Weite des Gefässes muss zu der der Röhre in einem passenden Verhältniss stehen, welches sich nach dem Grade der Empfindlichkeit, den man vom Thermometer verlangt, und nach der Anzahl der Grade richtet, welche die Skala umfassen soll. Um das Thermometergefäss mit Flüssigkeit zu füllen, erwärmt man dasselbe zuerst schwach, um einen Theil der im Gefäss enthaltenen Luft durch die Ausdehnung auszutreiben. Bringt man dann das offene Ende der Röhre unter Quecksilber, so füllt sich beim Erkalten ein Theil des Gefässes mit Quecksilber, indem die im Gefäss zurückgebliebene Luft sich wieder auf ein kleineres Volumen zusammenzieht. Erhitzt man dann das in das Gefäss eingedrungene Quecksilber bis zum Sieden, so treiben die sich entwickelnden Dämpfe alle Luft aus dem Gefäss und beim abermaligen Erkalten füllt sich das Gefäss und die Röhre ganz mit Quecksilber. Man erwärmt darauf das Thermometergefäss bis zu der höchsten Temperatur, welcher dasselbe später ausgesetzt werden soll, wodurch ein Theil des Quecksilbers ausfliesst, und schmilzt bei dieser Temperatur das obere Ende der Röhre vor der Lampe zu. Beim Erkalten zieht sich das Quecksilber zurück und es bleibt über dem Gipfel der Quecksilbersäule ein leerer Raum.

Um die Fundamentalpunkte zu bestimmen, umgiebt man das Thermometer zuerst mit einem Gemisch von Schnee oder gestossenem Eis und destillirtem Wasser, welches stets genau die Temperatur des Gefrierpunktes besitzt. Sodann bringt man das Thermometer in ein Siedegefäss, in welchem Kugel und Röhre bis dicht unter den zu markirenden Siedepunkt von den Dämpfen destillirten Wassers umgeben sein müssen. Beträgt der gleichzeitig beobachtete Barometerstand nicht genau 28″ (beziehungsweise 760mm), so ist eine entsprechende Correktion des Siedepunkts anzubringen (§ 214). Der Abstand beider Fundamentalpunkte wird dann

in 80 oder 100 gleiche Theile getheilt. — Umfasst die Thermometerskala nicht den ganzen Fundamentalabstand, so muss das Thermometer durch Vergleichung mit einem genauen Normalthermometer graduirt werden.

Das Quecksilber dehnt sich für jeden Grad der hunderttheiligen Skala um $\frac{1}{5550}$, der Weingeist im Mittel um $\frac{1}{800}$ seines Volumens aus. Die Ausdehnung des Weingeistes ist also stärker. Da sich aber das Quecksilber gleichmässiger ausdehnt (§ 201), so giebt man im Allgemeinen dem Quecksilberthermometer den Vorzug. Da das Quecksilber bei — 38,2° C. gefriert, so müssen für tiefere Temperaturen Weingeistthermometer gebraucht werden, dagegen ist für hohe Temperaturen bis zu 360° C. das Quecksilber allein brauchbar, da Weingeist schon bei 78,3° siedet. Für Temperaturen über dem Siedepunkte des Quecksilbers bedient man sich des Luftthermometers (§ 202).

Häufig ist es, besonders bei Witterungsbeobachtungen (§ 246), von Interesse, nicht nur die augenblickliche Temperatur eines Raumes, sondern auch die höchste und tiefste Temperatur zu kennen, welche während eines gewissen Zeitabschnitts, z. B. eines Tages, stattgefunden hat. Man bedient sich dazu der sogenannten Registrirthermometer oder Thermometrographen. Der bekannteste ist der von Rutherford. Derselbe besteht aus einem Quecksilberthermometer, welches das Maximum, und einem Weingeistthermometer, welches das Minimum der Temperatur anzuzeigen bestimmt ist. Die Röhren beider Thermometer liegen horizontal. In der des Quecksilberthermometers befindet sich ein feiner Stahlstift, welcher beim Vorrücken der Quecksilbersäule von dieser fortgestossen wird, beim Zurückweichen des Quecksilbers aber liegen bleibt und so das stattgehabte Maximum der Temperatur bezeichnet. In der Röhre des Weingeistthermometers dagegen befindet sich ein feines Glasstäbchen, welches vom Weingeist benetzt und beim Zurückweichen der Weingeistsäule durch Adhäsion von dieser mit fortgezogen wird, bei steigender Temperatur aber an der dem stattgehabten Minimum entsprechenden Stelle liegen bleibt. Nach geschehener Ablesung werden beide Stäbchen durch vorsichtiges Neigen der Thermometerröhren wieder mit dem Gipfel der Quecksilber- und Weingeistsäule in Berührung gebracht.

2. Ausdehnung der Körper durch die Wärme.

§ 198. Ausdehnung fester Körper. Dass die festen Körper durch die Wärme eine Vergrösserung ihrer Dimensionen erfahren, geht aus vielen Erscheinungen des täglichen Lebens hervor und kann durch einfache Versuche nachgewiesen werden. Besonders stark ist die Ausdehnung der Metalle durch die Wärme. Eine Metallkugel, welche genau in einen Ring passt, wenn beide Körper gleiche Temperatur haben, bleibt auf demselben liegen, wenn sie zuvor auf eine höhere Temperatur erwärmt worden ist, und fällt erst hindurch, nachdem die Temperaturausgleichung zwischen Kugel und Ring stattgefunden hat. Ein eiserner Reif, welcher heiss um einen Radkranz gelegt worden, schliesst sich bei dem Erkalten fest an denselben an. Beim Legen von Eisenbahnschienen, bei Röhrenleitungen und anderen Metallverbindungen, welche Temperaturveränderungen ausgesetzt sind, muss zwischen den einzelnen Stücken ein hinreichender Spielraum gelassen oder die Verbindung auf nachgiebige Weise hergestellt werden, um ein gewaltsames Zersprengen beim Temperaturwechsel zu verhindern. Spröde Körper, wie Glas, zerspringen bei schnellem Temperaturwechsel, indem die einzelnen Theile die höhere oder niedere Temperatur nicht gleich schnell annehmen und deshalb in ungleichem Masse durch die Wärme ausgedehnt werden.

Die Grösse der Ausdehnung eines Körpers durch die Wärme wird durch seinen Ausdehnungscoëfficienten angegeben, und zwar hat man bei festen Körpern den linearen und cubischen Ausdehnungscoëfficienten

zu unterscheiden. Der **lineare** Ausdehnungscoëfficient giebt an, mit welchem Faktor die ursprüngliche Länge eines Körpers bei 0° C. zu multipliciren ist, um deren Zuwachs bei einer Temperaturerhöhung auf 1° C. zu erhalten.

Bezeichnet man die den Temperaturen 0°, t^0, $t_1{}^0$ entsprechenden Längen durch l_0, l, l_1 und durch α den Ausdehnungscoëfficienten, so hat man

$$l = l_0(1 + \alpha t) \text{ und } l_1 = l_0(1 + \alpha t_1),$$

folglich wenn man $t < t_1$ annimmt,

$$l_1 = \frac{l(1 + \alpha t_1)}{1 + \alpha t},$$

und wenn man die Division ausführt,

$$l_1 = l[1 + \alpha(t_1 - t) - \alpha^2 t(t_1 - t) + \ldots],$$

wofür sich, weil α nur sehr kleine Werthe besitzt, setzen lässt:

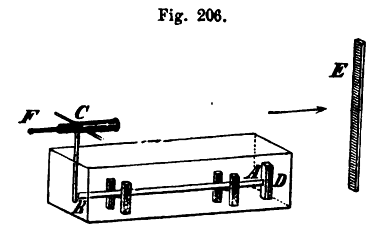
$$l_1 = l[1 + \alpha(t_1 - t)].$$

Hieraus ergiebt sich, dass man den **linearen Ausdehnungscoëfficienten** auch erklären kann als den Faktor, mit welchem man die Länge eines Körpers zu multipliciren hat, um deren Zuwachs bei einer Temperaturerhöhung von einem Grad C. zu erhalten. Ebenso ist der **cubische Ausdehnungscoëfficient** der Faktor, welcher mit dem anfänglichen Volumen multiplicirt die Zunahme desselben bei Erhöhung der Temperatur um einen Grad C. ergiebt. Zwischen beiden findet der einfache Zusammenhang statt, **dass der cubische Ausdehnungscoëfficient gleich dem dreifachen linearen ist.**

Denkt man sich nämlich aus der Substanz des Körpers einen Würfel geformt, dessen Kantenlänge bei 0° gleich 1 ist, dessen Volumen also bei dieser Temperatur ebenfalls gleich 1 ist, und bezeichnet α den linearen Ausdehnungscoëfficienten, so ist die Kantenlänge des Würfels bei 1° C. gleich $1 + \alpha$, mithin sein Volumen $(1 + \alpha)^3 = 1 + 3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3$. Da α für alle festen Körper ein sehr kleiner Bruch $\left(< \frac{1}{1000}\right)$ ist, so dürfen die Glieder $3\alpha^2$ und α^3 ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden, und die Volumenzunahme für 1° oder der cubische Ausdehnungscoëfficient wird durch 3α ausgedrückt, ist also gleich dem dreifachen linearen.

Zur genauen Bestimmung der linearen Ausdehnungscoëfficienten fester Körper dient am besten die Methode von **Lavoisier** und **Laplace**. Der Stab AB (Fig. 206), dessen Ausdehnungscoëfficient bestimmt werden soll, ist von einem Kasten umgeben, in welchem er durch schmelzendes Eis auf 0° abgekühlt oder durch ein Wasser- oder Oelbad, dessen Temperatur durch genaue Thermometer angegeben und durch Umrühren in allen Theilen gleichförmig erhalten wird, auf beliebige Grade erwärmt werden kann. Ein Ende des Stabes A stösst gegen ein festes Widerlager D, das andere gegen den vertikalen Arm eines um die Axe C drehbaren Winkelhebels. Der horizontale Arm des letzteren wird durch das Fernrohr F gebildet, welches auf eine entfernte, vertikale Skala E gerichtet ist. Durch die Ausdehnung des Stabes wird der Hebel und das Fernrohr um die Axe C gedreht und letztere auf einen anderen Theilstrich der Skala gerichtet. Kennt man das Verhältniss zwischen der Länge des Hebelarmes BC und der Entfernung der Skala von der Umdrehungsaxe CE, so kann aus der beobachteten Grösse der Verschiebung der Skala am Fadenkreuz des Fernrohrs (§ 173) die Grösse der Verlängerung des Stabes gefunden, und wenn die ursprüngliche Länge desselben und der Temperaturunterschied bekannt ist, der Ausdehnungscoëfficient berechnet werden. Die folgende Tabelle enthält die Ausdehnung einiger fester Körper zwischen den Temperaturgrenzen von 0° und 100° C.

Fig. 206.



	100 α		100 α
Weisses Glas zweierlei Sorten	0,0007006	Kupfer	0,0017173
	0,0008226	Messing	0,0018782
Platin	0,0008841	Silber	0,0019097
Eisen	0,0012204	Zinn	0,0020547
Stahl, gehärtet	0,0012250	Blei	0,0028484
Gold	0,0014661	Zink	0,0029416

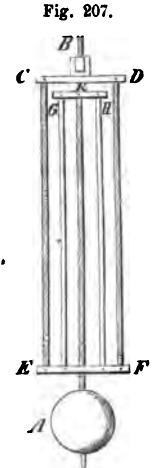
Krystalle, welche nicht dem regulären System angehören, erleiden in verschiedenen Richtungen eine verschiedene Ausdehnung, in Folge deren sich ihre Kantenwinkel mit der Temperatur ändern. Krystallisirter Gyps zeigt, nach Mitscherlich, in der zur Hauptaxe des Krystalls senkrechten Richtung bei erhöhter Temperatur eine Zusammenziehung, dagegen in der Richtung der Hauptaxe selbst eine Ausdehnung.

Das Jodsilber bildet, wie Fizeau gefunden hat, eine merkwürdige Ausnahme, indem es sich innerhalb der Temperaturgrenzen von — 10° und 70°, auf welche die Beobachtungen sich erstrecken, mit wachsender Temperatur nicht ausdehnt, sondern zusammenzieht, und bei sinkender Temperatur sich wieder ausdehnt, obschon es erst bei 400° C. schmilzt.

Eine scheinbare Ausnahme findet ferner beim gebrannten Thon statt, indem derselbe, selbst nachdem er durch schwaches Brennen aller Feuchtigkeit beraubt ist, doch bei höherer Temperatur noch eine Zusammenziehung erleidet, welche auf einer innigeren Vereinigung seiner Theile beruht und nach dem Erkalten andauert.

§ 199. Compensation der Uhren, Metallthermometer. Die Ausdehnung der Körper durch die Wärme übt einen störenden Einfluss auf den Gang der Pendeluhren und Chronometer, welcher durch geeignete Compensationsvorrichtungen beseitigt werden muss. Da nämlich die Schwingungsdauer des Pendels (§§ 61, 63) mit seiner Länge zunimmt, so gehen Pendeluhren, namentlich mit metallischer Pendelstange, bei hoher Temperatur zu langsam, bei niedriger Temperatur zu schnell. Bei gewöhnlichen Pendeluhren pflegt man deshalb Pendelstangen aus sehr trockenem, mit Oel getränktem Fichtenholz anzuwenden, welches dem Einfluss der Temperatur und Feuchtigkeit wenig unterworfen ist. Bei astronomischen und anderen sehr genauen Uhren aber wendet man sogenannte Compensationspendel an, bei welchen der Einfluss der Temperatur durch geeignete Vorrichtungen aufgehoben wird. Die bekanntesten Vorrichtungen dieser Art sind das Rostpendel und das Pendel mit Quecksilbercompensation. — Beim Rostpendel ist der linsenförmige schwere Körper A (Fig. 207) nicht unmittelbar an einer einfachen Pendelstange aufgehängt, sondern an den kurzen Stahlstab B ist ein rechteckiger Rahmen $CDEF$ befestigt, dessen verticale Seiten CE, DF ebenfalls von Stahlstäben gebildet sind. Auf dem unteren Querstab EF stehen zwei Zinkstäbe, welche an ihrem oberen Ende abermals durch einen Querbalken GH verbunden sind. An diesem ist erst die Stahlstange aufgehängt, welche die Pendellinse A trägt und durch eine Oeffnung des Querbalkens EF frei hindurchgehen muss, ohne mit diesem fest verbunden zu sein. Es ist klar, dass die Pendellinse A durch die Ausdehnung der Stahlstäbe CE und DF, so wie KA, gesenkt wird, dagegen wird dieselbe durch die Ausdehnung der an ihrem unteren Ende befestigten Zinkstäbe gehoben. Da nun das Zink mehr als doppelt so stark durch die Wärme ausgedehnt wird als Stahl, so ist klar, dass das Längenverhältniss der Zink- und Stahlstäbe so gewählt werden kann, dass die Pendellänge und Schwingungsdauer bei wechselnder Temperatur ungeändert bleibt. Wendet man anstatt des Zinkes das weniger leicht oxydirbare Messing an, so muss dieselbe Vorrichtung nochmals wiederholt werden, da die Ausdehnungscoëfficienten des Stahls und Messings ungefähr im Verhältniss von 2 : 3 stehen.

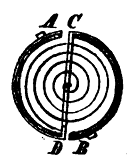
Fig. 207.



Bei Taschenuhren und Chronometern wird die Regulirung des Ganges durch eine elastische Spiralfeder bewirkt, welche in Verbindung mit einem kleinen Rädchen die sogenannte Unruhe bildet. Wird durch Temperaturerhöhung der Durchmesser des Rädchens vergrössert, so werden dadurch die Schwingungen verzögert. Um dies zu verhindern, wird die Peripherie des Rädchens an zwei gegenüberliegenden Punkten A, B unterbrochen, so dass dieselbe in zwei halbkreisförmige Stücke zerfällt. Jeder

der beiden Theile ist aus zwei ihrer ganzen Länge nach zusammengelötheten, halbkreisförmigen Streifen zusammengesetzt, von denen der innere aus Stahl, der äussere aus Messing besteht. In Folge der stärkeren Ausdehnung des Messings durch die Wärme wird die Krümmung eines solchen aus jenen Metallen zusammengelötheten Compensationsstreifens bei höherer Temperatur stärker als bei niederer Temperatur. Es werden sich deshalb bei steigender Temperatur die freien Enden *AB* der halbkreisförmigen Streifen mehr nach innen krümmen. Durch passend angebrachte Gewichte kann es erreicht werden, dass durch diese stärkere Krümmung der Einfluss der Vergrösserung des Durchmessers *CD* genau compensirt wird. — Aehnlicher, aus verschiedenen Metallen zusammengelötheter Streifen bedient man sich zur Construktion von Metallthermometern. Breguet wendete zu diesem Zweck einen solchen Streifen in Form einer Spiralfeder an, welcher aus Silber, Gold und Platin zusammengelöthet war. Durch Temperaturerhöhung wird, wenn sich das Silber auf der äusseren, das Platin auf der inneren Seite befindet, die Krümmung der Spirale vergrössert, durch Temperaturerniedrigung verringert. Ist nun die Spiralfeder an einem Ende befestigt, so zeigt ein am anderen Ende angebrachter Zeiger die Temperaturveränderung an einer kreisförmigen Skala an, welche durch Vergleichung mit einem Quecksilberthermometer graduirt werden kann.

Fig. 208.



§ 200. Ausdehnung flüssiger Körper. Bei Flüssigkeiten kann, da dieselben keine bestimmte Gestalt besitzen, nur vom cubischen Ausdehnungscoëfficienten (§ 198) die Rede sein. Man bestimmt denselben, indem man die Flüssigkeit in ein thermometerähnliches Gefäss bringt, das aus einem weiteren Behälter und einem daran geschmolzenen engen Rohr besteht. Das Verhältniss des Rauminhalts von Gefäss und Röhre wird zuvor genau bestimmt, am zweckmässigsten durch Wägung der Quecksilbermenge, welche entweder das Gefäss oder die Röhre bei einer bestimmten Temperatur aufzunehmen im Stande ist. Beträgt z. B. der Rauminhalt der ganzen Röhre $\frac{1}{1000}$ von dem des Gefässes und theilt man die Länge der Röhre in 100 gleiche Theile, so entspricht jeder Skalentheil einem Hunderttausendstel des ganzen Rauminhalts, und wenn man beobachtet, um wie viele Skalentheile die Flüssigkeit für jeden Temperaturgrad ausgedehnt wird, so kann daraus der Ausdehnungscoëfficient gefunden werden. Dabei ist jedoch zu beachten, dass auch das Gefäss an der Temperaturerhöhung Theil nimmt und dass sein Rauminhalt dadurch vergrössert wird. Das Steigen der Flüssigkeitssäule in der Röhre zeigt daher nur die Differenz der Volumenzunahme von Flüssigkeit und Gefäss an, und man muss deshalb zu dem beobachteten scheinbaren Ausdehnungscoëfficienten der Flüssigkeit noch den cubischen Ausdehnungscoëfficienten des Glases, aus dem das Gefäss besteht, addiren, um den wahren Ausdehnungscoëfficienten zu finden.

Um die wahre oder absolute Ausdehnung des Quecksilbers auf direktem Wege zu bestimmen, bedienten sich Dulong und Petit des Gesetzes der communicirenden Röhren (§ 74). Dieselben wendeten zwei vertikale, mit Quecksilber gefüllte und unten durch ein enges Querrohr verbundene Röhren an, von denen die eine mit schmelzendem Schnee, die andere mit einem erhitzten Oelbad oder den Dämpfen siedenden Wassers umgeben war. Da das specifische Gewicht in demselben Verhältniss abnimmt, wie das Volumen wächst, die Höhen der Flüssigkeitssäulen aber den specifischen Gewichten umgekehrt proportional sind, so giebt das Verhältniss der Höhen der warmen und kalten Quecksilbersäule unmittelbar die Volumenausdehnung an. Bei einem Temperaturunterschied von 100° standen die Höhen nahe im Verhältniss von 55 : 56, und Dulong und Petit bestimmten demnach den Ausdehnungscoëfficienten des Quecksilbers für 1° C. $= \frac{1}{5550} = 0{,}00018018$.

§ 201. **Ungleichförmige Ausdehnung der Flüssigkeiten, Verhalten des Wassers.** Zwei mit verschiedenen Flüssigkeiten, z. B. Quecksilber und Weingeist, gefüllte Thermometer, welche an zwei festen Punkten übereinstimmen, weichen in ihrem Gange bei zwischenliegenden Temperaturen von einander ab. Da ein mit Quecksilber gefülltes Thermometer zwischen 0° und 100° mit dem Luftthermometer (§ 202) in seinem Gange übereinstimmt, so nimmt man an, dass das Quecksilber innerhalb dieses Intervalls gleichförmig, d. h. für jeden Temperaturgrad um gleich viel durch die Wärme ausgedehnt werde. Es folgt daraus, dass die Ausdehnung des Weingeistes und ebenso der meisten anderen Flüssigkeiten eine ungleichförmige ist, und zwar wächst der Ausdehnungscoëfficient mit steigender Temperatur, namentlich in der Nähe des Siedepunkts der Flüssigkeiten. Das am meisten abweichende Verhalten aber zeigt das Wasser, welches sich zwischen 0° und 4° C. nicht ausdehnt, sondern sein Volumen verringert, so dass seine Dichtigkeit bei etwa 4° C. am grössten ist, worauf es sich bei weiter steigender Temperatur wieder mit wachsender Geschwindigkeit auszudehnen beginnt und bei 8° etwa dieselbe Dichtigkeit besitzt, wie bei 0°. Dieses eigenthümliche Verhalten des Wassers ist von wichtigem Einfluss auf die Temperaturverhältnisse stehender Gewässer von beträchtlicher Tiefe. Da nämlich das Wasser, wie die meisten Flüssigkeiten, zu den schlechten Wärmeleitern gehört (§ 232), so geschieht die Verbreitung von Temperaturveränderungen in grösseren Wassermassen vorzugsweise durch Flüssigkeitsströmungen. Werden in der kalten Jahreszeit die Wassermassen von ihrer Oberfläche aus abgekühlt, so sinken die kälteren Theile, als die dichteren, herab, während die wärmeren und leichteren aus der Tiefe emporsteigen, bis die ganze Wassermasse die der grössten Dichtigkeit entsprechende Temperatur von 4° angenommen hat. Schreitet jetzt die Abkühlung an der Oberfläche weiter fort, so bleiben die kalten Theile an der Oberfläche, und diese bedeckt sich mit einer specifisch leichteren, daher auf dem Wasser schwimmenden Eisschicht, während die tieferen Theile in Folge des schlechten Leitungsvermögens des Wassers die Temperatur des Dichtigkeitsmaximums beibehalten. Es wird dadurch das Ausfrieren stehender Gewässer bis auf den Grund verhindert.

Die Flüssigkeiten, welche durch die Verdichtung coërcibler Gase unter starkem Druck entstehen (§ 212), werden durch die Wärme sehr stark, zum Theil selbst stärker als die Gase (§ 202) ausgedehnt. So ist z. B. der Ausdehnungscoëfficient der verflüssigten Kohlensäure zwischen 0° und 30° nach Thilorier gleich 0,0142, der der flüssigen schwefligen Säure nach Drion zwischen 0° und 10° = 0,0018, dagegen zwischen 100° und 110° = 0,0054.

§ 202. **Ausdehnung luftförmiger Körper. Luftthermometer.** Die Ausdehnung luftförmiger Körper durch die Wärme ist eine sehr beträchtliche und kann leicht sichtbar gemacht werden, indem man eine enge Röhre, an welche ein weiteres Gefäss angeschmolzen ist, mit dem offenen Ende in ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäss tauchen lässt. Schon die Annäherung der warmen Hand genügt, um einen Theil der im Gefäss enthaltenen Luft aus dem Gefäss zu verdrängen, indem dieselbe in Form von Blasen durch die Flüssigkeit entweicht. Beim Erkalten steigt dann, indem die Luft sich zusammenzieht, eine Flüssigkeitssäule in der Röhre empor. Einer ähnlichen Vorrichtung bediente sich schon im Jahre 1621 Cornelius Drebbel und wahrscheinlich Andere vor ihm, um die Temperaturveränderungen der Luft sichtbar zu machen.

Die Luft dehnt sich für jeden Temperaturgrad um $\frac{11}{3000}$ oder $\frac{1}{273}$ ihres Volumens bei 0° aus, ihr Ausdehnungscoëfficient ist gleich 0,003665. Gay-Lussac fand, dass alle Gase durch die Wärme gleich stark ausgedehnt werden. Wegen dieser Uebereinstimmung betrachtet man die Ausdehnung der Gase durch die Wärme als eine gleichförmige. Da das Volumen einer Gasmasse, ausser von der Temperatur, auch von dem Druck abhängt, unter welchem dieselbe steht (§ 92), so muss dieser während des Versuches unveränderlich erhalten oder die etwa stattfindende Aenderung

desselben in Rechnung gebracht werden. Wegen der Schwankungen des atmosphärischen Luftdruckes kann daher das Luftthermometer nicht mit einer festen Skala versehen werden, welche eine direkte Ablesung des Temperaturgrades gestattet, sondern dieser muss aus der beobachteten Volumenveränderung und dem gleichzeitig beobachteten Barometerstand jedesmal berechnet werden.

Ist v_0 das Volumen eines Kilogramms Luft unter dem Druck einer Atmosphäre oder bei dem Barometerstand $p_0 = 760^{mm}$ (336 par.‴) und bei der Temperatur von 0^0, und bezeichnet α den Ausdehnungscoëfficienten der Luft, so wird sich bei gleichbleibendem Luftdruck jedes Cub^{dm} bei 1^0 C. auf $1+\alpha$, bei 2^0 C. auf $1+2\alpha$ und bei t^0 C. auf $1+\alpha t$ Cub^{dm} ausdehnen. Das Volumen eines Kilogramms Luft also bei t^0 und unter dem Druck p_0 beträgt $v_0\,(1+\alpha t)$ Cub^{dm}. Wird dagegen der Luftdruck verändert und geht derselbe aus p_0 in p über, so ändert sich gleichzeitig das Volumen, und zwar hat man, wenn v das Volumen eines Kilogramms Luft unter diesen Umständen bezeichnet, nach dem Gesetz von Mariotte (§ 92)

$$v : v_0\,(1+\alpha t) = p_0 : p$$

oder

$$pv = p_0\,v_0\,(1+\alpha t).$$

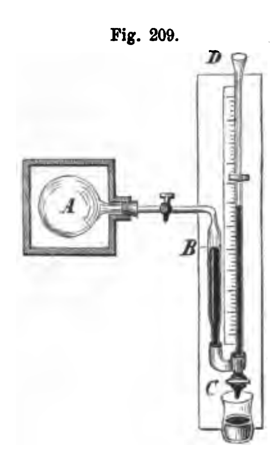
Mittelst dieser Gleichung ist es möglich, für jeden gegebenen Druck p und jede gegebene Temperatur t das Volumen v einer Luftmasse zu berechnen, wenn deren Volumen im Normalzustande, d. h. bei 0^0 und unter dem Druck einer Atmosphäre, bekannt ist, und wenn man ausserdem den Ausdehnungscoëfficienten α kennt. Die beiden wichtigsten Folgerungen, welche aus dieser Gleichung gezogen werden können, sind folgende:

1. Erwärmt man eine Gasmasse von 0^0 auf t^0, während der Druck ungeändert bleibt, so ist $p = p_0$ zu setzen, mithin $v = v_0\,(1+\alpha t)$ oder das Volumen der Gasmasse wächst im Verhältniss von $1 : 1+\alpha t$.

2. Erwärmt man eine Gasmasse, indem dieselbe durch ein Gefäss von unveränderlichem Volumen an der Ausdehnung gehindert wird, von 0^0 auf t^0, so ist $v = v_0$ zu setzen, oder es ist $p = p_0\,(1+\alpha t)$. In diesem Falle wächst also der Druck der an der Ausdehnung verhinderten Gasmasse im Verhältniss von $1 : 1+\alpha t$.

Jeder dieser beiden besonderen Fälle kann zur Bestimmung des Ausdehnungscoëfficienten α benutzt werden. Die letztere Methode gestattet die grössere Genauigkeit. Ein mit Luft oder einem anderen Gase gefüllter Glasballon A steht durch ein enges Rohr mit dem aus zwei ungleich langen, parallelen Schenkeln gebildeten, weiteren Rohr BCD in Verbindung. Dieses enthält Quecksilber, dessen Niveau im kürzeren Schenkel bis zu einer am Rohr angebrachten Marke B reicht, während der Ballon A mit schmelzendem Schnee umgeben ist. Wenn dabei das Niveau des Quecksilbers in beiden Schenkeln gleich hoch ist, so steht das in A abgesperrte Luftvolumen unter dem Druck einer Atmosphäre, entsprechend einer Quecksilbersäule von 760^{mm}. Wird jetzt der Ballon A auf 100^0 erwärmt, so strebt sich die Luft in demselben auszudehnen, drückt auf das Quecksilber bei B mit grösserer Elasticität, und das Quecksilberniveau sinkt im Schenkel CB und steigt im offenen Schenkel CD. Um die Luft auf ihr ursprüngliches Volumen zurückzuführen, giesst man bei D Quecksilber zu, so lange, bis durch den vermehrten Druck der Quecksilbersäule das Niveau im anderen Schenkel wieder bei B steht. Man beobachtet dann die Niveaudifferenz in beiden Schenkeln. Dieselbe beträgt ungefähr 278^{mm}. Es folgt daraus, dass $1 : 1+100\alpha = 760 : 760+278$, mithin $\alpha = 0{,}00366$ ist. Die genauesten Versuche von Regnault und Magnus haben für den Ausdehnungscoëfficienten der atmosphärischen Luft und der permanenten Gase (§ 212) den Werth $\alpha = 0{,}003665$ oder fast genau $\frac{11}{3000}$ ergeben. Es ist klar, dass, nachdem der Werth von α einmal bestimmt ist, der beschriebene Apparat als Luftthermometer zur Messung von Temperaturen dienen kann und auch für hohe

Fig. 209.



Hitzegrade als sogenanntes Luftpyrometer anwendbar bleibt, wenn das Gefäss *A* aus Platin oder einem anderen sehr schwer schmelzbaren Stoff besteht.

Alle permanenten Gase stimmen in ihrer Ausdehnung durch die Wärme mit der atmosphärischen Luft überein; die coërciblen Gase weichen von diesem von Gay-Lussac aufgefundenen Gesetz um so mehr ab, je näher sie ihrem Condensationspunkt sind (vgl. §§ 92 und 212). So fand Regnault für Kohlensäure zwischen 0° und 100° $\alpha = 0{,}003688$, für die sehr leicht condensirbare schweflige Säure $\alpha = 0{,}003845$.

3. Aenderung des Aggregatzustandes.

§ 203. Schmelzen. Die meisten festen Körper, welche durch die Wärme nicht ihrer chemischen Natur nach verändert werden, gehen, wenn sie bis zu einem für jeden Körper bestimmten Temperaturgrad erwärmt werden, in den flüssigen Aggregatzustand über. Dieser Uebergang heisst Schmelzen, die Temperatur, bei welcher derselbe eintritt, der Schmelzpunkt des Körpers. Bis unter den Schmelzpunkt abgekühlt, kehrt der Körper in den festen Aggregatzustand zurück, er erstarrt oder gefriert. Dem Schmelzen geht häufig ein Erweichen voran, so dass manche Körper ganz allmählich durch den weichen und halbflüssigen in den flüssigen Zustand übergehen.

Schmelzpunkte einiger Körper.

Quecksilber	—38,2° C.	Natrium	90°	Kupfer	1050°
Eis	0°	Schwefel	113,6°	Gusseisen	1200°
Talg	40°	Zinn	230°	Gold	1200°
Phosphor	44°	Wismuth	265°	Gussstahl	1300°—1400°.
Kalium	58°	Blei	330°	Platin	
Wachs	68°	Zink	360°		
Stearinsäure	70°	Silber	1000°		

Der Schmelzpunkt der Metalllegirungen ist in der Regel niedriger als der der Metalle, aus welchen sie gebildet sind. So schmilzt die Legirung $Pb_3\ Sn_5$ oder etwa 3 Gewichtstheile Blei und 5 Gewichtstheile Zinn bei 186°, Rose's Metalllegirung aus 2 Th. Wismuth, 1 Th. Blei und 1 Th. Zinn, $Pb\ Sn\ Bi_2$, schon bei 94°, Wood's Metall aus 1—2 Th. Cadmium, 7—8 Th. Wismuth, 2 Th. Zinn und 4 Th. Blei bei 66—70° (vergl. § 21). — Die Temperatur der schmelzenden Lava liegt zwischen 1250° und 1500°. Kieselsäure (Quarz) und Thonerde (Korund) zeigen nur im Knallgasgebläse Spuren von Schmelzung. Unter den Metallen ist Platin sehr schwer schmelzbar, indess ist es Deville gelungen, dasselbe vor dem Knallgasgebläse in Kalktiegeln in grossen Quantitäten zu schmelzen. Kohle ist unschmelzbar.

Die meisten Körper erfahren beim Schmelzen eine Zunahme des Volumens oder sind im flüssigen Zustand leichter als im festen. Wasser und Wismuth hingegen dehnen sich im Augenblick des Erstarrens aus. Daher schwimmt Eis auf Wasser, und irdene Gefässe werden zersprengt, wenn das in denselben enthaltene Wasser von der Oberfläche aus gefriert.

Durch vermehrten Druck wird der Schmelzpunkt bei denjenigen Körpern, welche sich beim Schmelzen ausdehnen, erhöht, beim Wasser hingegen (um etwa 0,0075° für 1 Atmosphäre) erniedrigt. So gelang es Mousson, durch sehr starken Druck das Eis bei —18° zu schmelzen.

§ 204. Schmelzungs- und Verdampfungswärme. Wird Schnee oder gestossenes Eis in einem Gefäss im warmen Zimmer oder über einer Flamme bis zum Schmelzen erwärmt, so sieht man die Temperatur eines hineingesteckten Thermometers, wenn dieselbe anfänglich unter 0° war, bis zum Schmelzpunkte steigen, dann aber unveränderlich auf diesem Punkt verharren, bis aller Schnee geschmolzen ist. Bei weiterer Zuführung von Wärme steigt das Thermometer wieder, bis die Temperatur den Siedepunkt erreicht hat, bei welchem dasselbe abermals unveränderlich stehen bleibt, so lange noch flüssiges Wasser vorhanden ist. Die während des

Schmelzens und Siedens dem Wasser zugeführte Wärme hat also nicht zur Erhöhung der Temperatur gedient, sondern ist lediglich zur Ueberführung aus dem festen in den flüssigen, oder aus dem flüssigen in den luftförmigen Aggregatzustand verbraucht worden. Man nennt die auf diese Weise verbrauchte Wärmemenge die Schmelzwärme, beziehungsweise die Verdampfungswärme des Wassers. Dieselbe Erscheinung findet bei jedem Schmelzungs- oder Verdampfungsprocess statt. Umgekehrt verharrt beim Uebergang aus dem luftförmigen in den flüssigen, oder aus dem flüssigen Aggregatzustand in den festen das Thermometer so lange auf der Temperatur des Siedepunktes oder des Schmelzpunktes, bis aller Dampf verdichtet oder alle Flüssigkeit erstarrt ist, indem beim Uebergang aus dem höheren in den niederen Aggregatzustand eine gleich grosse Wärmemenge wieder erzeugt wird.

Nach der früher gangbaren Vorstellung, dass die Wärme ein besonderer Stoff sei, konnte nicht angenommen werden, dass beim Schmelzen oder Verdampfen eine gewisse Quantität dieses Stoffes verloren gehe oder vernichtet werde, was dem Begriff des Stoffes zuwider gewesen wäre. Man war daher zu der Annahme genöthigt, dass eine Quantität von Wärmestoff in einen besonderen, sogenannten latenten Zustand übergeführt werde, in welchem derselbe auf das Thermometer nicht wirken sollte, und dass diese latente Wärme erst beim Flüssigwerden des Dampfes oder beim Erstarren der Flüssigkeit wieder frei werde oder zum Vorschein komme. Die neuere Theorie der Wärme hingegen (§§ 196, 241), nach welcher dieselbe kein Stoff, sondern ein besonderer Bewegungszustand der Körpertheilchen ist, nimmt an, dass zu der Trennung der Körpertheilchen eine gewisse Arbeitsgrösse erforderlich sei, und dass zur Leistung dieser Arbeit eine gewisse Quantität der Wärmebewegung verbraucht werde, während umgekehrt beim Uebergang aus dem luftförmigen in den flüssigen oder aus dem flüssigen in den festen Aggregatzustand durch Wiedervereinigung der Theilchen eine gleich grosse Quantität der Wärmebewegung wieder erzeugt wird (vergl. § 241).

§ 205. Wärmeeinheit. Um die Temperatur eines Kilogramms Wasser um 1° C. zu erhöhen, muss demselben eine gewisse Wärmemenge zugeführt werden, welche man Wärmeeinheit oder Calorie nennt. Mittelst dieser Wärmeeinheit können alle einem Körper zugeführten oder entzogenen, erzeugten oder verbrauchten Wärmemengen der Quantität nach mit einander verglichen werden, gleichviel ob man sich darunter eine Quantität eines besonderen Wärmestoffes oder eine gewisse Bewegungsgrösse (Quantität lebendiger Kraft, vergl. § 196) denken mag. Um demnach p^{kgr} Wasser von 0^0 auf t^0 zu erwärmen, werden $p.t$ Wärmeeinheiten erforderlich sein, und umgekehrt wird demselben eine gleiche Wärmemenge entzogen werden müssen, um seine Temperatur um t Grade zu erniedrigen.

Mischt man $p_1{}^{kgr}$ Wasser von $t_1{}^0$ mit $p_2{}^{kgr}$ Wasser von $t_2{}^0$, so kann die Mischungstemperatur t^0 berechnet werden, indem man die von beiden Wassermengen abgegebenen und aufgenommenen Wärmemengen in Wärmeeinheiten ausdrückt. Ist $t_2 > t_1$, so werden die $p_1{}^{kgr}$, deren Temperatur von t_1 auf t gestiegen ist, $p_1\,(t-t_1)$ Wärmeeinheiten aufgenommen haben. Die Temperatur der $p_2{}^{kgr}$ wärmeren Wassers ist gleichzeitig von t_2 auf t erniedrigt worden. Dabei hat dasselbe $p_2\,(t_2-t)$ Wärmeeinheiten abgegeben. Da nun die von dem warmen Wasser abgegebene Wärmemenge von dem kalten Wasser aufgenommen worden ist und zu dessen Temperaturerhöhung gedient hat, so muss

$$p_1\,(t-t_1) = p_2\,(t_2-t)$$

sein, woraus folgt

$$t = \frac{p_1\,t_1 + p_2\,t_2}{p_1 + p_2}.$$

Es ist leicht, diese Betrachtung auf die Mischung beliebig vieler Wassermengen von ungleichen Anfangstemperaturen auszudehnen. (Richmann'sche Regel.)

§ 206. **Bestimmung der Schmelzungswärme.** Mengt man 1^{kgr} Wasser von 100° mit 1^{kgr} Wasser von 0°, so beträgt die Mischungstemperatur 50°. Das warme Wasser hat, indem es sich von 100° auf 50° abkühlte, 50 Wärmeeinheiten abgegeben, und diese waren hinreichend, um eine gleiche Quantität des kalten Wassers von 0° auf 50° zu erwärmen. Mischt man dagegen ein Kilo Wasser von 100° mit einem Kilo Schnee von 0°, so erhält man, indem der Schnee geschmolzen wird, 2^{kgr} Wasser von 10,4°. Das heisse Wasser hat also 89,6 Wärmeeinheiten abgegeben, welche dazu gedient haben, den Schnee von 0° aus dem festen in den flüssigen Aggregatzustand überzuführen und die Temperatur des durch die Schmelzung entstandenen Wassers von 0° auf 10,4° zu erhöhen. Zu letzterem Zweck sind 10,4 Wärmeeinheiten erforderlich. Es sind mithin zur Schmelzung eines Kilo Schnee 89,6 — 10,4 = 79,2 Wärmeeinheiten verbraucht worden. Auf ähnliche Weise kann die Verflüssigungswärme anderer Körper bestimmt werden. — Das Wasser besitzt unter allen Körpern, für welche die Bestimmung ausgeführt worden ist, die grösste Verflüssigungswärme.

Die genauesten Versuche über die Schmelzungswärme des Eises haben die Zahl von 79,25 Wärmeeinheiten ergeben. Es ist leicht, mit Hilfe der in diesem und im vorhergehenden Paragraph erläuterten Principien die Endtemperatur eines Gemenges von m^{kgr} Wasser von t^0 mit n^{kgr} Schnee von 0° zu berechnen, oder im Fall, dass die Quantität des Wassers nicht zur Schmelzung des Schnees hinreicht, anzugeben, wie viel Schnee ungeschmolzen bleibt.

§ 207. **Lösungswärme, Kältemischungen.** Wie beim Schmelzen, so wird auch bei der **Auflösung** von Salzen in Wasser oder in anderen Flüssigkeiten Wärme verbraucht. So bringen z. B. Salpeter und Salmiak bei ihrer Auflösung in Wasser eine beträchtliche Temperaturerniedrigung hervor. — Salzlösungen gefrieren bei einer niederen Temperatur als reines Wasser. Ein Gemenge von Schnee und Kochsalz wird daher bei der Vereinigung beider Bestandtheile flüssig, und in Folge des zur Verflüssigung derselben erforderlichen Wärmeverbrauchs sinkt die Temperatur, wenn Salz in hinreichender Menge vorhanden ist, bis zum Gefrierpunkt der gesättigten Salzlösung, welche das Produkt der Vereinigung bildet. Dasselbe findet bei Gemengen von Schnee mit anderen Salzen statt. Darauf beruhen die künstlichen **Kältemischungen.** So sinkt die Temperatur eines Gemenges gleicher Gewichtstheile Schnee und Kochsalz von 0° bis —21,3°, die eines Gemenges von 1 Th. Schnee und 3 Th. krystallisirtem Chlorcalcium auf —33° C. Mässig verdünnte Schwefelsäure bewirkt, auf Schnee gegossen, durch Verflüssigung desselben eine Temperaturerniedrigung bis zu —40 bis 50° C.

Nach Rüdorff geben 150 Theile Schwefelcyankalium in pulverisirter Form mit 100 Theilen Wasser gemischt bei der in höchstens einer Minute erfolgenden Auflösung eine Temperaturerniedrigung von 34,5°. Dieses Salz bietet zugleich den Vortheil, dass es durch Eindampfen der Lösung ohne erheblichen Verlust wiedergewonnen und zu neuen Versuchen benutzt werden kann.

§ 208. **Ueberschmelzung.** Viele flüssige Körper können bei vorsichtiger Vermeidung von Erschütterungen und namentlich bei Abhaltung des Luftzutritts in geschlossenen Gefässen bis weit unter den Schmelzpunkt abgekühlt werden, ohne zu erstarren. Bei einer Erschütterung, bei Berührung mit einem festen Körper, namentlich aber mit einem festen Theilchen desselben Körpers, schreitet dann plötzlich die Erstarrung durch die ganze Masse fort, wobei die Temperatur eines hineingesteckten Thermometers in Folge der beim Festwerden stattfindenden Wärmeerzeugung

bis zum Schmelzpunkt steigt. Man bezeichnet den Zustand einer auf diese Weise bis unter ihren Erstarrungspunkt abgekühlten Flüssigkeit mit dem Namen der Ueberschmelzung.

Mit Wasser gelingt der Versuch am besten in einem kleinen luftleeren Glasgefäss, das zur Hälfte mit Wasser gefüllt ist und die Thermometerkugel in sich schliesst. Das Wasser bleibt, bis auf —8° oder —10° abgekühlt, flüssig. Durch eine Erschütterung erstarrt dasselbe plötzlich, und das Thermometer steigt auf 0°. Ebenso können kleine Wassertröpfchen, welche in einer Flüssigkeit von gleichem specifischen Gewichte schweben, bis weit unter 0° abgekühlt werden, ohne zu erstarren. Auf einer ähnlichen Erscheinung beruht die Bildung des sogenannten Glatteises, wobei die in der Luft bis unter 0° abgekühlten Wassertropfen durch Berührung mit dem festen Erdboden plötzlich erstarren und denselben mit einer Eisrinde überziehen. Auch die Bildung der Hagelkörner (§ 261) wird auf diese Weise erklärt.

Phosphor zeigt die Erscheinung der Ueberschmelzung sehr leicht beim Schmelzen unter Wasser. Geschmolzenen Schwefel kann man eine Zeit lang in heissem Wasser von 95° in flüssigem Zustande erhalten, selbst wenn man das Gefäss bewegt oder einen Stab hineinführt: die Masse wird aber sofort fest, wenn man ein selbst noch so kleines Stück festen Schwefels hineinfallen lässt. Sehr schön beobachtet man die Ueberschmelzung und darauf folgende Krystallisation der wasserhaltigen Krystalle des unterschwefligsauren Natrons. — Eine ganz analoge Erscheinung ist die der Uebersättigung der Salzlösungen.

§ 209. Verdampfen, Verdunsten, Sieden. Der Uebergang aus dem flüssigen in den luftförmigen Aggregatzustand heisst Verdampfung. Dieselbe findet entweder allmählich an der Oberfläche der Flüssigkeit statt und heisst dann Verdunstung, oder dieselbe erfolgt, bei erhöhter Temperatur, schnell und unter aufwallender Bewegung der Flüssigkeit, indem sich vom Boden des Gefässes Dampfblasen entwickeln, welche sich beim Aufsteigen durch die Flüssigkeit vergrössern, bis sie die Oberfläche derselben erreichen. Dieser schnelle Uebergang in den Dampfzustand, oder das Sieden erfolgt bei einer bestimmten Temperatur, welche der Siedepunkt der Flüssigkeit genannt wird. Dieser ist für jede Flüssigkeit verschieden, hängt aber ausserdem von dem Luftdruck ab, bei welchem das Sieden stattfindet. Der Siedepunkt des Wassers ist 100° C. bei dem mittleren Barometerstand von 760 ^{mm} (28 par.''). Bei geringerem Luftdruck, also z. B. auf hohen Bergen (§ 95), unter der Glocke der Luftpumpe (§ 98, 7), tritt das Sieden schon bei niederer Temperatur ein. In einem luftleer gemachten Glasgefäss von geeigneter Gestalt (Puls- oder Wasserhammer) kann das Wasser schon durch die Wärme der Hand in eine dem Sieden ähnliche, aufwallende Bewegung versetzt werden. Umgekehrt kann in einem luftdicht verschlossenen Gefäss mit hinreichend starken Wänden die Flüssigkeit bis über die Temperatur ihres Siedepunktes erhitzt werden, indem der Druck des am Entweichen verhinderten Dampfes mit der Temperatur steigt und die weitere Dampfbildung unmöglich macht. Darauf beruht der Gebrauch des Papin'schen Topfes oder Digestors, welcher in einem luftdicht verschliessbaren und, zur Vermeidung der Gefahr des Zerspringens, mit einem Sicherheitsventil versehenen, eisernen Gefäss besteht und zum Ausziehen im Wasser löslicher Bestandtheile aus Substanzen dient, welche einer höheren Lösungswärme als 100° bedürfen.

Die Erniedrigung des Siedepunktes durch eine Abnahme des Barometerstandes um 1^{mm} (1''') beträgt etwa $\frac{1^0}{27}$ C. $\left(\frac{1^0}{12}\text{ C.}\right)$. Das Thermometer kann daher an Stelle des Barometers zur Bestimmung des Luftdruckes gebraucht werden und wird, weil es leichter transportabel ist, namentlich zu barometrischen Höhenmessungen angewendet. Man braucht dazu ein Thermometer (Thermobarometer oder Hypso-

thermometer), dessen Skala nur das Intervall von etwa 85—100° C. umfasst, welchem ein Wechsel des Barometerstandes von 43—79cm (16—29 par.") entspricht (s. § 217), das aber empfindlich genug ist, um Hundertel eines Grades mit Sicherheit beobachten zu können. — Auf dem Montblanc siedet das Wasser schon bei 85° C.

Dem Sieden geht in der Regel ein singendes Geräusch voran, welches, wie man sich durch Beobachtung des Vorganges in Glasgefässen leicht überzeugen kann, davon herrührt, dass, wenn noch nicht die ganze Flüssigkeitsmasse bis zur Temperatur des Siedepunktes erwärmt ist, die am Boden des Gefässes gebildeten Dampfblasen beim Aufsteigen durch die kältere Flüssigkeit wieder verdichtet werden. — Erhitzt man Wasser, welches zuvor an der Luft gestanden hat, oder Brunnenwasser, so entweicht vor dem Beginn des Siedens die im Wasser absorbirte atmosphärische Luft oder Kohlensäure (§ 107) in Form kleiner Bläschen. Erst durch längeres Kochen wird das Wasser vollkommen von der aufgelösten Luft befreit. — Im Wasser aufgelöste Salze erhöhen den Siedepunkt. — In Gefässen mit glatten Wänden kann völlig luftfreies Wasser bis etwas über den dem stattfindenden Luftdruck entsprechenden Siedepunkt erwärmt werden, ohne ins Sieden zu gerathen. Die Dampfbildung tritt dann plötzlich unter heftigem Stossen ein. Manche andere Flüssigkeiten zeigen diese Erscheinung in noch höherem Grade, z. B. die concentrirte Schwefelsäure, die deshalb nur schwierig aus Glasgefässen destillirt werden kann. Das Stossen wird vermindert, wenn man die Dampfbildung durch einen in die Flüssigkeit gebrachten, rauhen oder pulverförmigen Körper oder einen Metalldraht befördert. Der aus der Flüssigkeit aufsteigende Dampf zeigt immer genau die dem stattfindenden Luftdruck entsprechende Siedetemperatur.

Der aus siedendem Wasser aufsteigende Dampf ist völlig farblos und durchsichtig, so lange er den luftförmigen Aggregatzustand beibehält. Durch Vermengung mit der kalten Luft verdichtet er sich zu flüssigem Wasser, welches in Form feiner Tröpfchen (oder Bläschen) in der Luft schwebt und den sichtbaren Dunst bildet.

Siedepunkte einiger Flüssigkeiten unter dem Druck einer Atmosphäre (760mm [28 par."] Quecksilberdruck).

Stickstoffoxydul	— 87,9	Chloräthyl	+ 12,5	Phosphor	290
Kohlensäure	— 78,2	Aether	+ 35,0	Schwefelsäurehydrat	325
Schwefelwasserstoff	— 61,8	Schwefelkohlenstoff	+ 46,2	Quecksilber	357
Ammoniak	— 38,5	Alkohol	+ 78,3	Schwefel	447
Chlor	— 33,6	Wasser	100,0	Cadmium	860
Cyan	— 20	Terpentinöl	159,2	Zink	1040.
Schweflige Säure	— 10,1				

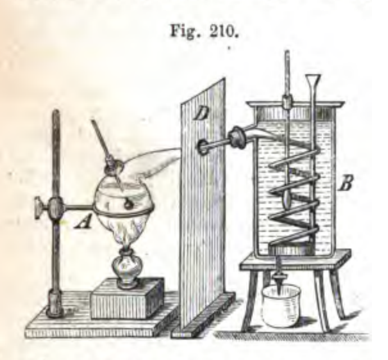
§ 210. Leidenfrost's Phänomen. Eine eigenthümliche Erscheinung zeigt sich, wenn Wasser oder eine andere flüchtige Flüssigkeit in geringen Quantitäten auf eine glühende Metallfläche gebracht wird. Die Flüssigkeit kommt in diesem Fall nicht ins Sieden, sondern rundet sich zu einem Tropfen ab, der in wirbelnde Bewegung geräth und allmählich durch Verdunstung verschwindet. Es findet dabei zwischen der heissen Metallfläche und der Flüssigkeit keine eigentliche Berührung statt; letztere schwebt vielmehr, gleichsam von einer von ihrer Oberfläche sich entwickelnden Dampfschicht getragen, und behält eine Temperatur, die immer um mehrere Grade unter dem Siedepunkt liegt. Boutigny nannte diesen Zustand der Flüssigkeit den sphäroidalen Zustand. Lässt man die Unterlage allmählich erkalten, so tritt bei einer gewissen Temperatur plötzlich die Berührung unter heftiger Dampfbildung und gewaltsamem Umherspritzen der Flüssigkeit ein. Der sphäroidale Zustand nämlich dauert nur so lange, als der unter dem Tropfen befindliche Dampf im Stande ist, den Druck der Atmosphäre, vermehrt um den des Tropfens, zu tragen. Es ist gelungen, denselben unter der Luftpumpe auf einer Unterlage, deren Temperatur geringer als 100° war, darzustellen. Faraday brachte in einen glühenden Platintiegel ein Gemenge von Aether und fester Kohlensäure (§ 212), welches den sphäroidalen Zustand annahm und dabei eine so niedere Temperatur behielt, dass man im glühenden Tiegel Quecksilber gefrieren lassen konnte. Deville goss geschmolzene Platinmassen in Wasser, welche unter dem Wasser einige Zeit lang flüssig und weissglühend blieben, ohne dass dieses ins Sieden gerieth. — Es ist eine bekannte Erfahrung der Hüttenarbeiter, dass man die Hände gefahrlos in geschmolzenes Eisen tauchen kann.

§ 211. Bestimmung der Verdampfungswärme, Destillation. Während des Siedens bleibt die Temperatur der Flüssigkeit ungeändert,

und alle derselben zugeführte Wärme wird zur Ueberführung aus dem flüssigen in den luftförmigen Aggregatzustand verbraucht. Eine gleich grosse Wassermenge wird umgekehrt bei der Verdichtung des Dampfes zu tropfbarer Flüssigkeit wieder erzeugt. Bei der Destillation einer Flüssigkeit wird der durch Erhitzung in einem Kessel (Destillirblase) oder einer Retorte entwickelte Dampf in einen von kaltem Wasser umgebenen Kolben oder ein Schlangenrohr geleitet, in welchem derselbe sich zu Flüssigkeit verdichtet. Wegen der bei der Verdichtung stattfindenden, beträchtlichen Wärmeentwickelung muss für hinreichend schnelle Erneuerung des Kühlwassers gesorgt werden. Wasser kann in hölzernen Gefässen durch Einleiten von Dampf bis zum Sieden erhitzt werden, und zwar vermag ein Kilogramm Dampf mehr als die fünffache Wassermenge von 0° bis zu 100° zu erwärmen. Um ein Kilogramm Wasser in Dampf zu verwandeln, sind nämlich 537 Wärmeeinheiten erforderlich, und eine gleiche Wärmemenge wird bei der Verdichtung des Dampfes abgegeben. Das Wasser besitzt unter allen Flüssigkeiten die grösste Verdampfungswärme.

Um die Verdampfungswärme zu bestimmen, leitet man den in einem Dampfkessel A (Fig. 210) erzeugten Dampf in ein Schlangenrohr, das von einem Gefäss B umgeben ist, welches eine genau bekannte Menge kalten Wassers enthält. Es sei dessen Gewicht p, seine anfängliche Temperatur t_1^0. Nachdem die Temperatur des Kühlgefässes auf t_2^0 gestiegen, bestimmt man die in dem Schlangenrohr verdichtete Dampfmenge q. Es sei x die gesuchte Verdampfungswärme für 1^{kgr} Wasser. Indem q^{kgr} Dampf von 100^0 zu Wasser verdichtet worden sind, haben dieselben $q \,.\, x$ Wärmeeinheiten abgegeben. Da sich ferner die q^{kgr} durch Verdichtung des Dampfes entstandenen Wassers bis zur Temperatur des Kühlwassers, also auf t_2^0, abgekühlt haben, so haben dieselben noch $q\ (100-t_2)$ Wärmeeinheiten abgegeben. Die p^{kgr} kalten Wassers haben sich von t_1^0 auf t_2^0 erwärmt, mithin $p\ (t_2-t_1)$ Wärmeeinheiten aufgenommen. Es muss also $q\,x + q\ (100-t_2) = p\ (t_2-t_1)$ sein, woraus

Fig. 210.



$$x = \frac{p}{q}\ (t_2-t_1) - (100-t_2).$$

Zur Erzielung eines richtigen Resultats sind mehrfache Vorsichtsmassregeln erforderlich. Zunächst muss das Gefäss mit kaltem Wasser vor der Erwärmung durch Strahlung vom Kessel (§ 234) durch einen Schirm D geschützt sein, sodann muss verhütet werden, dass flüssiges Wasser mechanisch mit dem Dampfstrom aus dem Kessel nach dem Kühlgefäss hinübergerissen werde, ferner ist der Einfluss der äusseren Umgebung auf die Temperatur des Kühlgefässes zu berücksichtigen. Um diesen möglichst zu beschränken, richtet man zweckmässig den Versuch so ein, dass die Temperatur der Umgebung das Mittel zwischen der Anfangs- und Endtemperatur des Kühlgefässes ist. Endlich ist zu beachten, dass nicht nur das im Kühlgefäss enthaltene Wasser, sondern auch das Metall, aus welchem die Wände desselben und des Schlangenrohres bestehen, erwärmt worden ist (vergl. § 226).

Regnault fand, dass die latente Verdampfungswärme nicht bei allen Temperaturen dieselbe ist. Die Gesammtwärme des Dampfes wird nämlich nach Regnault durch die Formel $Q = 606{,}5 + 0{,}305t$ ausgedrückt, d. h. so viel Wärmeeinheiten sind erforderlich, um 1^{kgr} Wasser von 0^0 auf t^0 zu erwärmen und bei dieser Temperatur in Dampf zu verwandeln. Da t Wärmeeinheiten zur Erwärmung von 0^0 auf t^0 verwendet werden, so bleibt für die Verdampfungswärme bei t^0 die Wärmemenge $Q - t = 606{,}5 - 0{,}695\ t$, also z. B. bei 100^0, $606{,}5 - 69{,}5 = 537$ Wärmeeinheiten.

§ 211a. Verdunstungskälte. Wie bei der schnellen Dampfbildung beim Sieden, so wird auch bei der Verdunstung Wärme verbraucht, welche der verdunstenden Flüssigkeit selbst und deren Umgebung entzogen wird. Durch schnelle Verdunstung kann daher eine bedeutende Temperaturerniedrigung erzeugt werden. Darauf beruht die Abkühlung der Flüssigkeiten durch Umwickeln der Gefässe mit feuchten Tüchern, die Anwendung poröser Thongefässe (Alkarazza's) zu demselben Zweck, von deren feuchter Oberfläche die Flüssigkeit verdunstet. Ein trockener Luftstrom beschleunigt die Verdunstung und verstärkt daher die Abkühlung. Durch Verdunstung des Aethers und anderer sehr flüchtiger Flüssigkeiten können sehr hohe Kältegrade erzeugt werden, namentlich wenn die Verdunstung im luftleeren Raum geschieht (vgl. § 98, 8). Man benutzt daher die Verdunstungskälte des Aethers und des flüssigen Ammoniaks zur künstlichen Eisbereitung (vgl. § 212).

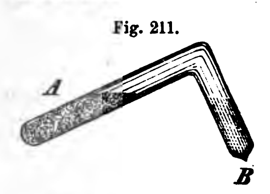
Durch die Verdunstungskälte hat neuerdings (1873) Wartha Schwefelkohlenstoff in festem Aggregatzustand dargestellt. Leitet man über die Oberfläche des in einem Glasgefäss befindlichen Kohlensulfides einen kräftigen Strom trockener Luft, so schlägt sich, während ein in die Flüssigkeit tauchendes Thermometer noch einige Grade über Null zeigt, an den inneren Wänden des Gefässes und an dem aus der Flüssigkeit hervorragenden Theile des Thermometers eine schneeige Kruste von starrem Schwefelkohlenstoff nieder, wobei die Temperatur bis —18° sinkt. Auf der Oberfläche der Flüssigkeit bilden sich dann blumenkohlförmige weisse Massen, welche das Zuleitungsrohr verstopfen, wenn es nicht weit genug ist; bald ist alle Flüssigkeit verschwunden, während das Thermometer bis etwa —12° steigt. Der so gewonnene feste Schwefelkohlenstoff hält sich ziemlich lange in diesem Zustande, zeigt einen eigenthümlichen aromatischen Geruch und soll schwerer entzündlich sein als im flüssigen Zustande. Er eignet sich vortrefflich zur Herstellung von Eis für die Zwecke des Laboratoriums. Man setzt dem in einer Glasflasche befindlichen Wasser einige Cubikcentimeter *CS* zu und treibt mittelst eines Blasebalges einen kräftigen Luftstrom hindurch, so erstarrt das Wasser in kurzer Zeit und kann die Temperatur bis auf —13° sinken. Wird mit einer Spritzflasche ein feiner Wasserstrahl auf *CS*, der bei gewöhnlicher Temperatur durch einen starken Luftstrom zum Verdampfen gebracht wird, gespritzt, so gefriert jeder Wassertropfen momentan bei der Berührung mit der Masse.

§ 212. Condensation der coërciblen Gase. Wie die meisten Flüssigkeiten durch hinreichend erhöhte Temperatur und verminderten Druck in den gasförmigen oder Dampfzustand übergeführt werden können, so ist es umgekehrt gelungen, durch hinreichend gesteigerten Druck und erniedrigte Temperatur die meisten Gase zu tropfbaren Flüssigkeiten zu verdichten. Die sechs Gase, bei welchen dies bis jetzt nicht möglich gewesen ist, und die daher noch jetzt als sogenannte permanente Gase gelten, sind Wasserstoffgas, Stickstoffgas, Sauerstoffgas, Kohlenoxydgas, Stickstoffoxydgas und Grubengas (Methylwasserstoff). Die atmosphärische Luft, als ein Gemenge von Stickstoff und Sauerstoff, verhält sich wie ein permanentes Gas. Alle übrigen Gase können durch hinreichend starken Druck allein, oder verbunden mit starker Abkühlung, zu tropfbaren Flüssigkeiten verdichtet werden und heissen darum coërcible Gase. Die Verdichtung erfolgt mehr oder minder leicht. So verdichtet sich schwefligsaures Gas schon bei der Temperatur einer Kältemischung aus Schnee und Kochsalz (§ 207) zu einer farblosen Flüssigkeit, welche bei —10° siedet, Cyangas erfordert zu seiner Verflüssigung unter dem Druck einer Atmosphäre schon eine beträchtlichere Temperaturerniedrigung, und der Siedepunkt der entstandenen Flüssigkeit liegt bei —20° u. s. f. Zwischen coërciblen Gasen und Dämpfen kann eine Grenze nicht gezogen werden. Man pflegt diejenigen gasförmigen Körper Dämpfe zu nennen, welche unter

dem Druck einer Atmosphäre sich schon bei den gewöhnlich herrschenden Lufttemperaturen zu Flüssigkeiten verdichten, coërcible Gase diejenigen, bei welchen ein höherer Druck oder eine niedere Temperatur zur Verdichtung erforderlich ist. Die Tabelle der Siedepunkte (§ 209) zeigt aber, dass zwischen beiden ein völlig stetiger Uebergang stattfindet.

Das wirksamste Mittel zur Condensation coërcibler Gase ist die Compression. Diese kann entweder mittelst der Compressionspumpe (§ 99) bewerkstelligt werden, oder auch dadurch, dass man die in einem geschlossenen Raum sich entwickelnden Gase sich durch ihren eigenen Druck comprimiren lässt. Bringt man z. B. in den längeren Schenkel *A* einer starken gebogenen Glasröhre (Fig. 211) eine Quantität Cyansilber oder Cyanquecksilber und erwärmt dasselbe vorsichtig, nachdem man zuvor den kürzeren Schenkel bei *B* zugeschmolzen hat, so entwickelt sich Cyangas, welches sich durch seinen Druck in dem kürzeren Schenkel, den man in kaltes Wasser eintaucht, zu einer farblosen Flüssigkeit verdichtet. Auf ähnliche Weise kann man Ammoniakgas verdichten, welches durch Erwärmen aus einer concentrirten wässerigen Auflösung entwickelt wird. Wasser vermag bei gewöhnlicher Temperatur etwa sein 700faches Volumen von Ammoniakgas aufzulösen (§ 107), welches beim Erwärmen bis zum Siedepunkt fast vollständig entweicht. Leitet man das Gas in einen starken eisernen, von kaltem Wasser umgebenen Recipienten, so verdichtet sich dasselbe bei einem Druck von 6 Atmosphären (bei 10° C.) zu einer Flüssigkeit, deren schnelle Verdunstung im leeren Raum sodann zur Erzeugung hoher Kältegrade, künstlicher Eisbereitung u. dgl. benutzt werden kann (Carré's Eismaschine). — Auch Kohlensäure verdichtet sich in einem hinreichend starkwandigen, geschlossenen Gefäss entwickelt, unter einem Druck von 38 Atmosphären bei 0° C. oder etwa 50 Atmosphären bei 10° C. Sicherer bedient man sich jedoch zur Erzeugung so starken Druckes der Compressionspumpe (§ 99), mittelst deren zuerst Thilorier grössere Quantitäten von Kohlensäure verflüssigte. Die durch Druck verdichtete Kohlensäure bildet eine farblose Flüssigkeit, welche, sobald der Recipient geöffnet wird, in Form eines Strahles aus demselben hervorspringt, sich aber in Folge der lebhaften Verdunstung sofort bis unter ihren Gefrierpunkt (— 58° C.) abkühlt und in ein weisses, schneeähnliches Pulver verwandelt. Sammelt man eine grössere Menge dieser festen Kohlensäure an, so erhält sie sich, indem durch die niedere Temperatur die Verdunstung verzögert wird und ihre eigene Masse ein schlechter Wärmeleiter ist, eine Zeit lang an freier Luft und zeigt dabei eine Temperatur von —70°. Vermengt man dieselbe mit Aether und bringt das Gemenge unter den Recipienten einer Luftpumpe, so kann die Temperatur bis auf —100° erniedrigt werden. Es war dies die tiefste Temperatur, welche Faraday zu erzeugen vermochte, und mittelst welcher es ihm gelang, die meisten anderen Gase flüssig zu machen, indem dieselben entweder nur durch Uförmig gebogene Glasröhren geleitet wurden, welche an beiden Enden in feine Spitzen ausgezogen und von der Aether-Kohlensäuremischung umgeben waren, oder indem er dieselben bei dieser niederen Temperatur einem verstärkten Druck unterwarf. Mittelst dieser Methoden konnten z. B., ausser den oben bereits genannten Gasen, Schwefelwasserstoff, Arsenwasserstoff, Brom- und Jodwasserstoff, Chlor, Chlorwasserstoff, Stickstoffoxydul, ölbildendes Gas, in den flüssigen und zum Theil in den festen Aggregatzustand übergeführt werden.

Fig. 211.



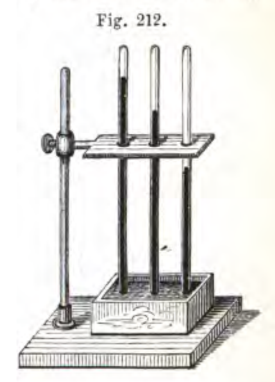
§ 213. **Sättigungsmenge.** Lässt man reines Wasser an der freien Luft verdunsten, so verwandelt sich dasselbe vollständig in Dampf, ohne einen Rückstand zu hinterlassen. Bringt man dagegen eine gewisse Wassermenge in einen geschlossenen Raum, z. B. unter eine Glasglocke, so verdunstet nur ein Theil des Wassers, indem dieser Raum bei jeder Temperatur nur eine ganz bestimmte Menge Wasserdampf aufzunehmen vermag, welche die Sättigungsmenge des Raumes für diese Temperatur genannt wird. Die Sättigungsmenge wächst mit der Temperatur. Steigt daher die Temperatur, so kann eine neue Wassermenge verdunsten, sinkt dagegen die Temperatur eines mit Dampf gesättigten Raumes, so muss sich

ein Theil des in demselben enthaltenen Dampfes im tropfbarflüssigen Zustande niederschlagen; man bemerkt zunächst an derjenigen Stelle der Gefässwand, von welcher die Temperaturerniedrigung ausgeht, den Niederschlag in Form eines feinen, aus kleinen Wassertröpfchen gebildeten Thaues, die bald zu grösseren Tropfen zusammenfliessen. Ebenso verdichtet sich der Wasserdampf an einem kalten Körper, welcher in einen warmen, mit feuchter Luft erfüllten Raum gebracht wird, an den kalten Fensterscheiben eines geheizten Zimmers u. s. w, indem die zunächst mit dem kalten Körper in Berührung kommenden Lufttheilchen so weit abgekühlt werden, dass sie nicht mehr die ganze in ihnen enthaltene Dampfmenge im luftförmigen Zustande aufzunehmen im Stande sind (vergl. § 218, 2). Dalton fand das merkwürdige Gesetz auf, dass die Sättigungscapacität eines Raumes für den Dampf irgend einer Flüssigkeit unabhängig ist von dem Vorhandensein und der Natur eines anderen in dem Raum befindlichen Gases; so dass also z. B. ein Raum von 1 Cub^{dm} stets dieselbe Menge Wasserdampf aufzunehmen im Stande ist, gleichviel ob er luftleer oder mit atmosphärischer Luft, Sauerstoff, Wasserstoff oder irgend einem anderen Gase oder Dampfe von beliebiger Dichtigkeit erfüllt ist. Nur sättigt sich ein luftleerer Raum in kürzerer Zeit mit Dampf, als wenn er mit Gas gefüllt ist, welches der schnellen Ausbreitung des Dampfes ein Hinderniss entgegensetzt.

§ 214. Spannkraft des gesättigten Dampfes. Der in einem Raum befindliche Dampf übt, wie andere luftförmige Körper, vermöge seiner Elasticität einen Druck auf die Wände des Gefässes aus, in welchem er enthalten ist. Dieser Druck wächst mit der Temperatur und Dichtigkeit des in dem Raum enthaltenen Dampfes. Jeder Temperatur entspricht eine gewisse Sättigungsmenge, mithin auch ein Maximum der Spannkraft des gesättigten Dampfes. Um diese Spannkraft für verschiedene Temperaturen zu bestimmen, muss man ein verschiedenes Verfahren einschlagen, je nachdem man die Bestimmung für Temperaturen ausführen will, welche unter oder über dem Siedepunkt der Flüssigkeit liegen. Jede Flüssigkeit siedet nämlich bei derjenigen Temperatur, bei welcher die Spannkraft ihres gesättigten Dampfes dem auf der Flüssigkeit lastenden Atmosphärendruck gleichkommt. Ist diese Temperatur erreicht, so vermögen die vom Boden des Gefässes und aus dem Innern der Flüssigkeit sich entwickelnden Dämpfe durch ihre Expansivkraft den Druck der auf der Oberfläche der Flüssigkeit lastenden Atmosphäre zu überwinden.

§ 215. Zur Bestimmung des Maximums der Spannkraft der Dämpfe bei niederen Temperaturen bedient man sich der Torricelli'schen Röhre (§ 90). Mehrere 800^{mm} (30″) lange, an einem Ende zugeschmolzene, mit Quecksilber gefüllte und durch Auskochen von Luft befreite Röhren werden, mit dem offenen Ende in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäss getaucht, neben einander aufgestellt, so dass in jeder derselben ein Torricelli'sches Vacuum entsteht. Eine der Röhren bleibt luftleer; in jede der anderen Röhren bringt man eine geringe Quantität einer der Flüssigkeiten, deren Dampfspannungen bestimmt werden sollen. Diese Flüssigkeiten steigen vermöge ihres geringeren specifischen Gewichts bis zum Gipfel der in der Röhre enthaltenen Quecksilbersäule auf, und der über derselben befindliche leere Raum wird mit dem Dampf der Flüssigkeit gesättigt. Die Quecksilbersäule sinkt in Folge des von dem gebil-

Fig. 212.



deten Dampf auf ihren Gipfel ausgeübten Druckes, und die Höhendifferenz des Quecksilbers in der leeren und in der mit Dampf gesättigten Röhre giebt die Spannkraft des gesättigten Dampfes an, wenn man die geringe, leicht aus dem specifischen Gewicht der Flüssigkeit zu berechnende Depression in Abrechnung bringt, welche von dem Gewicht des über der Quecksilbersäule befindlichen Flüssigkeitstropfens herrührt. Will man die Spannkraft der Dämpfe für verschiedene Temperaturen bestimmen, so braucht man nur den ganzen Apparat mit einem weiteren Gefäss zu umgeben, welches mit Wasser oder einer anderen Flüssigkeit gefüllt ist, deren Temperatur durch Thermometer genau bestimmt werden kann. Mit wachsender Temperatur sieht man dann durch die vergrösserte Dampfspannung im Innern der Röhren das Quecksilberniveau sich mehr und mehr erniedrigen. Bei der Temperatur des Siedepunkts der in der Röhre enthaltenen Flüssigkeit steht das Niveau innen und aussen gleich hoch, die Elasticität des Dampfes hält also gerade dem Druck der äusseren Luft das Gleichgewicht.

§ 216. **Zur Bestimmung des Dampfdruckes bei Temperaturen, welche den Siedepunkt überschreiten**, kann man sich einer Röhre (Fig. 213) bedienen, die aus einem kurzen und weiten, geschlossenen Schenkel und einem engeren, hinreichend langen und oben offenen Schenkel besteht. Dieselbe ist mit Quecksilber gefüllt, über welchem sich im kürzeren Schenkel bei *A* eine geringe Menge der Flüssigkeit befindet, deren Dampfspannung bestimmt werden soll. Wird dieselbe durch ein das weitere Gefäss umgebendes Wasser- oder Oelbad bis über ihren Siedepunkt erhitzt, so treiben die sich entwickelnden Dämpfe das Quecksilber durch ihren Druck in dem engen, offenen Schenkel in die Höhe, so lange bis der Druck der gehobenen Quecksilbersäule zusammen mit dem Druck der Atmosphäre der Elasticität des Dampfes das Gleichgewicht hält. Beträgt z. B. die Niveaudifferenz des Quecksilbers in beiden Schenkeln 760mm (28″), so ist der Druck des Dampfes 2 Atmosphären, bei einer Niveaudifferenz von 1520mm 3 Atmosphären u. s. f. Dabei muss darauf geachtet werden, dass in dem Gefäss bei *A* immer noch eine kleine Flüssigkeitsmenge im tropfbarflüssigen Aggregatzustand vorhanden sein muss. Wäre bereits alle Flüssigkeit verdampft und würde die Temperatur noch weiter gesteigert, so enthielte der Raum bei *A* nicht mehr die ganze Dampfmenge, die er bei der stattfindenden Temperatur erhalten kann. Der Dampf heisst in diesem Fall **überhitzt**.

Fig. 213.

In der Praxis wendet man zur Bestimmung der Dampfspannung in Dampfkesseln **offene** oder **geschlossene Manometer** (§ 93) an.

§ 217. Von den folgenden **Tabellen** giebt die erste eine Vergleichung der Spannkräfte der Dämpfe einiger verschiedener Flüssigkeiten bei verschiedenen Temperaturen, die zweite und dritte die Spannkraft des Wasserdampfes für höhere Temperaturen nach den Resultaten der Versuche von **Regnault**. Eine dritte Tabelle über die Spannkraft und Sättigungsmenge des Wasserdampfes zwischen — 15° und + 30° R. siehe unter § 221.

A. **Dampfspannungen einiger Flüssigkeiten in par.‴**

Temp. C.	Schweflige Säure.	Aether.	Alkohol.	Wasser.
—20°	212	30	1,5	0,4
—10°	338	50	2,9	0,9
0°	516	81	5,7	2,0
10°	762	127	10,8	4,0
20°	1091	192	19,7	7,7
30°	1521	282	34,8	14,0
40°	2070	403	59,2	24,3
50°	2758	563	97,5	40,8
60°	4092	766	155,2	66,0
70°	—	1023	239,9	103,3
80°	—	1341	360,3	157,0
90°	—	1728	526,8	232,9
100°	—	2195	751,4	336,9

B. Dampfspannung des Wassers für höhere Temperaturen in Atmosphären (1 Atm. = 336,9 par.''' oder 760mm).

Temp. C.	Atm.	Temp. C.	Atm.
100°	1	161,5	6,5
111,7	1,5	165,3	7
120,6	2	168,2	7,5
127,8	2,5	170,8	8
133,9	3	175,8	9
139,2	3,5	180,3	10
144,0	4	213,0	20
148,3	4,5	236,2	30
152,2	5	252,5	40
155,9	5,5	265,9	50
159,2	6		

Man sieht aus diesen Tabellen, dass mit wachsender Temperatur die Spannkraft der Dämpfe in immer schnellerem Verhältniss zunimmt. Die Spannkraft des Wasserdampfes bei verschiedenen Temperaturen wird mit hinreichender Genauigkeit durch die von August angegebene Formel dargestellt:

$$\log p = \frac{A\ (t - 100)}{B + t},$$

worin bei Anwendung dekadischer Logarithmen $A = 5{,}057$, $B = 226{,}37$ zu setzen ist. Man erhält mittelst der Formel den Druck in Atmosphären ausgedrückt. Wählt man irgend eine andere Einheit, so hat man nur zu $\log p$ den Logarithmus einer Atmosphäre, in der gewünschten Einheit ausgedrückt, zu addiren, bevor man den Numerus aufschlägt.

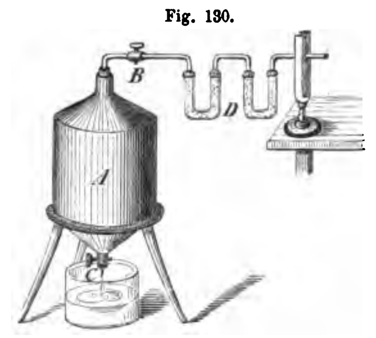
§ 218. Bestimmung des Feuchtigkeitsgehalts der Atmosphäre oder Hygrometrie. Für die Meteorologie (§ 256 ff.) ist es von grosser Wichtigkeit, den jedesmaligen Feuchtigkeitsgehalt der Luft mit möglichster Schnelligkeit und Genauigkeit bestimmen zu können, da durch denselben der Eintritt der wässerigen Niederschläge (Wolkenbildung, Regen, Schnee, Thau u. s. w.) wesentlich bedingt ist. In Folge der Verdunstung von der Oberfläche des Meeres, der Binnengewässer, der Vegetation u. s. w. ist die Luft, namentlich in ihren unteren Schichten, stets theilweise mit Wasserdampf gesättigt. Enthält dieselbe wenig Wasserdampf, so heisst sie trocken, enthält sie fast die ganze zu ihrer Sättigung erforderliche Menge, so heisst sie feucht. Bei gleichem absoluten Gehalt an Wasserdampf wird eine Luftmenge um so feuchter erscheinen, je niedriger ihre Temperatur ist. Wird die Temperatur mehr und mehr erniedrigt, so wird bei einem gewissen Temperaturgrade die vorhandene Dampfmenge zur Sättigung des Luftraumes hinreichend sein und bei weiterer Erniedrigung der Temperatur ein Theil derselben sich im flüssigen Zustande niederzuschlagen beginnen (§ 213). Der Temperaturgrad, bei welchem der Niederschlag eintritt, heisst der Thaupunkt. Die zum Eintritt des Niederschlags erforderliche Temperaturerniedrigung wird um so grösser sein, oder der Thaupunkt wird um so tiefer unter der Lufttemperatur liegen, je trockener die Luft ist.

Der absolute Feuchtigkeitsgehalt der Atmosphäre wächst und fällt im Allgemeinen mit der Temperatur, ist daher im Sommer grösser als im Winter, in den Nachmittagsstunden grösser als kurz vor Sonnenaufgang. Den umgekehrten Gang befolgt das mittlere Sättigungsverhältniss oder die relative Feuchtigkeit, d. h. die Zahl, welche angiebt, wie viel Procent von der zur Sättigung für die stattfindende Temperatur erforderlichen Wasserdampfmenge in der Luft enthalten sind. Die Atmosphäre pflegt ihrem Sättigungspunkt um so näher zu sein, je niedriger die Temperatur ist. (Vgl. auch §§ 254, 256).

Die genaueste Methode zur Bestimmung des Wasserdampfgehalts der Luft ist die Methode der Absorption und direkten Wägung. Dieselbe beruht auf der Eigenschaft gewisser Salze und Flüssigkeiten, den in der Luft enthaltenen Wasser-

dampf an sich zu ziehen und vollständig zu absorbiren. In besonders hohem Grad besitzen diese Fähigkeit das wasserfreie (geschmolzene) Chlorcalcium und die concentrirte Schwefelsäure (Schwefelsäurehydrat). Leitet man feuchte Luft durch eine Röhre, welche mit Chlorcalciumstücken oder mit Bimsstein, getränkt mit concentrirter Schwefelsäure, angefüllt ist, so wird dieselbe vollständig ihres Feuchtigkeitsgehaltes beraubt, und die Gewichtszunahme der Röhre während des Hindurchleitens der Luft giebt genau die in der Luft enthaltene Feuchtigkeitsmenge an. Um ein genau bestimmtes Luftvolumen durch die Röhre zu leiten, bedient man sich eines **Aspirators**, d. h. eines Gefässes *A* (Fig. 214), dessen genau bekannter Inhalt einige Liter beträgt, welches oben und unten, bei *B* und *C*, mit Oeffnungen versehen ist, die durch Hähne verschlossen werden können, und welches vor dem Versuche mit Wasser gefüllt wird. Mit der oberen Oeffnung können die mit Chlorcalciumstücken gefüllten und vorher genau gewogenen Röhren *D* mittelst eines Kautschukschlauches in Verbindung gesetzt werden. Oeffnet man dann die Hähne *B* und *C*, so dass das Wasser bei *C* langsam ausfliesst, so wird durch die Röhren *D* ein dem ausgeflossenen Wasservolumen genau gleiches Luftvolumen angesaugt und giebt seinen Feuchtigkeitsgehalt an das Chlorcalcium ab. Die Gewichtszunahme der Röhren *D* nach dem Versuch giebt daher die in dem angesaugten Luftvolumen enthaltene Feuchtigkeitsmenge an. Um zu verhüten, dass Wasserdampf rückwärts aus dem Gefäss *A* nach *D* gelange, kann zwischen *D* und *B* noch ein kleines, mit Chlorcalcium gefülltes Rohr angebracht werden, welches mit dem Aspirator in Verbindung bleibt. — Diese Methode giebt die genauesten Resultate, erfordert aber die grösste Zeit und Mühe und ist deshalb zu schneller Bestimmung der Luftfeuchtigkeit für praktische Zwecke nicht geeignet.

Fig. 130.



§ 219. Die **Hygrometer** oder Apparate zur schnellen Bestimmung des Feuchtigkeitsgehalts der Luft können in verschiedene Klassen getheilt werden, nämlich in 1) solche, welche auf der **hygroskopischen** Beschaffenheit gewisser organischer Körper beruhen, d. i. auf der Eigenschaft derselben, durch den Einfluss der Luftfeuchtigkeit eine Aenderung ihrer Gestalt oder Ausdehnung zu erleiden; 2) die **Condensationshygrometer**, bei welchen der Feuchtigkeitsgehalt der Luft durch Bestimmung des Thaupunktes ermittelt wird; 3) das **Psychrometer**, dessen Gebrauch auf der Bestimmung der durch die Verdunstung erzeugten Temperaturerniedrigung beruht, welche um so grösser ist, je trockener die Luft ist und je schneller daher die Verdunstung erfolgt.

Fig. 215.

Zur ersten Klasse gehören das **Haarhygrometer** von Saussure und das **Fischbeinhygrometer** von De Luc. Ersterer benutzte ein weiches, nicht krauses und am besten blondes Menschenhaar, welches zuvor durch Erwärmen in einer verdünnten Sodalösung seiner natürlichen Fettigkeit beraubt worden war. Dasselbe wird mit einem Ende, bei *A*, festgeklemmt und mit dem anderen Ende, bei *B*, um eine kleine Rolle geschlungen. Durch einen in entgegengesetzter Richtung um die Rolle geschlungenen Faden, an welchem ein kleines Gewichtchen *C* oder eine Spiralfeder angebarcht ist, wird das Haar in schwacher und immer gleichmässiger Spannung erhalten. Bei feuchter Luft verlängert sich das Haar durch Aufsaugung von Feuchtigkeit, bei trockener Luft verkürzt es sich, und die

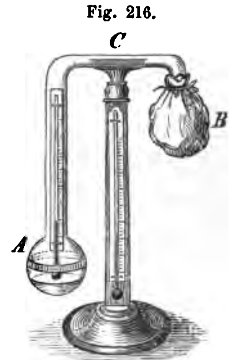
geringen Aenderungen seiner Länge werden durch einen an der Axe der Rolle *B* befestigten Zeiger sichtbar gemacht, dessen Ende sich auf einer in 100 Grade getheilten Skala bewegt, auf welcher der Nullpunkt der grössten Trockenheit, die Zahl 100 der Sättigung der Luft mit Wasserdampf entspricht. Ersterer Punkt wird bestimmt, indem man das Instrument unter eine Glasglocke mit Chlorcalcium oder mit einer Schale mit concentrirter Schwefelsäure bringt, letzterer unter einer Glocke, deren Wände ganz mit Wasser befeuchtet sind. Der Zwischenraum zwischen beiden Stellungen des Zeigers wird in 100 gleiche Grade getheilt. — Das Hygrometer von De Luc ist ganz ähnlich eingerichtet, enthält aber an Stelle des Haares einen dünnen, quer über die Fasern geschnittenen Fischbeinstreifen. De Luc bestimmte den Punkt der grössten Feuchtigkeit, indem er das ganze Instrument in Wasser tauchte.

Diese Instrumente sind für die Beobachtung sehr bequem, geben aber keine hinreichend zuverlässigen Resultate. Die Grade derselben entsprechen keineswegs den Procenten des Feuchtigkeitsgehalts der Luft, beide Instrumente stimmen in ihren Angaben nicht überein, zwei Instrumente derselben Gattung differiren nicht selten beträchtlich in ihrem Gange, und sogar die Empfindlichkeit eines und desselben Instruments für den Wechsel der Luftfeuchtigkeit ist bedeutenden Aenderungen unterworfen.

Andere hygroskopische Körper, welche zu Hygrometern benutzt werden, sind z. B. Darmsaiten (in den sogenannten Wetterhäuschen), die Fruchtgrannen mehrerer Arten der Gattung Geranium, welche sich im trockenen Zustande spiralig zusammenrollen, im feuchten Zustand aufrollen und dergl. mehr. Die meisten pulverförmigen Körper sind in mehr oder minder hohem Grade hygroskopisch. Gedrehte Hanfseile verkürzen sich in feuchter, verlängern sich in trockener Luft.

§ 220. Condensationshygrometer. Bringt man in ein Glas Wasser ein Thermometer und erniedrigt die Temperatur desselben allmählich durch Hinzufügen von Eis und kaltem Wasser, so wird sich bei einem gewissen Temperaturgrade auf der Aussenfläche des Glases ein feiner Thau von Wassertröpfchen zu zeigen beginnen. Die Temperatur, welche das Thermometer in diesem Augenblicke angiebt, ist der Thaupunkt (§ 218). Sobald nämlich die mit dem Glase in Berührung kommenden Luftheilchen bis zu dieser Temperatur abgekühlt werden, beginnt sich der in ihnen enthaltene Wasserdampf in flüssigem Aggregatzustand niederzuschlagen. Zur genauen Bestimmung des Thaupunktes dient das Daniell'sche Aetherhygrometer. Dasselbe besteht aus zwei Glaskugeln *A* und *B* (Fig. 216), welche durch ein zweimal knieförmig gebogenes Rohr *C* mit einander verbunden sind. Die Kugel *A* ist etwa zur Hälfte mit Aether gefüllt und enthält das Gefäss eines kleinen Thermometers, welches bis unter die Oberfläche des Aethers hinabragt, während die Skala im längeren Schenkel der Röhre *C* eingeschlossen ist.

Fig. 216.

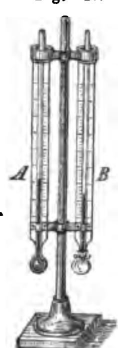


Der übrige Theil der Röhre und der Kugeln ist luftleer und enthält nur Aetherdampf. Die Kugel *B* ist mit dünnem Zeug umhüllt, auf welches beim Versuch Aether getropft wird. Die durch die Verdunstung des Aethers bewirkte Temperaturerniedrigung hat eine Condensation des Aetherdampfes im Innern der Kugel *B* zur Folge. In der Kugel *A* bildet sich in Folge dessen neuer Aetherdampf und entzieht die zu seiner Bildung erforderliche Wärme dem zurückbleibenden Aether, dem Gefäss und dem

Thermometer, welches langsam zu sinken beginnt. Sobald auf der Oberfläche des Gefässes ein feiner Hauch von Wassertröpfchen sichtbar wird, beobachtet man die Temperatur des Thaupunktes, während gleichzeitig ein zweites an dem Stativ des Instrumentes angebrachtes Thermometer die Lufttemperatur angiebt. Mit Hilfe der Tabelle *A*, § 221 ist dann die absolute, in der Luft enthaltene Dampfmenge, so wie der Procentgehalt im Verhältniss zur Sättigungsmenge leicht zu bestimmen. Ist z. B. die Lufttemperatur 16° R., die des Thaupunktes aber 9° R., so enthalten 1000 Liter Luft nur 10,13gr. Wasserdampf, während dieselben bei 16° R. 17,23gr. aufzunehmen im Stande wären, das Sättigungsverhältniss ist daher $\frac{10,13}{17,23}$ oder 58,8 Procent.

§ 221. Das Psychrometer von August besteht aus zwei in ihrem Gange sehr genau übereinstimmenden Thermometern *A* und *B* (Fig. 217), welche neben einander auf einem Stativ befestigt sind. Dieselben müssen empfindlich genug sein, um Zehntelgrade mit Sicherheit ablesen zu können. Die Kugel des einen Thermometers ist mit dünnem Zeug umwickelt, welches fortwährend feucht erhalten wird. In Folge der Verdunstung steht das feuchte Thermometer immer niedriger als das trockene, und der Temperaturunterschied zwischen beiden oder die psychrometrische Differenz ist um so grösser, je schneller die Verdunstung vor sich geht. Sie ist Null in einem mit Feuchtigkeit gesättigten Raum, in welchem keine Verdunstung stattfindet, und am grössten in absolut trockener Luft. Wenn daher die Lufttemperatur und psychrometrische Differenz bekannt sind, so lässt sich daraus der Grad der Luftfeuchtigkeit mit Hilfe einer zu diesem Zweck berechneten Tabelle ableiten.

Fig. 217.



Die der Berechnung dieser Tabelle zu Grunde liegende Formel kann durch folgende Betrachtungen hergeleitet werden. Es sei t die Temperatur des trockenen, t_1 die des feuchten Thermometers, also $t - t_1 = d$ die beobachtete psychrometrische Differenz. Ferner sei m die Sättigungsmenge eines Liters Luft bei der Temperatur t, m_1 die Sättigungsmenge für die Temperatur t_1, a die zur Zeit der Beobachtung in einem Liter wirklich vorhandene Dampfmenge. Die an der Kugel des feuchten Thermometers vorbeistreichende Luft sättigt sich an derselben mit Feuchtigkeit für die Temperatur t_1. Da 1 Liter Luft bereits die Dampfmenge a enthält, so wird es noch $m_1 - a$ Gewichtseinheiten Dampf aufzunehmen fähig sein, zu deren Verdunstung $(m_1 - a) . l$ Wärmeeinheiten erforderlich sind, wenn l die Verdampfungswärme der Gewichtseinheit Wasser (§ 211) bezeichnet. Wenn die Temperatur des feuchten Thermometers constant geworden ist, so muss diese Wärmemenge durch die umgebende Luft geliefert werden, welche sich, indem sie den Dampf aufnimmt, um $t - t_1 = d$ Grade abkühlt. Es sei P das Gewicht eines Liters Luft und c die specifische Wärme der Luft (§ 230), oder die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um ein Kilogramm Luft um 1° zu erwärmen, so ist Pcd die von der Luft abgegebene Wärmemenge. Es muss also

$$(m_1 - a) . l = Pcd$$

sein, woraus folgt

$$a = m_1 - \frac{Pc}{l} . d.$$

Bezeichnen ferner e und e_1 die Spannkräfte des gesättigten Wasserdampfes bei den Temperaturen t und t_1, x die gesuchte Spannkraft des in der Luft wirklich enthaltenen Dampfes, $s = 0{,}622$ die Dichtigkeit des Wasserdampfes im Verhältniss zu atmosphärischer Luft von gleicher Spannung und Temperatur, P_0 das Gewicht eines Liters Luft im Normalzustand (§ 202), d. h. bei 0° und unter dem Druck einer Atmosphäre (336'''), endlich b den Barometerstand in Linien ausgedrückt, so

ist bei 0° und dem Barometerstand b das Gewicht eines Liters Luft gleich $P_0 \cdot \frac{b}{336}$, mithin bei der Temperatur t_1

$$P = \frac{P_0}{1+\alpha t_1} \cdot \frac{b}{336},$$

ebenso ergiebt sich

$$m_1 = \frac{P_0 s}{1+\alpha t_1} \cdot \frac{e_1}{336} \text{ und } a = \frac{P_0 s}{1+\alpha t} \cdot \frac{x}{336}.$$

Setzt man diese Werthe für P, m_1 und a in obiger Gleichung ein, so erhält man, mit Weglassung der allen Gliedern gemeinschaftlichen Faktoren,

$$\frac{sx}{1+\alpha t} = \frac{se_1}{1+\alpha t_1} - \frac{c}{l} \cdot \frac{b}{1+\alpha t_1} \cdot d,$$

oder, da ohne erheblichen Fehler die Ausdrücke $1+\alpha t$ und $1+\alpha t_1$ als gleich betrachtet werden dürfen,

$$x = e_1 - \frac{cb}{ls} \cdot d = A - B.$$

Man findet also die Spannkraft des in der Atmosphäre wirklich vorhandenen Dampfes, indem man von der Spannkraft e_1 des für die Temperatur t_1 gesättigten Dampfes (Tafel A) ein der psychometrischen Differenz d proportionales Glied (Tafel B) abzieht. Bei Berechnung des Faktors $\frac{cb}{ls}$ ist, genau genommen, zu beachten, dass die Verdampfungswärme l von der Temperatur abhängig ist (§ 210); inzwischen lehrt die Erfahrung, dass man ohne merklichen Fehler diese Aenderung vernachlässigen und bei dem mittleren Barometerstand $b_0 = 760^{mm}$ (336‴) für diesen Faktor den constanten Werth 0,32 (bei Anwendung Réaumur'scher Temperaturgrade) annehmen darf. Bei höherem oder tieferem Barometerstand ist dem Abzugsgliede eine Correktion hinzuzufügen, welche aus einer besonderen Tabelle entnommen oder, wie unten angegeben, berechnet werden kann.

Ist die Temperatur t_1 unter 0°, also die Kugel des Feuchtthermometers mit Eis bedeckt, so ist das Abzugsglied im Verhältniss von 8 : 7 zu verkleinern.

Um aus der gefundenen Spannkraft x das **Sättigungsverhältniss** abzuleiten, hat man dieselbe durch die Spannkraft e des gesättigten Dampfes bei der Temperatur t^0 zu dividiren.

A. Spannkraft und Sättigungsmenge des Wasserdampfes für Temperaturen von −15 bis +30° R.*)

(Die Spannkräfte sind in par.‴ und Mm., die Sättigungsmenge für 1 Cubm. in Grammen ausgedrückt.)

Temp. R.	Druck par.‴;	Druck Mm.	Sättigungsmenge.	Temp. R.	Druck par.‴;	Druck Mm.	Sättigungsmenge.	Temp. R.	Druck par.‴;	Druck Mm.	Sättigungsmenge.
−15°	0,45;	1,01	1,15	0°	2,00;	4,52	4,82	15°	7,10;	16,02	15,99
−14	0,49;	1,12	1,26	1	2,19;	4,95	5,25	16	7,68:	17,33	17,23
−13	0,56;	1,25	1,42	2	2,40;	5,41	5,72	17	8,29;	18,71	18,51
−12	0,62;	1,40	1,58	3	2,62;	5,91	6,22	18	8,94;	20,18	19,88
−11	0,69;	1,55	1,75	4	2,85;	6,44	6,75	19	9,65;	21,76	21,36
−10	0,76;	1,72	1,92	5	3,12;	7,03	7,34	20	10,40;	23,46	22,93
− 9	0,85;	1,91	2,12	6	3,40;	7,67	7,96	21	11,20;	25,26	24,60
− 8	0,93;	2,11	2,33	7	3,70;	8,36	8,63	22	12,05;	27,18	26,35
− 7	1,03;	2,32	2,55	8	4,03;	9,10	9,36	23	12,96;	29,23	28,22
− 6	1,14;	2,56	2,81	9	4,38;	9,88	10,13	24	13,93;	31,42	30,21
− 5	1,25;	2,82	3,08	10	4,75;	10,72	10,93	25	14,97;	33,76	32,33
− 4	1,38;	3,11	3,38	11	5,16;	11,63	11,81	26	16,06;	36,24	34,54
− 3	1,52;	3,43	3,71	12	5,59;	12,61	12,75	27	17,23;	38,88	36,94
− 2	1,67;	3,77	4,05	13	6,06;	13,67	13,77	28	18,49;	41,71	39,45
− 1	1,83;	4,13	4,42	14	6,56;	14,80	14,84	29	19,79;	44,64	42,06
− 0	2,00;	4,52	4,82	15	7,10;	16,02	15,99	30	21,18;	47,78	44,89

*) Da bei meteorologischen Beobachtungen in Deutschland meist noch die Thermometerskala von **Réaumur** gebräuchlich ist, so ist in dieser Tabelle ausnahmsweise die Temperatur nach R. angegeben worden.

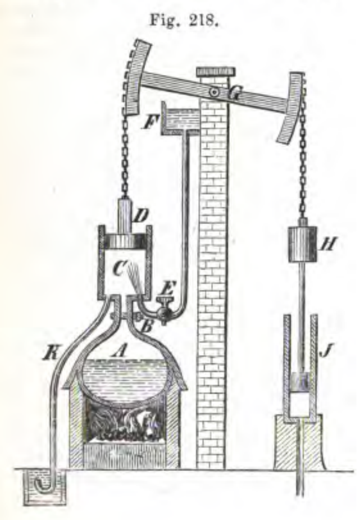
B. Tafel zur Berechnung des Abzugsgliedes.

d	B	d	B
1	0,32	9	2,88
2	0,64	10	3,20
3	0,96	11	3,52
4	1,28	12	3,84
5	1,60	13	4,16
6	1,92	14	4,48
7	2,24	15	4,80
8	2,56	16	5,12

C. Die Barometercorrektion kann mit hinreichender Genauigkeit $= \frac{bd}{1000}$ angenommen werden und ist vom Abzugsglied B zu subtrahiren oder zu demselben zu addiren, je nachdem der Barometerstand um b Linien niedriger oder höher ist als 28″.

§ 222. Anwendung des Dampfdruckes als bewegender Kraft; Dampfmaschinen. Schon Hero von Alexandrien (vergl. § 96) beschrieb mehrere Vorrichtungen, um durch die Kraft des ausströmenden Dampfes Bewegungen zu erzeugen, darunter die Aeolipile, welche durch die Rückwirkung des ausströmenden Dampfes nach Art der Segner'schen Turbine (§ 87) in Umdrehung versetzt wird. Später benutzte Salomon de Caus den Druck des eingeschlossenen Dampfes zum Heben von Wasser mittelst einer dem Heronsball (§ 96) dem Princip nach vergleichbaren Vorrichtung. Papin erfand 1690 die erste Dampfmaschine mit einem in einem Cylinder beweglichen Kolben. Unter dem Kolben sollte durch Verdichtung von Dämpfen ein luftleerer Raum erzeugt und der Kolben durch den Luftdruck niedergedrückt werden. Doch wurde der Vorschlag nicht praktisch ausgeführt. Savery benutzte zuerst den Dampfdruck praktisch zur Hebung des Wassers aus Kohlenbergwerken. Die späteren Dampfmaschinen können in einfach wirkende oder atmosphärische und in doppelt wirkende unterschieden werden. Erstere wurden namentlich von Newcomen construirt und zum Heben der Grubenwässer in Kohlenbergwerken benutzt; letztere wurden durch James Watt (1736—1819) wesentlich in ihrer gegenwärtigen Gestalt ausgebildet.

Fig. 218.



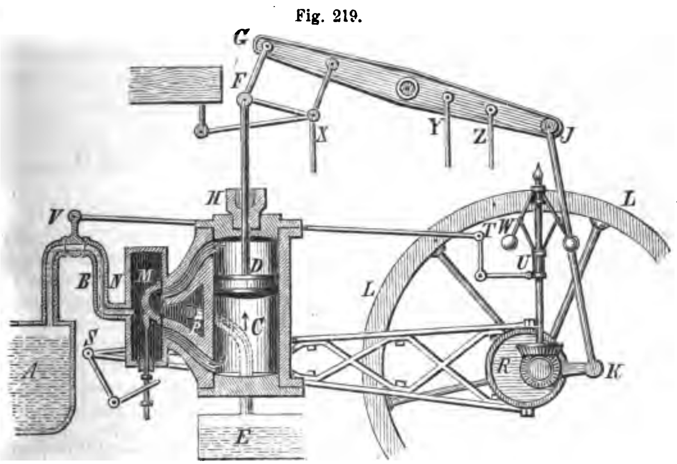
Die atmosphärische Maschine von Newcomen zeigt in ihren wesentlichen Theilen folgende Einrichtung. Der im Kessel A erzeugte Dampf tritt durch das Rohr B in den Cylinder C und treibt durch seinen Druck den luftdicht anschliessenden, beweglichen Kolben D in die Höhe. Der Cylinder ist oben offen, so dass die obere Fläche des Kolbens dem freien Atmosphärendruck ausgesetzt ist, welcher durch den Druck des Dampfes überwunden wird. Wird darauf der Hahn B geschlossen und der Hahn E geöffnet, so tritt aus dem höher gelegenen Reservoir F eine Quantität kalten Wassers in den Cylinder, wodurch der Dampf plötzlich verdichtet und unter dem Kolben D ein luftleerer Raum erzeugt wird. In Folge dessen wird der Kolben durch den auf seine obere Fläche wirkenden Atmosphärendruck herabgetrieben. Schliesst man darauf den Hahn E und öffnet B, so wiederholt sich der erste Vorgang u. s. f. Das Rohr K dient zum Abfluss des in den Cylinder eingetretenen und durch Verdichtung des Dampfes entstandenen Wassers. Um das Eindringen von Luft in den Cylinder zu ver-

hüten, muss dasselbe mehr als 10,5m (32′) lang sein (§ 90). Die auf- und niedergehende Bewegung des Kolbens wird mittelst der Kolbenstange an einen um *G* drehbaren zweiarmigen Hebel oder Balancier übertragen, an dessen anderem Ende die Pumpenstange *H* der zur Hebung des Wassers aus dem Bergwerksschacht dienenden Pumpe *J* befestigt ist. Beim Herabgehen des Kolbens wird die Pumpenstange durch den auf die Oberfläche des Kolbens wirkenden Atmosphärendruck gehoben. Während der Kolben emporsteigt, sinkt die Pumpenstange durch ihr eigenes Gewicht, welches zu diesem Zweck durch eine bei *H* angebrachte Masse vergrössert ist, wieder herab. Zum abwechselnden Oeffnen und Schliessen der Hähne *B* und *E* war bei der ursprünglichen Einrichtung der Maschine ein besonderer Arbeiter erforderlich. Mittelst der von Humphry Potter erfundenen Selbststeuerung wird dieses Geschäft von der Maschine selbst besorgt, indem die Hähne auf geeignete Weise mit dem Balancier in Verbindung gesetzt werden (vergl. unten § 223).

Die Arbeitsleistung findet bei den atmosphärischen Maschinen nur während des Niedergangs des Kolbens durch den Luftdruck statt. Da dieser für jedes Quadratcentimeter der Kolbenfläche mehr als 1 Kilogramm beträgt (§ 90), so kann hierdurch ein beträchtlicher Effekt erzielt werden. Bei Berechnung des letzteren ist jedoch zu berücksichtigen, dass der Raum unter dem Kolben nie ganz luftleer ist, da der Dampf bei der Temperatur, bis zu welcher der Cylinder durch das Einspritzwasser abgekühlt wird, noch eine beträchtliche Spannung besitzt. Ausserdem sind die Reibungswiderstände zu berücksichtigen. Das Einspritzen des Kühlwassers in den Cylinder selbst hat ferner den Nachtheil, dass die Cylinderwände jedesmal beträchtlich abgekühlt werden und ein grosser Theil des einströmenden Dampfes nutzlos verbraucht wird, um dieselben wieder auf 100° zu erwärmen. Diesen Uebelstand beseitigte James Watt durch die Einrichtung eines besonderen vom Cylinder getrennten Condensators.

§ 223. Die doppeltwirkenden Dampfmaschinen zerfallen in Maschinen mit und ohne Condensation, oder Niederdruck- und Hochdruckmaschinen. Die Einrichtung der Niederdruckmaschinen ist in der vervollkommneten Form, welche dieselbe durch James Watt erhalten, im Wesentlichen folgende: Aus dem Dampfkessel *A* (Fig. 219)

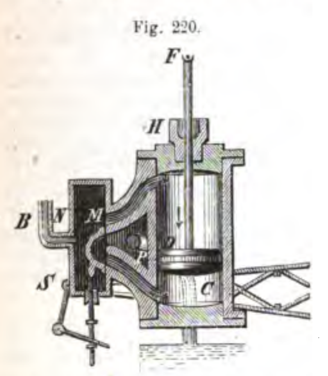
Fig. 219.



tritt der Dampf durch das Rohr *B* abwechselnd in den oberen und unteren Raum des auf beiden Seiten geschlossenen Cylinders *C*, in welchem sich der Kolben *D* auf und ab bewegt. Während der Dampf unter den Kolben tritt, ist der obere Raum des Cylinders mit dem Condensator *E* in Verbindung gesetzt und umgekehrt. Der Condensator ist ein luftleeres, von kaltem Wasser umgebenes Gefäss, in welches zur schnellen

Verdichtung des Dampfes bei jedem Kolbenhub eine gewisse Quantität kalten Wassers eingespritzt wird. Die mit dem Kolben verbundene Kolbenstange *DF* geht dampfdicht durch die Stopfbüchse *H* und überträgt die auf- und niedergehende Bewegung des Kolbens an den Balancier *GI*. Die am anderen Ende des Balanciers befestigte Pleuelstange *IK* versetzt mittelst der Kurbel *K* die Welle des grossen Schwungrades *LL* in Umdrehung, von welcher die Bewegung an die anderen Maschinen übertragen wird, welche durch die Dampfmaschine getrieben werden sollen. Die abwechselnde Verbindung des oberen und unteren Cylinderraums mit dem Dampfkessel und Condensator wird durch den Vertheilungsschieber *M* (s. auch Fig. 220) bewirkt, der sich in dem Schieberkasten *N* bewegt und den Raum desselben in einen inneren und äusseren theilt. Der Dampf tritt durch das Rohr *B* aus dem Kessel zunächst in den äusseren Schieberraum und gelangt bei der in Fig. 219 abgebildeten Stellung des Vertheilungsschiebers von da nach dem unteren Raum des Cylinders, während der Dampf aus dem oberen Cylinderraum nach dem inneren Raum des Schieberkastens und von da durch das Rohr *P* nach dem Condensator *E* strömt. Der Kolben wird also aufwärts getrieben. Wenn derselbe am oberen Ende des Cylinders angelangt ist, wird durch die unten beschriebene Steuerungsvorrichtung der Maschine der Vertheilungsschieber verstellt, so dass, wie in Fig. 220, der Dampf aus dem äusseren Raum des Schieberkastens über den Kolben tritt und der unter dem Kolben befindliche Dampf durch den inneren Schieberraum nach dem Condensator gelangt. Die Verstellung des Schiebers am Ende jedes Kolbenhubes wird mittelst der Steuerungsvorrichtung von der Maschine selbst bewirkt. Durch die auf der Welle des Schwungrades befestigte excentrische Scheibe *R* wird die Schubstange *RS* hin und her bewegt, welche, indem sie bei *S* auf einen Winkelhebel wirkt, die Verstellung des Vertheilungsschiebers bewerkstelligt.

Fig. 220.



Da das Ende des Balanciers sich nur im Kreisbogen bewegen kann, die Kolbenstange hingegen, wenn die Stopfbüchse nicht undicht werden soll, sich genau geradlinig und vertikal auf- und abwärts bewegen muss, so ist dieselbe am Balancier bei *F* nicht unmittelbar, sondern mittelst des sogenannten Watt'schen Parallelogramms befestigt. Bei kleineren Maschinen fällt in der Regel der Balancier weg, und die Kolbenstange wird mit der Kurbel des Schwungrades direkt mittelst einer Lenkstange verbunden. Das Schwungrad *L* dient dazu, durch das Beharrungsvermögen seiner Masse den Gang der Maschine gleichförmig zu machen und insbesondere die Ungleichförmigkeit der Bewegung zu beseitigen, welche aus der hin- und hergehenden Bewegung des Kolbens entspringt. Zur Regulirung des Ganges der Maschine dient ausserdem das Centrifugalpendel oder der Watt'sche Regulator *W*. Derselbe wird durch die Maschine in Umdrehung versetzt. Bei zu schnellem Gang der Maschine entfernen sich die Kugeln desselben von der Umdrehungsaxe; indem sie dadurch gleichzeitig die auf der Axe verschiebbare Hülse *U* in die Höhe ziehen und die daran befestigte Stange *TV* verschieben, wird durch den Hahn bei *V* der Dampfzutritt abgesperrt und der Gang der Maschine verlangsamt. Umgekehrt wird bei zu langsamer Umdrehung dem Dampf freierer Zutritt gestattet und die Bewegung beschleunigt. — Am Balancier sind ferner die Pumpenstangen befestigt, welche die Kaltwasserpumpe *X*, die Condensator- oder Luftpumpe *Y* und die Speisepumpe *Z* in Bewegung setzen. Die Kalt-

wasserpumpe dient zum Einspritzen des kalten Condensationswassers in den Condensator. Die Luftpumpe entfernt aus dem Condensator das in demselben sich ansammelnde warme Wasser und die eingedrungene Luft. Die Speisepumpe dient dazu, einen Theil dieses warmen Wassers in den Dampfkessel zurückzupumpen, um das in demselben verdampfte Wasser zu ersetzen und den Wasserstand im Kessel gleichförmig zu erhalten. Um diesen in jedem Augenblick zu erkennen, ist am Kessel ein Wasserstandzeiger angebracht, ein Glasrohr, welches oben mit dem Dampfraum, unten mit dem Wasserraum des Kessels communicirt. Ausserdem muss am Dampfkessel ein Manometer zur Messung des Dampfdruckes (§ 93) und ein Sicherheitsventil angebracht sein, welches zur Verhütung von Explosionen dient, indem es bei zu sehr gesteigertem Dampfdruck sich öffnet und dem Dampf einen Ausweg gestattet. In der Regel besteht dasselbe in einem einarmigen Hebel (§ 49), dessen freies Ende mit einem Gewicht von geeigneter Grösse beschwert ist, durch welches ein in der Nähe des Unterstützungspunktes angebrachtes, kugelförmiges Metallstück auf eine entsprechende Oeffnung der Kesselwand gepresst wird. Bei zu starkem Dampfdruck wird der Hebel gehoben, und der Dampf entweicht durch die Oeffnung. Niederdruckmaschinen arbeiten gewöhnlich mit einem Dampfdruck von $1\frac{1}{2}$—2 Atmosphären. Bei den Expansionsmaschinen tritt der Dampf aus dem Kessel unter höherem Druck in den Cylinder; der Dampfzutritt wird aber durch einen Expansionsschieber abgesperrt, wenn der Kolben erst einen Theil seines Weges zurückgelegt hat. Der Dampf treibt dann, indem er sich durch seine Elasticität ausdehnt, den Kolben bis ans Ende des Cylinders. Theorie und Erfahrung lehren, dass dadurch eine Ersparniss an Brennmaterial im Verhältniss zur geleisteten Arbeit erreicht wird.

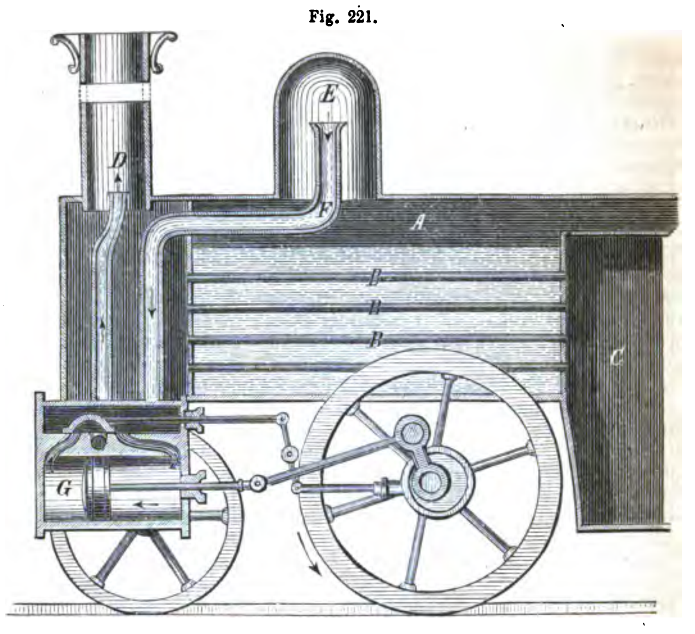
Die Arbeitskraft einer Dampfmaschine berechnet sich nach der Grösse der Kolbenoberfläche und der Differenz des auf beiden Seiten des Kolbens stattfindenden Druckes. Beträgt z. B. der mittlere Dampfdruck auf der vorderen Seite des Kolbens $1\frac{1}{2}$ Atmosph., der Gegendruck im Condensator $\frac{1}{2}$ Atmosph., so bleibt ein Druck von 1 Atmosph. oder von 103,3 Kgr. pro □^{dm} der Kolbenfläche übrig. Beträgt die Oberfläche des Kolbens 1 □^{dm}, die Hubhöhe 1,5^{m} und finden in 1 Minute 60 Auf- und Niedergänge des Kolbens statt, so beträgt die in 1 Minute geleistete Arbeit 103,3 . 1,5 . 120 = 18594 Kilogrammmeter (§ 43). Hiervon sind die Reibungswiderstände der Maschine, einschliesslich der zur Bewegung der Pumpen u. s. w. erforderlichen Arbeit, in Abrechnung zu bringen. Angenommen, diese betragen 30% des Gesammteffekts, so bleibt eine nutzbare Arbeit von 11156,4 Kil^{m} pro Minute übrig. Die Leistungsfähigkeit der Dampfmaschinen wird in der Regel nach Pferdekräften (§ 43) berechnet. Da eine Pferdekraft einer Arbeit von 60 . 75 = 4500 Kil^{m} pro Minute entspricht, so würde die als Beispiel gewählte Maschine eine Leistungsfähigkeit von nahezu $2\frac{1}{2}$ Pferdekräften besitzen.

§ 224. Die Hochdruckmaschinen unterscheiden sich von den Niederdruckmaschinen durch den Mangel des Condensators und durch die höhere Spannung des angewendeten Dampfes, welche in der Regel 5—8 Atmosphären beträgt. Bei so hohem Druck kann man den Condensator wegfallen und den Dampf ohne Condensation in die Atmosphäre entweichen lassen, indem der zu überwindende Gegendruck der Atmosphäre nur einen kleinen Bruchtheil des Gesammteffekts ausmacht.

Die Hochdruckmaschinen haben den Vortheil grösserer Raumersparniss oder eines im Verhältniss zu den Dimensionen der Maschine grösseren Nutzeffekts. Die meisten Hochdruckmaschinen arbeiten mit Expansion (§ 223). Die Lokomotivmaschinen sind stets Hochdruckmaschinen. Der horizontal liegende Kessel *A*, der den grössten Theil des Lokomotivkörpers ausmacht, ist zur schnelleren Dampfbildung der ganzen Länge nach mit Siederöhren *BB* durchzogen, durch welche die heissen Verbrennungsgase aus dem Feuerraum *C* nach dem Schornstein *D* gelangen, und welche für die Verdampfung des Wassers eine grosse Oberfläche darbieten. Aus dem Dampfraum *E* gelangt der Dampf durch das Rohr *F* nach dem Schieberkasten und dem Cylinder *G*, dessen Kolbenstange auf die Kurbel des Triebrades einwirkt. Auf der Axe des letzteren ist die excentrische

Scheibe befestigt, durch welche die Schieberstange bewegt wird. Der gebrauchte Dampf entweicht durch den Schornstein und dient zur Verstärkung des Luftzuges im Feuerheerd (§ 105).

Fig. 221.



In neuerer Zeit sind mehrfache Versuche gemacht worden, die Expansivkraft des Dampfes durch diejenige erhitzter Luft zu ersetzen, doch sind dieselben bisher an praktischen Schwierigkeiten gescheitert, indem entweder die Temperatur so hoch gesteigert werden musste, dass ein Dichthalten der Kolben und Stopfbüchsen unmöglich war, oder die Dimensionen der Arbeitscylinder, im Vergleich zu denen der Dampfmaschinen von gleicher Leistungsfähigkeit, unverhältnissmässig vergrössert werden mussten. — Bei der Gasmaschine von Lenoir wird die Expansivkraft eines durch den elektrischen Funken entzündeten Gemenges von Leuchtgas und atmosphärischer Luft zum Treiben des Arbeitskolbens benutzt. Da die Verbrennung des Gasgemenges im Arbeitscylinder selbst vor sich geht, ist der Wärmeverlust bei diesen Maschinen am geringsten. Ausserdem haben dieselben den Vorzug, dass sie keiner besonderen Feuerungsanlage bedürfen, sondern überall leicht und in kleinem Raume angebracht und in Gang gesetzt werden können, wo eine Gasleitung vorhanden ist. Doch haben sich auch diese Maschinen nur in kleineren Dimensionen praktisch bewährt.

4. Specifische Wärme, Calorimetrie.

§ 225. Specifische Wärme. Um gleiche Gewichtsmengen verschiedener Körper um eine gleiche Anzahl von Graden zu erwärmen, sind ungleiche Wärmemengen erforderlich. Bei gleicher Wärmeaufnahme steigt die Temperatur des Eisens schneller als die des Quarzsandes, und letzterer wird schneller erwärmt als Wasser. Mischt man 1^{kgr} Wasser von 0^0 mit 1^{kgr} Wasser von 100^0, so beträgt die Mischungstemperatur 50^0 (§ 205). Schüttet man dagegen 1^{kgr} Eisenfeilspähne von 100^0 in 1^{kgr} Wasser von 0^0, so wird die Temperatur des letzteren nur etwa auf $10{,}2^0$ erhöht. Da zu diesem Zweck 10,2 Wärmeeinheiten hinreichen, so folgt, dass 1^{kgr} Eisen 10,2 Wärmeeinheiten abgegeben hat, indem es sich von

100° auf 10,2° oder um 89,8° abkühlte. Dieselbe Wärmemenge wird umgekehrt hinreichen, um 1^{kgr} Eisen um 89,8° zu erwärmen. Um also 1^{kgr} Eisen um 1° zu erwärmen, sind nur $\frac{10,2}{89,8} = 0,114$ Wärmeeinheiten erforderlich.

Die specifische Wärme oder Wärmecapacität einer Substanz ist diejenige Zahl von Wärmeeinheiten, welche erforderlich ist, um die Temperatur eines Kilogramms dieser Substanz um 1° C. zu erhöhen. Zur Bestimmung der specifischen Wärme fester und flüssiger Körper bedient man sich dreier verschiedener Methoden, nämlich 1) der Methode der Mischung, 2) der Methode des Eisschmelzens, 3) der Methode der Erkaltungsgeschwindigkeit *).

§ 226. 1. Die Methode der Mischung. Man bedient sich dabei eines Calorimeters oder eines Gefässes aus dünnem Kupfer- oder Messingblech, welches auf einer Unterlage aus möglichst schlechten Wärmeleitern (Holz, Stroh) ruht und eine Wassermenge von bekanntem Gewicht q und bekannter Temperatur t_1 enthält. Nachdem eine gewogene Menge p der zu untersuchenden Substanz auf eine bekannte Temperatur t_2 erwärmt worden, wird dieselbe schnell in das Calorimeter getaucht, und nachdem durch Umrühren mit einem Stabe die Temperatur in der ganzen Wassermasse gleichförmig vertheilt worden, die Mischungstemperatur T an einem hineingestellten Thermometer beobachtet. Es sei x die gesuchte specifische Wärme, so haben p^{kgr} der untersuchten Substanz, indem sie sich von der Anfangstemperatur t_2 bis zur Mischungstemperatur T, also um $t_2 - T$ Grade abkühlten, $p \, . \, x \, . \, (t_2 - T)$ Wärmeeinheiten abgegeben. Dagegen haben q^{kgr} Wasser, indem sie sich von $t_1{}^0$ auf T^0 erwärmten, $q \; (T - t_1)$ Wärmeeinheiten aufgenommen. Da ferner auch das Calorimetergefäss an der Temperaturerhöhung theilnimmt, so ist auch die zu seiner Erwärmung erforderliche Wärmemenge in Rechnung zu bringen. Ist r das Gewicht, s die specifische Wärme der Substanz des Gefässes, so ist diese Wärmemenge $rs \; (T - t_1)$. Man erhält also, da die von dem warmen Körper abgegebene Wärmemenge gleich der Summe der von dem Wasser und von dem Calorimetergefäss aufgenommenen sein muss,

$$px \, (t_2 - T) = q \, (T - t_1) + rs \, (T - t_1)$$

oder

$$x = \frac{(q + rs) \; (T - t_1)}{p \, (t_2 - T)}.$$

Die Grösse rs, welche dem Gewicht q des in dem Calorimeter enthaltenen Wassers hinzugefügt werden muss, um den Einfluss des Gefässes zu berücksichtigen, heisst der calorimetrische Wasserwerth des Gefässes. Es ist leicht, denselben, auch wenn die specifische Wärme der Substanz des Gefässes nicht vorher bekannt ist, durch einen besonderen, vorläufigen Versuch ein für allemal zu bestimmen, indem man z. B. eine gewogene Quantität warmen Wassers von bekannter Temperatur in das Calorimeter bringt. Ist diese Quantität w, ihre Temperatur t, so hat man, da die specifische Wärme des Wassers $= 1$ ist, die Gleichung

$$w \, (t - T) = q \, (T - t_1) + rs \, (T - t_1),$$

in welcher nur das gesuchte Produkt rs unbekannt ist.

Werden zwei Gewichtsmengen verschiedener Substanzen gemischt, deren specifische Wärmen bekannt sind, so ist es nach dem Vorhergehenden leicht, die

*) Neuerdings (1870) hat Bunsen einen Apparat, von ihm Eiscalorimeter genannt, beschrieben, durch welchen genaue Wärmemessungen unter Anwendung von kleineren Mengen der Substanzen ermöglicht werden.

Mischungstemperatur zu berechnen. Es seien p_1 und p_2 die Gewichtsmengen, t_1 und t_2 die anfänglichen Temperaturen, s_1 und s_2 die specifischen Wärmen beider Substanzen, T die gesuchte Mischungstemperatur, und es sei z. B. $t_1 > t_2$, so drückt $p_1 s_1 (t_1 - T)$ die von der wärmeren Substanz abgegebene, $p_2 s_2 (T - t_2)$ die von der kälteren Substanz aufgenommene Wärmemenge aus. Es ist mithin $p_1 s_1 (t_1 - T) = p_2 s_2 (T - t_2)$, woraus folgt

$$T = \frac{p_1 s_1 t_1 + p_2 s_2 t_2}{p_1 s_1 + p_2 s_2}.$$

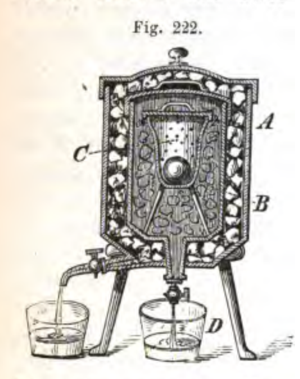
Ebenso erhält man für die Mischungstemperatur einer beliebigen Anzahl verschiedener Substanzen die Formel

$$T = \frac{p_1 s_1 t_1 + p_2 s_2 t_2 + p_3 s_3 t_3 + \ldots}{p_1 s_1 + p_2 s_2 + p_3 s_3 + \ldots}$$

Es ist dies die erweiterte Richmann'sche Regel (vergl. § 205). Die Methode der Bestimmung der specifischen Wärme durch Mischung wurde zuerst von Black (1760) und Irvine angewendet.

§ 227. 2. Die Methode des Eisschmelzens. Es dient dazu am besten das Eiscalorimeter von Lavoisier und Laplace. Dasselbe besteht aus zwei in einander gesetzten Blechgefässen A und B (Fig. 222), welche mit Deckeln versehen sind und einen Hohlraum zwischen sich lassen. In das innere Gefäss kann noch ein drittes Gefäss oder ein Körbchen aus Drahtgeflecht C gesetzt werden, welches zur Aufnahme des Körpers dient, dessen specifische Wärme bestimmt werden soll. Das Innere des Gefässes B sowohl, als der Hohlraum zwischen A und B wird vor Beginn des Versuches mit gestossenem Eis gefüllt. Der zu untersuchende Körper von bekanntem Gewicht wird, nachdem er vorher auf eine bekannte Temperatur, z. B. 100°, erwärmt worden, in das Körbchen C gebracht und die Deckel schnell geschlossen und mit Eisstücken bedeckt. Indem der Körper seinen Wärmeüberschuss an das umgebende Eis abgiebt, wird ein Theil des letzteren geschmolzen. Die durch Schmelzung des Eises in dem inneren Gefäss B entstandene Wassermenge fliesst durch ein Rohr in das Gefäss D ab, in welchem sie gewogen wird. Der mit Eis gefüllte Hohlraum zwischen den Gefässen A und B hat den Zweck, zu verhindern, dass dem Gefäss B von aussen her Wärme zugeführt und dadurch ein Theil des in B enthaltenen Eises geschmolzen werde.

Fig. 222.



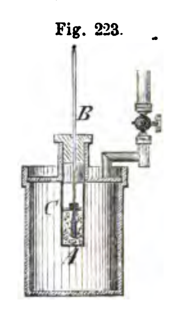
Es sei p das Gewicht des untersuchten Körpers, t seine anfängliche Temperatur, x die gesuchte specifische Wärme, q die durch Schmelzung des Eises erhaltene Wassermenge, so haben p Gewichtseinheiten des Körpers, indem sie sich von t^0 auf 0^0 abkühlten, $p \cdot x \cdot t$ Wärmeeinheiten abgegeben. Um q^{kgr} Eis zu schmelzen, sind (§ 206) $79{,}25 \cdot q$ Wärmeeinheiten verbraucht worden. Es ist also

$$p \cdot x \cdot t = 79{,}25 \cdot q \text{ oder } x = \frac{79{,}25 \cdot q}{p \cdot t}.$$

§ 228. 3. Die Methode des Erkaltens ist besonders von Dulong und Petit zur Bestimmung der specifischen Wärme einer grossen Anzahl von Substanzen benutzt worden. — Werden gleichen Gewichtsmengen zweier verschiedener Substanzen gleiche Wärmemengen entzogen, so ist die dadurch bewirkte Temperaturerniedrigung beider ihren specifischen Wärmen umgekehrt proportional. Es wird demnach die Erkaltungsgeschwindigkeit, unter Voraussetzung gleicher Wärmeabgabe, um so grösser sein, je geringer die specifische Wärme ist. Die Zeit, welche

gleiche Gewichtsmengen verschiedener Körper brauchen, um sich um eine gleiche Anzahl von Graden abzukühlen, wird demnach unter dieser Voraussetzung im direkten Verhältniss ihrer specifischen Wärmen stehen, und wenn die Gewichtsmengen ungleich sind, so steht bei gleicher Wärmeabgabe die Erkaltungszeit im zusammengesetzten Verhältniss der Gewichtsmengen und der specifischen Wärmen. Um die Wärmeabgabe für alle Körper genau gleich zu machen, brachten Dulong und Petit die verschiedenen Substanzen nach einander in dasselbe Gefäss von sehr dünnem polirtem Silberblech A (Fig. 223), durch dessen Deckel der Quecksilberbehälter eines Thermometers B eingeführt werden konnte. Dieses Gefäss war von einem weiteren Metallgefäss C umgeben, dessen Wände, um die von A ausgestrahlte Wärme vollständig aufzunehmen, innen mit Kienruss geschwärzt waren (§ 236) und durch Umgebung von Eis oder Wasser, welches in dem äusseren Gefäss enthalten war, auf 0° oder einer anderen unveränderlichen und bekannten Temperatur erhalten wurden. Der Hohlraum zwischen den Wänden der Gefässe A und C konnte luftleer gepumpt werden, um den unregelmässig abkühlenden Einfluss der Luftströmungen in seinem Innern zu vermeiden, so dass die Wärmeabgabe von A nur durch Ausstrahlung (§ 234) erfolgte. — Man beobachtete nun jedesmal die Zeit, welche erforderlich war, damit die Temperatur des zuvor erwärmten Körpers um eine bestimmte Anzahl von Graden, z. B. von 20° auf 10°, sinke. Sind p und p' die Gewichtsmengen, s und s' die zu vergleichenden specifischen Wärmen zweier Körper, t und t' die beobachteten Erkaltungszeiten, so hat man bei gleicher Wärmeabgabe

Fig. 223.



$$t : t' = p\,s : p'\,s'$$

oder

$$s : s' = \frac{t}{p} : \frac{t'}{p'}.$$

Um den Einfluss der Gefässwände und der Masse des Thermometers in Rechnung zu bringen, muss jedoch jedem der beiden Produkte $p\,s$ und $p'\,s'$ noch ein constantes Glied k hinzugefügt werden, welches dem calorimetrischen Wasserwerth (§ 226) dieser Theile des Apparats entspricht, die an der Wärmeabgabe theilnehmen, so dass man hat

$$t : t' = p\,s + k : p'\,s' + k,$$

woraus, wenn k und s bekannt sind, s' gefunden werden kann. Wählt man als einen der zu vergleichenden Körper Wasser, so ist $s = 1$. Die Grösse k kann, wie der Wasserwerth des Calorimeters bei der Mischungsmethode, durch einen besonderen Versuch bestimmt werden. — Die Erkaltungsmethode eignet sich nicht zur Bestimmung der specifischen Wärme fester Körper von geringer Wärmeleitungsfähigkeit.

§ 229. Gesetz von Dulong und Petit. Dulong und Petit wurden durch ihre Untersuchungen über die specifische Wärme zu dem merkwürdigen Gesetz geführt, dass die specifischen Wärmen der chemischen Grundstoffe im festen Aggregatzustande im umgekehrten Verhältniss ihrer Atomgewichte stehen. Bezeichnen s und s' die specifischen Wärmen, a und a' die Atomgewichte zweier Grundstoffe, so ist demnach: $s : s' = a' : a$ oder $a\,s = a'\,s'$. Es sind demnach die Produkte aus specifischer Wärme und Atomgewicht für alle Grundstoffe im festen Aggregatzustand einander gleich. Das Produkt $a\,s$ drückt offenbar die Wärmemenge aus, welche erforderlich ist, um ein Atom

eines Grundstoffes um einen Grad zu erwärmen, und wird mit dem Namen der Atomwärme bezeichnet. Man kann demnach das obige Gesetz in folgender einfacher Form aussprechen: Alle chemischen Grundstoffe im festen Aggregatzustande haben gleiche Atomwärme.

Durch die Untersuchungen von Neumann und Regnault ist dieses Gesetz bestätigt und auch auf chemische Verbindungen von analoger Zusammensetzung ausgedehnt worden. Nur einige Grundstoffe, namentlich Kohlenstoff, Bor und Silicium, scheinen aus bisher nicht hinreichend aufgeklärten Ursachen von diesem Gesetz abzuweichen (s. unten). Kopp hat gezeigt, dass die Atomwärme einer chemischen Verbindung im festen Aggregatzustand gleich ist der Summe der Atomwärmen ihrer Bestandtheile.

Tabelle der specifischen Wärmen und Atomwärmen einiger fester Grundstoffe nach Regnault.

	spec. W.	Atom-gew.	Atom-wärme		Spec. W.	Atom-gew.	Atom-wärme
Kalium	0,1655	39,13	6,48	Quecksilber (fest)	0,0317	200,2	6,35
Natrium	0,2934	23,05	6,76	Platin	0,0324	197,1	6,39
Lithium	0,9408	7,03	6,62	Wismuth	0,0308	210,0	6,47
Kupfer	0,0952	63,5	6,05	Arsen	0,0814	75,0	6,11
Eisen	0,1138	56,05	6,38	Aluminium	0,2143	27,3	5,85
Zink	0,0955	65,0	6,21	Jod	0,0541	126,8	6,86
Blei	0,0314	207,0	6,40	Brom	0,0843	79,97	6,74
Zinn	0,0562	117,6	6,61	Phosphor	0,1740	31,0	5,39
Gold	0,0324	196,7	6,37	Schwefel	0,1776	32,07	5,70
Silber	0,0570	107,94	6,16	Selen	0,0762	78,8	6,01
Antimon	0,0508	129	6,55				

Grössere Abweichungen vom Dulong-Petit'schen Gesetz zeigen:

		spec. Wärme.	Atomgew.	Atomwärme
Kohlenstoff	Diamant	0,147	12	1,76
	Graphit	0,20		2,4
	Kohle	0,20—0,26		2,4—3,1
Bor	krystallisirt	0,25	11	2,75
	amorph	0,37		4,07
Silicium		0,177	28,0	4,96

Specifische Wärme einiger flüssiger Körper:

Quecksilber	0,028
Schwefelkohlenstoff	0,218
Terpentinöl	0,440
Alkohol	0,602
Wasser	1,000

Es ist übrigens zu bemerken, dass die specifischen Wärmen bei Temperaturen bestimmt werden müssen, welche hinreichend tief unter dem Schmelzpunkte der betreffenden Elemente liegen. Im Besonderen hat sich bei genauerer Untersuchung der specifischen Wärme des Kohlenstoffs ergeben, dass dieselbe mit der Temperatur zunimmt und zwar mehr als bei irgend einer anderen Substanz: die specifische Wärme verdreifacht sich bei der Zunahme der Temperatur von 0° auf 200°. Dürfte man annehmen, dass die specifische Wärme in gleicher Weise noch bis zu einer Temperatur über 500° zunimmt, so würde die specifische Wärme des Diamants bei etwa 525° den Werth 0,52, d. h. den Werth $\frac{6,3}{12}$ haben, welchen das Dulong-Petit'sche Gesetz fordert.

§ 230. Specifische Wärme luftförmiger Körper. Zur Bestimmung der specifischen Wärme gasförmiger Körper dient folgendes Verfahren. Man leitet eine bestimmte Gasmenge durch ein spiralförmig gewundenes Rohr, welches von einem warmen Wasserbad von bekannter Temperatur umgeben ist. Nachdem das Gas dadurch die Temperatur dieses Wasserbades angenommen hat, gelangt dasselbe in ein zweites Spiralrohr, welches in einem mit kaltem Wasser gefüllten Calorimetergefäss enthalten ist. Aus der Erwärmung des Calorimeters und aus der bekannten Menge

und Anfangstemperatur des Gases kann dann auf ähnliche Art wie bei der Mischungsmethode (§ 226) die specifische Wärme des letzteren berechnet werden.

Für die chemisch einfachen Gase (O, N, H, Cl) gilt das Gesetz, dass die specifischen Wärmen im umgekehrten Verhältniss der Dichtigkeiten stehen. Es ist daher stets dieselbe Wärmemenge erforderlich, um gleiche Volumina dieser Gase um gleich viele Grade zu erwärmen. Da ferner gleiche Volumina der einfachen Gase gleich viele Atome enthalten (§ 18), so folgt daraus, dass die chemisch einfachen Gase gleiche Atomwärme haben. Für die zusammengesetzten Gase und Dämpfe gelten ähnliche, aber weniger einfache Gesetze.

Bei der Bestimmung der specifischen Wärme gasförmiger Körper hat man zu unterscheiden, ob die Erwärmung bei constantem Volumen oder bei constantem Druck stattfindet (vergl. § 202). Denkt man sich nämlich eine Gasmasse in einem Gefäss von unveränderlichem Volumen eingeschlossen und in demselben erwärmt, so wird alle dem Gase zugeführte Wärme zur Temperaturerhöhung verwendet. Erwärmt man dagegen ein Gas unter constant bleibendem Druck, so dehnt sich dasselbe aus und leistet dabei eine Arbeit, indem es den Gegendruck der Atmosphäre überwindet (s. unten § 242). Eine Leistung von Arbeit ist aber, wie schon früher (§ 204) bemerkt, stets mit einem Verbrauch von Wärme verbunden. Wird daher 1 Liter Luft bei constantem Druck um 1^0 erwärmt, wobei es sich um $\frac{1}{273}$ seines Volumens ausdehnt, so ist dazu eine grössere Wärmemenge erforderlich, als wenn die Erwärmung bei constantem Volumen erfolgt wäre. In der That kann man die zur Leistung von Arbeit mehr verbrauchte Wärmemenge wieder gewinnen, indem man die Luft auf ihr ursprüngliches Volumen, also um $\frac{1}{273}$, comprimirt. Jede Compression eines Gases ist mit einer Erhöhung, jede Expansion mit einer Erniedrigung der Temperatur verbunden, indem bei ersterer durch die zur Compression verwendete Arbeit Wärme erzeugt, bei letzterer zur Ueberwindung des Gegendruckes, also zur Leistung von Arbeit, Wärme verbraucht und dem Gase entzogen wird.

Die oben angegebene Methode dient zur Bestimmung der specifischen Wärme der Gase bei constantem Druck, da das erwärmte Gas, indem es bei gleichbleibendem Druck durch das Spiralrohr des Calorimeters strömt und seinen Wärmeüberschuss an das kalte Wasser abgiebt, sich gleichzeitig auf ein der Temperaturerniedrigung entsprechendes, geringeres Volumen zusammenzieht. — Die direkte Bestimmung der specifischen Wärme bei constantem Volumen ist bisher an praktischen Schwierigkeiten des Versuchs gescheitert. Da jedoch die Kenntniss derselben für die theoretische Wärmelehre (s. unten § 242), sowie für die Theorie der Verbreitung des Schalls (s. § 121), von besonderem Interesse ist, so hat man sich zu ihrer Bestimmung indirekter Methoden bedient, welche auf der Bestimmung der Temperaturveränderung durch Compression und Expansion der Gase beruhen.

Es sei P_0 das Gewicht eines Liters Luft bei 0^0 und unter dem Druck einer Atmosphäre (§§ 94, 202), c die specifische Wärme der atmosphärischen Luft bei constantem Volumen, c_1 die specifische Wärme bei constantem Druck. Um 1 Liter Luft bei constantem Volumen von 0^0 auf 1^0 zu erwärmen, ist also die Wärmemenge $P_0 c$, zur gleichen Temperaturerhöhung bei constantem Druck die etwas grössere Wärmemenge $P_0 c_1$ erforderlich. Die Differenz beider Wärmemengen, $P_0 (c_1 - c)$, ist im letzteren Fall zur Leistung von Arbeit verbraucht worden, indem sich die Luft um $\frac{1}{273}$ ihres Volumens ausdehnte. Diese Wärmemenge kann wiedergewonnen werden, indem man die Luft auf ihr ursprüngliches Volumen comprimirt. Ist die durch Compression der Luft um $\frac{1}{273}$ ihres Volumens erzeugte Temperaturerhöhung gleich x^0, so ist die durch die Compression erzeugte Wärmemenge $P_0 c . x$. Es ist also

$$P_0 (c_1 - c) = P_0 c x,$$

woraus

$$x = \frac{c_1}{c} - 1.$$

Wird also die Temperaturerhöhung x durch den Versuch bestimmt, so giebt $x + 1$ das Verhältniss der specifischen Wärme der Luft bei constantem Druck und bei constantem Volumen an, welches in der Regel mit γ bezeichnet wird. Aus diesem Verhältniss kann, wenn c_1 bekannt ist, c leicht berechnet werden.

Zur Bestimmung der Temperaturerhöhung bei Compression oder der entsprechenden Temperaturerniedrigung bei der Expansion der Gase bedient man sich am besten folgender, dem Princip nach von Laplace angegebener Methode. Die in einem geräumigen Glasballon (Fig. 224) enthaltene Luft wird anfänglich schwach comprimirt. Nachdem die bei der Compression eingetretene Temperaturerhöhung durch die Wärmeabgabe an die Umgebung völlig ausgeglichen ist, beobachtet man die Vermehrung des Drucks an dem seitwärts angebrachten Manometer. Dieses besteht aus einer mit dem Ballon communicirenden, zweischenkligen Röhre, welche Oel oder concentrirte Schwefelsäure enthält. Die Niveaudifferenz in beiden Schenkeln der Röhre giebt den Druckzuwachs an. Oeffnet man nun den Hahn während sehr kurzer Zeit und schliesst denselben sogleich wieder, so setzt sich der Luftdruck im Ballon mit dem der äusseren Luft ins Gleichgewicht. Bei der Expansion ist aber eine Temperaturerniedrigung eingetreten, und indem sich die im Ballon enthaltene Luft durch Wärmeaufnahme von den Wänden des Gefässes wieder auf die Temperatur der Umgebung erwärmt, sieht man die Flüssigkeitssäule im Manometer aufs Neue steigen. Aus der Grösse der beobachteten Niveaudifferenz kann die Temperaturerniedrigung bestimmt werden, welche der stattgehabten Expansion entspricht. Ist der Druck der Atmosphäre p und die anfänglich hervorgebrachte Druckvermehrung d_1, so hat die Expansion im Volumenverhältniss $p : p + d_1$ oder $1 : 1 + \frac{d_1}{p}$ stattgefunden (§ 92). Durch die darauf folgende Temperaturausgleichung wurde die Niveaudifferenz d_2 im Manometer hervorgebracht. Ist x die zu bestimmende Temperaturerniedrigung, so ist $1 + \alpha x = \frac{p + d_2}{p}$, wenn $\alpha = \frac{1}{273}$ den Ausdehnungscoëfficienten der Gase bezeichnet (§ 202), mithin $x = 273 . \frac{d_2}{p}$. Diese Temperaturerniedrigung ist durch eine Expansion um $\frac{d_1}{p}$ Theile des ursprünglichen Volumens erzeugt worden. — Oben wurde gezeigt, dass, wenn $\frac{c_1}{c}$ das Verhältniss der specifischen Wärmen und x die Temperaturerhöhung durch eine Compression um $\frac{1}{273}$ des ursprünglichen Volumens bezeichnet,

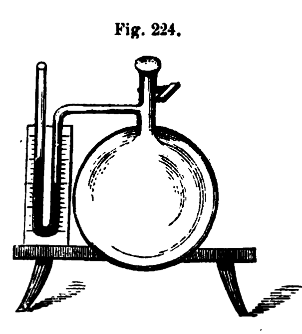


Fig. 224.

$$\frac{c_1}{c} = 1 + x$$

ist. Setzt man demnach $\frac{d_1}{p} = \frac{1}{273}$, so wird $x = \frac{d_2}{d_1}$. Aus den genauesten Versuchen, welche Cazin nach dieser Methode angestellt hat, ergab sich für atmosphärische Luft und für die chemisch einfachen Gase (O, H, N) das Verhältniss $\frac{d_2}{d_1} = 0{,}41$, mithin

$$\gamma = \frac{c_1}{c} = 1{,}41.$$

Dieser Werth für das Verhältniss der specifischen Wärme stimmt mit demjenigen überein, welchen man nach der Laplace'schen Theorie der Verbreitung des Schalls (§ 121) aus der Vergleichung der beobachteten Schallgeschwindigkeit mit dem aus Newton's Formel berechneten Werthe ableiten kann.

Nach den Versuchen von Regnault ist die specifische Wärme der Luft bei constantem Druck $c_1 = 0{,}2377$. Mit Rücksicht auf obigen Werth des Verhältnisses γ

folgt $c = 0,1686$, die Differenz beider Werthe oder die zur Leistung von Arbeit verwendete Wärmemenge $c_1 - c = 0,0691$ (§ 242). Die Werthe der specifischen Wärmen bei constantem Druck nach den Versuchen von **Regnault** und die des Verhältnisses γ nach **Dulong** für einige andere Gase sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Namen der Gase		Dichtigkeit	Spec. Wärme c_1	$\frac{c_1}{c}$
Atmosphärische Luft		14,45	0,2377	1,41
Sauerstoff	OO	16	0,2175	1,415
Stickstoff	NN	14	0,2438	1,41
Wasserstoff	HH	1	3,4094	1,411
Kohlenoxyd	CO	14	0,2450	1,428
Stickstoffoxyd	NO	15	0,2317	1,343
Kohlensäure	CO_2	22	0,2169	1,338
Oelbildendes Gas	C_2H_4	14	0,4040	1,240
Wasserdampf	H_2O	9	0,4805	(1,31)

5. Verbreitung der Wärme.

§ 231. Die **Verbreitung der Wärme** geschieht auf doppelte Weise, nämlich: 1) durch **Leitung**, 2) durch **Strahlung**. Durch Leitung wird die Wärme im Innern eines wägbaren Körpers oder, bei unmittelbarer Berührung zweier Körper, von jedem Theilchen zum unmittelbar benachbarten fortgepflanzt. Durch **Strahlung** dagegen erfolgt die Verbreitung der Wärme, nach Art der Fortpflanzung des Lichts, auf beliebig grosse Entfernungen und auch ohne das Vorhandensein eines die Fortpflanzung vermittelnden wägbaren Mediums, z. B. von der Sonne zur Erde.

§ 232. **Wärmeleitung.** Hält man ein Stück **Metalldraht** mit einem Ende in eine Kerzenflamme, so wird die Erwärmung bald auch am anderen Ende fühlbar, es hat sich also die Wärme durch das Metall von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt. Bei anderen Körpern, z. B. **Holz**, erfolgt diese Fortleitung der Wärme so langsam, dass an einem brennenden Holzspahn die Erwärmung kaum in unmittelbarer Nähe der brennenden Stelle fühlbar ist. Man unterscheidet danach **gute** und **schlechte Wärmeleiter**. Zu den ersteren gehören vorzüglich die **Metalle**, zu den letzteren Holz, Stroh, Pelzwerk, Wolle, Federn und dergl. Man umgiebt mit **schlechten** Wärmeleitern die Körper, welche gegen **Wärmeverlust** geschützt werden sollen, benutzt dieselben namentlich zur Bekleidung bei kalter Witterung u. s. w. Die Thiere der Polargegenden besitzen den dichtesten Winterpelz. Marmor und überhaupt die meisten Gesteine besitzen ein mittleres Wärmeleitungsvermögen. Gute Wärmeleiter sind bei hoher Temperatur heisser, bei niederer Temperatur kälter anzufühlen als schlechte, weil sie die Wärme im ersten Fall schneller zuführen, im zweiten Fall schneller entziehen.

Um die Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Körper, z. B. der Metalle, zu vergleichen, verfertigt man aus denselben Stäbe von gleicher Länge und Dicke, welche an einem Ende auf gleiche Temperatur erhitzt werden, und bestimmt die Temperatur der Stäbe in verschiedenen Entfernungen von der Wärmequelle, entweder durch Thermometer, deren Gefässe in enge, cylindrische Vertiefungen gebracht werden, die seitlich in die Stäbe gebohrt und mit Oel oder Quecksilber gefüllt sind, oder besser durch thermoelektrische Elemente (§ 337), welche durch ihre geringe Masse eine geringere Störung der regelmässigen Wärmevertheilung in den Stäben hervorbringen. Werden die Stäbe versilbert, so ist die Wärmeabgabe an die äussere Umgebung bei allen gleich, und aus der Geschwindigkeit der Wärmeabgabe mit der Entfernung von der Wärmequelle kann auf ihr verschiedenes

Leitungsvermögen geschlossen werden. Aus den Untersuchungen von Wiedemann und Franz geht eine merkwürdige Uebereinstimmung zwischen der Leitungsfähigkeit der Metalle für Wärme und für Elektricität (§ 319) hervor. Dieselben fanden z. B. folgende Zahlen:

	Leitungsfähigkeit für Wärme	Leitungsfähigkeit für Elektricität		Leitungsfähigkeit für Wärme	Leitungsfähigkeit für Elektricität
Silber	100	100	Eisen	11,9	14,44
Kupfer	73,6	77,43	Blei	8,5	7,77
Gold	53,2	55,19	Platin	8,4	10,53
Zink	28,1	27,39	Wismuth	1,8	1,19
Zinn	14,5	11,45			

Krystalle haben ein ungleiches Wärmeleitungsvermögen in verschiedenen Richtungen. So fand Pfaff für das Leitungsvermögen des Bergkrystalls in der Richtung seiner krystallographischen Hauptaxe die Zahl 50,3, in der darauf senkrechten Richtung nur 39,1.

§ 233. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten und Gase. Flüssigkeiten sind im Allgemeinen sehr schlechte Wärmeleiter. Wird eine Flüssigkeit in einem Gefäss von unten her erwärmt, so geschieht die Verbreitung der Wärme nicht durch Leitung, sondern durch Strömungen der Flüssigkeit, indem die am Boden des Gefässes erwärmten Flüssigkeitstheilchen, als die leichteren, aufsteigen und die kälteren, schwereren herabsinken und mit dem Boden in Berührung kommen. Auf diese Weise verbreitet sich die Wärme schnell durch die ganze Flüssigkeit (vgl. § 201). Von oben nach unten dagegen geschieht die Fortpflanzung der Wärme durch Leitung äusserst langsam. Aehnlich verhält es sich bei den gasförmigen Körpern. Nur das Wasserstoffgas ist nach den Versuchen von Magnus vor den anderen Gasen durch grösseres Wärmeleitungsvermögen ausgezeichnet.

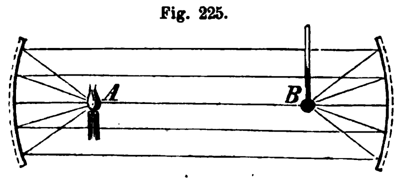
Atmosphärische Luft leitet 20000mal geringer als Kupfer, Wasserstoff 7mal besser als Luft.

§ 234. Wärmestrahlung. Während die Wärmeleitung in wägbaren Körpern von Molekül zu Molekül fortschreitet, pflanzt sich die Wärmestrahlung durch den leeren Raum, durch die Luft oder durch zwischenliegende, für Wärmestrahlen durchgängliche Körper nach Art des Lichtes fort. Auf diese Weise gelangt die Wärme von der Sonne zur Erde durch den leeren Weltraum, und ebenso verbreitet sich die Wärmestrahlung eines Ofens oder eines Kaminfeuers. Die vollständige Uebereinstimmung in den Gesetzen der Fortpflanzung der strahlenden Wärme und des Lichtes macht es wahrscheinlich, dass beide durch wellenförmig fortschreitende Schwingungen desselben elastischen, alle Körper durchdringenden Aethers (§ 176) fortgepflanzt werden. Ein warmer Körper veranlasst demnach fortschreitende Wellen in dem ihn umgebenden Aether oder sendet Wärmestrahlen aus wie ein leuchtender Körper Lichtstrahlen. Diese Strahlen können auf ihrem Wege, wie die Lichtstrahlen, reflektirt oder gebrochen werden, bis sie auf einen Körper treffen, von welchem sie, wie die Lichtstrahlen von einem schwarzen Körper, verschluckt oder absorbirt werden und dadurch denselben erwärmen. Die Aetherwellen, welche von der Sonne zur Erde gelangen, leuchten nicht nur, sondern erzeugen auch Wärme. Durch Hohlspiegel und Sammellinsen kann ihre Wärmewirkung auf einen Punkt concentrirt und dadurch bis zur Entzündung leicht brennbarer Stoffe gesteigert werden; daher die zum Theil auch in der Optik gebräuchlichen Namen: Brennspiegel, Brennglas, Brennpunkt.

Die Aetherwellen sind an sich nicht warm, sondern erzeugen erst Wärme, wenn sie von einem wägbaren Körper absorbirt werden. Die Temperatur des

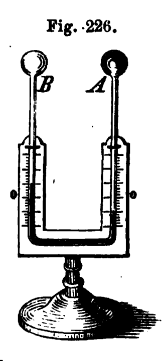
Weltraumes, durch welchen die Wärmestrahlen zu uns gelangen, ist eine sehr niedrige (wenn von einer Temperatur des Weltraumes überhaupt die Rede sein kann). Die durch eine Eislinse gesammelten Wärmestrahlen der Sonne vermögen brennbare Körper zu entzünden. — Um die Reflexion der von terrestrischen (der Erde angehörigen) Wärmequellen ausgesandten Wärmestrahlen nachzuweisen, stellte Pictet zwei Hohlspiegel von polirtem Metall einander gegenüber, so dass die von dem Brennpunkte A (Fig. 225) eines der beiden Hohlspiegel ausgehenden Strahlen von diesem in paralleler Richtung nach dem zweiten Spiegel reflektirt und in dessen Brennpunkt B gesammelt wurden (§ 137). Brachte man in den Brennpunkt A eine Kerzenflamme, eine glühende Metallkugel oder einen anderen erhitzten Körper, in den Brennpunkt B ein Thermometer, dessen Kugel zur besseren Aufnahme der Wärmestrahlen geschwärzt war (§ 236), so beobachtete man ein Steigen des Thermometers in B, während ein zwischen A und B oder seitwärts von B aufgestelltes Thermometer keine merkliche Erwärmung erfuhr. Wurde in dem Brennpunkt A anstatt des erhitzten Körpers ein Stück Eis gebracht, so sank das Thermometer in B unter die Temperatur der Umgebung. Dieses Resultat erklärt sich dadurch, dass jeder Körper fortwährend Wärme ausstrahlt, und zwar um so mehr, je höher seine Temperatur ist. Besitzen alle in einem Raum befindlichen Körper gleiche Temperatur, so empfängt jeder Körper von seiner Umgebung genau ebenso viel Wärme, wie er ausstrahlt, das Temperaturgleichgewicht bleibt deshalb bestehen. Besitzen die Körper dagegen ungleiche Temperatur, so strahlen die wärmeren Körper mehr Wärme aus als sie empfangen, die kälteren dagegen empfangen mehr als sie ausstrahlen, so lange bis das Temperaturgleichgewicht hergestellt ist. Im obigen Fall strahlt das Thermometer B mehr Wärme nach dem in A befindlichen Eisstück ab, als es von diesem zurückempfängt, seine Temperatur muss daher sinken.

Fig. 225.



An Stelle des Quecksilberthermometers bedient man sich bei diesen Versuchen zweckmässig des Differentialthermometers von Leslie, welches den Vorzug grösserer Empfindlichkeit hat. Dasselbe besteht aus zwei mit Luft gefüllten Hohlkugeln von Glas A, B (Fig. 226), welche durch eine enge zweimal rechtwinklig gebogene Glasröhre verbunden sind. Diese ist zum Theil mit gefärbtem Weingeist gefüllt, dessen Stand an einer am Gestell des Instruments angebrachten Skala abgelesen werden kann. Die Kugel A ist zur besseren Aufnahme der Wärmestrahlen geschwärzt. Eine Erwärmung der Kugel A hat die Ausdehnung der in ihr enthaltenen Luft, also ein Sinken der Weingeistsäule auf der Seite der Kugel A und ein Steigen im anderen Schenkel der Röhre zur Folge.

Fig. 226.



§ 235. Thermomultiplikator. Das empfindlichste und wichtigste Instrument zur Untersuchung der Gesetze der Wärmestrahlung ist der Thermomultiplikator von Nobili und Melloni. Derselbe besteht aus einer würfelförmigen, thermoelektrischen Säule (vergl. § 338) und einem Galvanometer (§ 317), dessen Drahtenden mit den Polen der Säule verbunden sind. Zwei Gegenflächen der thermoelektrischen Säule, welche die Löthstellen enthalten, sind zur vollständigen Aufnahme der Wärmestrahlen mit Kienruss geschwärzt. Ein Blechtrichter, welcher auf die Fassung der Säule gesteckt werden kann, dient zum Sammeln der Wärmestrahlen. Haben beide Seiten der Säule gleiche Temperatur, so zeigt die Nadel des Galvanometers auf Null. Die geringste Temperaturdifferenz giebt sich durch den Ausschlag des Galvanometers kund. Die Empfindlichkeit des Instruments ist so gross, dass die Wärmestrahlung des menschlichen Körpers in der Entfernung von einigen Metern durch den Ausschlag der Nadel sichtbar gemacht wird.

§ 236. Ausstrahlung und Absorption der Wärmestrahlen. Nicht alle Körper strahlen bei gleicher Temperatur gleich viel Wärme aus; das Strahlungsvermögen wird vielmehr in hohem Grade durch die Beschaffenheit der strahlenden Oberfläche beeinflusst. Leslie wendete zur Vergleichung des Strahlungsvermögens verschiedener Körper einen mit heissem Wasser gefüllten Hohlwürfel von Blech an, dessen Flächen verschiedene Beschaffenheit hatten. Eine derselben war blank polirt, die andere rauh gemacht oder mit verschiedenen Ueberzügen von Bleiweiss, Kienruss, Lack u. s. w. versehen. Je nachdem nun, bei gleicher Temperatur und Entfernung, dem Differentialthermometer oder der thermoelektrischen Säule verschiedene Flächen des Würfels zugewendet wurden, beobachtete man verschiedene Grade der Erwärmung. Im Allgemeinen strahlen dunkle und rauhe Körper bei gleicher Temperatur mehr Wärme aus, als helle und glatte Körper. So fand Leslie die Ausstrahlung der blank polirten Metallfläche des Würfels am kleinsten, die der mit Kienruss geschwärzten Fläche am grössten. Gewalzte und gehämmerte Metallflächen strahlen weniger Wärme aus als gegossene. Durch Ritzen der Metallflächen wird das Strahlungsvermögen erhöht.

Diejenigen Körper, welche am leichtesten die Wärme ausstrahlen, besitzen umgekehrt auch das grösste Absorptionsvermögen. Kienruss nimmt alle Arten von Wärmestrahlen am leichtesten auf. Durch Sonnenstrahlen werden dunkle Kleidungsstücke stärker erwärmt als helle. Schnee schmilzt durch die Sonnenstrahlen schnell unter einer Bedeckung von schwarzen, langsamer unter hellen Tüchern.

Kirchhoff hat den Satz aufgestellt, dass das Absorptionsvermögen eines Körpers für verschiedene Arten von Strahlen in demselben Verhältniss steht, wie sein Emissionsvermögen für dieselben Strahlen, oder dass jeder Körper diejenigen Wärme- oder Lichtstrahlen am leichtesten absorbirt, welche er selbst am leichtesten ausstrahlt (vergl. § 150). Dieser von Kirchhoff aus theoretischen Gründen abgeleitete und für Lichtstrahlen durch Versuche nachgewiesene Satz ist besonders durch die Untersuchungen von Tyndall für die verschiedenen Gattungen von Wärmestrahlen (s. § 237) experimentell bestätigt worden.

§ 237. Diathermanität, verschiedene Gattungen von Wärmestrahlen. Wie die verschiedenen Körper einen verschiedenen Grad der Durchsichtigkeit für Lichtstrahlen besitzen, so sind dieselben auch für Wärmestrahlen nicht in gleichem Grade durchgänglich, oder dieselben besitzen einen verschiedenen Grad von Diathermanität. So sind z. B. die Metalle für Wärmestrahlen ebenso adiatherman, wie undurchsichtig für Lichtstrahlen, dagegen verhält sich Steinsalz gegen Wärmestrahlen ebenso wie ein vollkommen farbloser und durchsichtiger Körper gegen Lichtstrahlen, indem es alle Gattungen von Strahlen mit gleicher Leichtigkeit hindurchgehen lässt. Ein und derselbe Körper kann für die von verschiedenen Wärmequellen ausgesendeten Strahlen in verschiedenem Grade diatherman sein. Ein undurchsichtiger Körper kann diatherman sein für gewisse Arten von Wärmestrahlen und umgekehrt. Farbloses Glas lässt z. B. die Sonnenwärme ziemlich leicht hindurchgehen, weniger gut die von einer Flamme oder von einem glühenden Körper ausgesendeten Strahlen, noch weniger die eines Leslie'schen Würfels. Wasser lässt die Sonnenwärme theilweise hindurchgehen, absorbirt aber vollständig die von einem Leslie'schen Würfel ausgesendeten, dunklen Wärmestrahlen. Alaun ist farblos und durchsichtig für Lichtstrahlen, dagegen fast ganz

adiatherman für dunkle Wärmestrahlen. Umgekehrt ist eine Auflösung von Jod in Schwefelkohlenstoff völlig undurchsichtig für Lichtstrahlen, lässt aber die dunklen Wärmestrahlen mit Leichtigkeit hindurch.

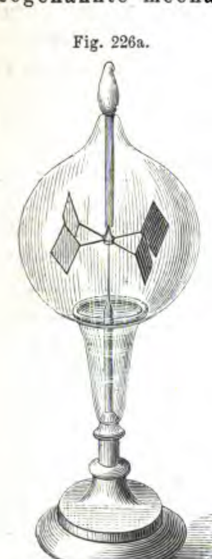
Zur Untersuchung der Diathermanität der Körper für verschiedene Gattungen von Wärmestrahlen bediente sich Melloni des Thermomultiplikators (§ 235), indem er zuerst bei einer gewissen Entfernung der thermoelektrischen Säule von der Wärmequelle den Ausschlag der Multiplikatornadel beobachtete und dann jedesmal bestimmte, in welchem Verhältniss die Strahlung durch Zwischenstellen verschiedener Körper, z. B. Glas-, Alaun-, Steinsalz-Platten, geschwächt wurde. Aus der verschiedenen Diathermanität desselben Körpers für die Strahlen verschiedener Wärmequellen (z. B. der Sonne, einer Oel- oder Weingeistlampe, einer glühenden Spirale von Platindraht, eines erhitzten geschwärzten Metallblechs u. s. w.) schloss Melloni, dass es verschiedene Arten von Wärmestrahlen oder Wärmefarben gebe, gegen welche sich die verschiedenen diathermanen Körper ebenso verschieden verhalten, wie farbige, durchsichtige Körper gegen die verschiedenen Gattungen von Lichtstrahlen. Geht weisses Licht durch ein rothes Glas, so lässt dieses nur die rothen Strahlen hindurch und absorbirt alle anderen Gattungen von Strahlen. Diese rothen Strahlen gehen jetzt fast ungeschwächt durch ein zweites gleichgefärbtes Glas, werden hingegen von einem blauen Glase vollständig absorbirt u. s. w. Aehnlich verhält es sich mit den Wärmestrahlen. Der vollständige Nachweis der Analogie der verschiedenen Gattungen von Wärmestrahlen mit den verschiedenfarbigen Lichtstrahlen wird durch die prismatische Zerlegung der Wärmestrahlen geliefert (§ 238).

§ 238. **Prismatische Zerlegung der Wärmestrahlen, Identität von Licht- und Wärmestrahlen.** Zwischen den Gesetzen der Fortpflanzung des Lichts und der strahlenden Wärme findet vollständige Uebereinstimmung statt. Beide verbreiten sich in gerader Linie. Die Intensität der Wärmestrahlen nimmt, wie Melloni durch Versuche am Thermomultiplikator nachwies, wie die der Lichtstrahlen, im umgekehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernung von der Wärmequelle ab. Die Wärmestrahlen können wie die Lichtstrahlen reflektirt und gebrochen werden; die verschiedenen Arten von Wärmestrahlen unterscheiden sich, wie die verschiedenartigen Lichtstrahlen, durch den verschiedenen Grad ihrer Brechbarkeit. Zur prismatischen Untersuchung der Wärmestrahlen muss man sich eines Steinsalzprismas bedienen, da dieses für alle Arten von Wärmestrahlen in gleichem Grade diatherman ist, während Glasprismen einen Theil derselben (die sogenannten dunklen Wärmestrahlen) absorbiren. Erzeugt man ein Sonnenspektrum mit Hilfe eines Steinsalzprismas und bringt eine thermoelektrische Säule oder ein empfindliches Thermometer mit geschwärzter Kugel nach einander in die verschiedenen Theile dieses Spektrums, so findet man, dass die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen fast gar keine wärmende Wirkung ausüben, dass dieselbe im gelben Theil des Spektrums (der für das Auge am intensivsten erscheint) gering, in den rothen Strahlen dagegen am grössten ist. Bringt man die thermoelektrische Säule in den dunklen Raum jenseits des rothen Endes des Spektrums, so beobachtet man auch dort noch eine Wärmewirkung, die sich weit über das sichtbare Spektrum hinaus erstreckt. Das Maximum der Intensität der Wärmewirkung liegt sogar noch jenseits des Endes des sichtbaren Spektrums. Es giebt also nicht nur unsichtbare Strahlen jenseits des violetten Endes des Spektrums (§ 152), sondern auch jenseits des rothen Endes existiren Strahlen von geringerer Brechbarkeit und grösserer Wellenlänge (§ 178) als die rothen Strahlen, welche für unser Auge unsichtbar sind, entweder weil unser Sehnerv für Strahlen von dieser Wellenlänge unempfind-

lich ist, oder weil die lichtbrechenden Medien unseres Auges für dieselben undurchsichtig sind und dieselben absorbiren, bevor sie zur Netzhaut gelangen. Wie die ultravioletten Strahlen durch ihre fluorescenzerregenden und chemischen Wirkungen (§§ 152 und 153), so sind die diesseits des Roth liegenden dunklen Strahlen des Sonnenspektrums durch ihre Wärmewirkungen erkennbar. — Untersucht man auf gleiche Weise die Strahlen verschiedener anderer Wärmequellen durch Zerlegung mittelst des Steinsalzprismas, so findet man, dass im Allgemeinen jede Wärmequelle um so mannigfaltigere und besonders um so mehr von den brechbaren und sichtbaren Strahlen des Spektrums aussendet, je höher ihre Temperatur ist. So senden Körper von niederer Temperatur nur diesseits des rothen Endes des Spektrums liegende, dunkle Strahlen aus. Bei der Temperatur des Rothglühens beginnen die am wenigsten brechbaren, sichtbaren Strahlen aufzutreten; bei gesteigerter Temperatur kommen mehr und mehr Strahlen von grösserer Brechbarkeit hinzu, bis bei voller Weissglühhitze alle Gattungen sichtbarer Strahlen vertreten sind, während zugleich die dunklen Strahlen in entsprechendem Grade an Intensität zugenommen haben. — Wasser und Alaun absorbiren alle dunklen, jenseits des Roth liegenden Wärmestrahlen, während sie die sichtbaren Strahlen fast ungeschwächt hindurchlassen, bei einer Auflösung von Jod in Schwefelkohlenstoff findet das Umgekehrte statt. Es erklärt sich also, wie trotz der Identität von Licht und strahlender Wärme ein undurchsichtiger Körper diatherman und ein durchsichtiger Körper für gewisse Wärmestrahlen adiatherman erscheinen kann.

Wie in den Erscheinungen der Fortpflanzung, Reflexion, Brechung und Dispersion, so zeigt sich auch in den Erscheinungen der Interferenz und Polarisation (§§ 179, 182 u. ff.) eine so vollkommene Uebereinstimmung zwischen Licht- und Wärmestrahlen, dass unzweifelhaft Licht und Wärme nur als zwei verschiedene Wirkungen derselben Aetherschwingungen betrachtet werden müssen. Mit dem Nachweis der Identität von Licht und strahlender Wärme ist aber zugleich der Beweis geführt, dass die ältere Vorstellung von der Existenz eines Wärmestoffes verworfen werden muss, und die sogenannte mechanische Theorie der Wärme, wonach dieselbe in einem Bewegungszustand der Körpertheilchen besteht, die allein mit den Erscheinungen der Wärmestrahlung vereinbare ist. Denn wenn die von der Sonne zur Erde gelangenden Wärmestrahlen nicht in der Ausströmung eines materiellen Stoffes, sondern wie die Lichtstrahlen in Aetherschwingungen bestehen, so ist es nicht denkbar, dass ein Wärmestoff in dem von den Strahlen getroffenen Körper durch dieselben in unbegrenzter Quantität erzeugt werden kann, was dem Begriff des Stoffes widersprechen würde. Eine Bewegung kann keinen Stoff, wohl aber wieder einen Bewegungszustand der Körpertheilchen erzeugen.

Fig. 226a.



Durch einen 1874 von Crookes construirten Apparat, der von ihm als Radiometer bezeichnet und seitdem unter dem Namen Lichtmühle bekannt geworden ist, wird eine eigenthümliche mechanische Wirkung der Wärme dargestellt. In einem luftleeren Glasballon (Fig. 226a) befindet sich, leicht drehbar um eine vertikale Axe, auf Kreuzarmen aus Aluminium ein Kranz von vier leichten Blättchen von demselben Metall, die in gleicher Folge auf der einen Seite mit Russ geschwärzt sind. Den Sonnenstrahlen ausgesetzt bewegt sich die Lichtmühle mit grosser Geschwindigkeit, so dass die schwarzen Flächen zurückweichen, langsamer bei mittlerem Tageslicht oder bei Kerzenbeleuchtung. Dass die Bewegung eine Wirkung der Wärme ist, ergiebt sich daraus, dass durch Lichtstrahlen, welche vorher durch eine

klare Alaunplatte gegangen und dadurch ihre Wärme verloren haben (§ 237), die Lichtmühle nicht mehr bewegt wird, wohl aber, wenn die Lichtstrahlen nach dem Durchgang durch dunkle Jodlösung keine Leuchtkraft mehr besitzen.

6. Quellen der Wärme.

§ 239. Sonnenwärme. Eine der vorzüglichsten Wärmequellen für die Erdoberfläche ist die Strahlung der Sonne, durch welche das organische Leben auf der Erdoberfläche allein möglich wird, und durch welche alle Witterungserscheinungen in erster Linie veranlasst werden. Um die Wärmemenge, welche alljährlich von der Sonne zur Erde gelangt, zu bestimmen, bediente sich Pouillet des Pyrheliometers. Ein Gefäss, in Form eines Cylinders von geringer Höhe, ist mit Wasser gefüllt und enthält ein empfindliches Thermometer. Eine Grundfläche des Gefässes, welches mit Kienruss geschwärzt ist, wird den Sonnenstrahlen ausgesetzt, so dass sie von denselben senkrecht getroffen wird. Bestimmt man nun die Temperaturerhöhung, welche das Gefäss und das darin enthaltene Wasser während einer gewissen Zahl von Minuten erfährt, so kann man aus der bekannten Wassermenge und dem calorimetrischen Wasserwerth des Gefässes (§ 226) die während einer Minute absorbirte Wärmemenge berechnen. Kennt man ferner die Grösse der Grundfläche des Gefässes, so lässt sich daraus die in jeder Minute auf die Fläche eines Quadrat-Centimeters gestrahlte Wärmemenge oder endlich die Strahlung auf eine Kreisfläche berechnen, deren Durchmesser gleich dem der Erde ist. Eine leichte Ueberlegung lehrt (§ 366), dass diese Wärmemenge derjenigen gleich ist, welche die Erde während jeder Minute von der Sonne empfängt, wobei nur noch die Absorption in der Erdatmosphäre zu berücksichtigen ist.

Aus Beobachtungen über die Wärmestrahlung bei verschiedener Höhe der Sonne über dem Horizont schloss Pouillet, dass durch Absorption in der Atmosphäre bei heiterem Himmel im Durchschnitt etwa 40% der Sonnenwärme verloren gehen oder nur 60% zur Erdoberfläche gelangen. Die in 1 Min. auf 1 Quadratcent. der Erdoberfläche gestrahlte Wärmemenge vermag, im Mittel aus den Versuchen von Pouillet und von O. Hagen, bei senkrechter Incidenz 1 Gramm Wasser um etwa 1,76° C. zu erwärmen. Es folgt daraus, dass die jährlich von der Sonne zur Erdoberfläche gelangende Wärmemenge eine die ganze Erdoberfläche gleichmässig bedeckende Eisschicht von 30m Dicke oder eine Eismasse von mehr als 15 Trillionen Kgr. zu schmelzen vermöchte, wozu 1200 Trillionen Wärmeeinheiten (§ 205) erforderlich sind. Um eine gleiche Wärmemenge zu erzeugen, würde man täglich 9 Billionen Centner Kohlenstoff verbrennen müssen. Da von der ganzen, von der Sonne nach dem Weltraum ausgestrahlten Wärmemenge nur der 2160 Millionste Theil zur Erde gelangt, so beträgt der jährliche Wärmeverlust der Sonne 2,6 Quintillionen Wärmeeinheiten, welche hinreichen würden, um eine Eismasse zu schmelzen, welche an Volumen den Erdkörper 30000mal übertreffen oder die Sonnenoberfläche 5700 Km. hoch bedecken würde. Nimmt man an, dass die specifische Wärme der Sonne gleich sei der einer Wassermasse von gleichem Volumen, so würde die Sonnenmasse, wenn kein Ersatz für diesen Wärmeverlust stattfindet, durch denselben eine jährliche Temperaturerniedrigung von 2° erfahren.

Die Quantität und die Beschaffenheit (§§ 237, 238) der von der Sonne ausgesendeten Wärmestrahlen, sowie die optischen Untersuchungen von Kirchhoff (§ 150) machen es wahrscheinlich, dass die Sonne ein feuerflüssiger und von einer dichten Dampfatmosphäre umgebener Körper von ausserordentlich hoher Temperatur sei. Die Entstehung der Sonnenwärme erklärt sich aus der von Kant und Laplace aufgestellten Hypothese über die Bildung unseres Sonnensystems. Nach dieser Hypothese sind die Sonne und die Planeten durch Verdichtung der kosmischen Materie entstanden, welche ursprünglich mit annähernd gleichförmiger Dichte einen grossen Theil des Weltraums anfüllte und eine in Rotation begriffene Masse von sehr geringer Dichtigkeit bildete, deren Durchmesser grösser war als der Durchmesser der Bahn der äussersten Planeten. Die Planeten entstanden, indem sich von der Peripherie der rotirenden Masse successive einzelne Theile ab-

lösten, welche, anfangs ringförmig, wie der Saturnring, sich später zu den kugelförmigen Planetenkörpern zusammenballten. Aus der übrig gebliebenen, sich mehr und mehr verdichtenden Centralmasse ging endlich die Sonne hervor. Es erklärt sich aus dieser Hypothese die allen Planeten gemeinsame Richtung des Umlaufs und der Axendrehung. Aus der mit der Verdichtung verbundenen Wärmeentwickelung erklärt sich ferner die hohe Temperatur der Sonnenmasse und der Planeten, welche sich höchst wahrscheinlich, wie die Erde, zur Zeit ihrer Bildung im feuerflüssigen Zustand befanden, und deren innere Masse die ursprüngliche, hohe Temperatur, je nach dem Grössenverhältniss in mehr oder minder hohem Grade, bewahren musste. Helmholtz hat berechnet, dass die durch Verdichtung der Sonnenmasse entwickelte Wärmemenge zur Erzeugung einer Temperatur von 28 Millionen Graden hinreichte. Wiewohl der gegenwärtig noch vorhandene Wärmevorrath der Sonne noch für eine Reihe von vielen Millionen Jahren ausreichen mag, so muss doch erwartet werden, dass derselbe sich endlich erschöpfen und mit dem Sonnenlicht und der Sonnenwärme die Möglichkeit des Lebens organischer Naturkörper auf der Oberfläche der Erde und der übrigen Planeten aufhören werde. (Vergl. § 371.) Aus Beobachtungen an den sogenannten Nebelsternen (vergl. § 150) und an Fixsternen von veränderlicher Lichtintensität kann man schliessen, dass andere Fixsterne eine ähnliche Reihe von Entwickelungsphasen durchmachen, wie wir dieselben bei dem Centralkörper unseres Planetensystems vorauszusetzen Veranlassung haben.

§ 240. Erdwärme. In weit geringerem Grade als die Strahlung der Sonne kommt als Wärmequelle für die Erdoberfläche die innere Wärme des Erdkörpers selbst in Betracht. Abgesehen von der sphäroidischen Gestalt der Erde (§ 56) und von geologischen Gründen, welche es wahrscheinlich machen, dass sich einst die ganze Erdmasse in feuerflüssigem Zustand befand, macht sich die innere Erdwärme noch jetzt besonders in den vulkanischen Ausbrüchen bemerkbar. Die hohe Temperatur vieler Mineralquellen, namentlich z. B. des siedend heissen Karlsbader Sprudels und des Geysir's auf Island, erklärt sich daraus, dass diese Gewässer aus sehr grosser Tiefe emporquellen. Beim Eindringen in das Innere der Erde z. B. in Bergwerksschachten, den Bohrlöchern artesischer Brunnen (§ 86), bemerkt man eine regelmässige Zunahme der Temperatur mit wachsender Tiefe, welche im Mittel etwa für je 37^m 1^0 C. beträgt. Man kann daraus schliessen, dass bei gleichmässig fortschreitender Temperaturzunahme in der Tiefe von 1 geogr. Meile die Temperatur mehr als 200^0 betragen, und dass in 10 Meilen Tiefe sich die meisten, die oberen Erdschichten zusammensetzenden Gesteine in geschmolzenem Zustand befinden würden. Es ist daher wahrscheinlich, dass der bei weitem grösste Theil der Erdmasse sich jetzt noch in feuerflüssigem Zustand befindet, und dass die festen Gesteinsmassen, welche die Erdoberfläche zusammensetzen, als eine verhältnissmässige dünne Rinde den flüssigen Kern umschliessen.

Das aus dem 548^m tiefen Bohrloch des artesischen Brunnens zu Grenelle bei Paris hervorquellende Wasser zeigt eine Temperatur von $27^3/_4{}^0$ C. Im Grunde des 673^m tiefen Bohrlochs des Salinenbrunnens zu Neusalzwerk (Rehme) bei Minden fand man eine Temperatur von $32{,}8^0$ C. Da die mittlere Temperatur der oberflächlichen Erdschichten daselbst $9{,}6^0$ C. beträgt, so ergiebt dies eine Temperaturzunahme von 1^0 auf je 29^m. Im Mont-Cenis-Tunnel hat sich für einen Punkt im Innern, über dem eine Felsenmasse von etwa 1550^m gelagert ist, eine Temperaturdifferenz von etwa 31^0 C. von der auf -2^0 berechneten mittleren Bodentemperatur ergeben, also eine Zunahme von 1^0 C. auf 50^m. Da die Temperatur der Erdschichten von Innen nach Aussen abnimmt, so folgt daraus, dass ein fortwährender Wärmestrom von Innen nach Aussen oder ein Wärmeverlust des Erdinnern stattfinden muss. In Folge des geringen Leitungsvermögens der hauptsächlich die Erdrinde bildenden Gesteinsmassen geht aber dieser Abkühlungsprocess nur äusserst langsam vor sich. Fourier berechnete, dass die von der Erde in 100 Jahren abgegebene Wärmemenge hinreichen würde, um eine 3^m dicke Eisschicht zu schmelzen, dass dieselbe also nur $^1/_{1000}$ von der Wärme beträgt, welche die Erde in gleicher Zeit von der Sonne empfängt (§ 239). Demnach würde sich

die Erde, ihre specifische Wärme gleich der einer Wassermasse von gleichem Volumen gesetzt, in einer Million Jahren um etwa 1° abkühlen. Die Erdoberfläche hat innerhalb der historischen Zeiten keine nachweisbare Temperaturabnahme erlitten, indem der Wärmegewinn durch die Strahlung der Sonne und der Wärmeverlust durch Ausstrahlung nach dem Weltraum sich merklich das Gleichgewicht halten.

§ 241. Mechanische und chemische Wärmequellen. Ausser den in den beiden vorhergehenden Paragraphen behandelten Wärmequellen, welche als kosmische bezeichnet werden können, stehen uns zur Erzeugung von Wärme mehrfache Hilfsmittel zu Gebote, welche im Wesentlichen in mechanische und chemische unterschieden werden können. Zu den mechanischen Wärmequellen gehört die Erzeugung von Wärme durch Reibung und Compression, unter den chemischen Processen, welche zur Wärmeerzeugung dienen können, sind die Verbrennungsprocesse die wichtigsten.

Die Wärmeerzeugung durch Druck und Reibung kommt bei vielfachen Erscheinungen des täglichen Lebens in Betracht. So erhitzen sich Maschinentheile, die Axen und Naben der Wagenräder u. s. w. durch gegenseitige Reibung, bei Mangel an hinreichenden Schmiermitteln. Metallstücke erhitzen sich durch die Compression unter dem Prägestempel der Münzpresse. Ein eiserner Nagel kann durch Hämmern auf dem Ambos bis zum Glühen erhitzt werden, eine um einen hölzernen Stab geschlungene Schnur erhitzt sich und den Stab durch schnelles Hin- und Herziehen bis zum Versengen. Bei manchen im Naturzustande lebenden Völkerstämmen ist noch gegenwärtig die Methode des Feueranzündens durch Reibung zweier Holzstücke gebräuchlich. Der Stahl erhitzt sich durch Reibung am Feuerstein so stark, dass die losgelösten, verbrennenden Stahltheilchen dazu dienen können, Zunder, Feuerschwamm oder Schiesspulver zu entzünden. Der an den Streichhölzchen befindliche Phosphor erhitzt sich durch Reibung an einer rauhen Fläche bis zur Temperatur seiner Entzündung. Bei den schwedischen Zündhölzern ist auf der Reibfläche sogenannter rother Phosphor, der weniger giftig ist, angebracht.

Nach der älteren Wärmetheorie wurde die Wärmeentwickelung durch Druck und Reibung dadurch erklärt, dass der zwischen den Körpertheilchen enthaltene Wärmestoff gleichsam ausgepresst werde, indem die Reibung oder Compression die Fähigkeit der Körper, Wärmestoff zwischen ihren Theilchen zu enthalten, d. i. ihre Wärmecapacität oder specifische Wärme vermindere. Die starke Wärmeentwickelung beim Bohren von Kanonenröhren veranlasste den Grafen Rumford, den Ursprung der Reibungswärme näher zu untersuchen. Derselbe fand, dass trotz der beträchtlichen Wärmeentwickelung, durch welche eine grosse, das Kanonenrohr umgebende Wassermasse bald bis zum Sieden erhitzt wurde, weder das Kanonenmetall, noch die abgelösten Bohrspähne, eine verminderte Wärmecapacität zeigten. Da die entwickelte Wärme auch nicht aus der äusseren Umgebung stammen konnte, so schloss Rumford, dass durch die Reibung eine der aufgewendeten Arbeit entsprechende Wärmemenge erzeugt worden sei, dass sonach die Wärme kein Stoff sein könnte, sondern in einer Bewegung der Körpertheilchen bestehe. Dasselbe geht aus dem Versuch von Davy hervor, bei welchem zwei Eisstücke durch Reibung im luftleeren Raum und in einer unter 0° abgekühlten Umgebung geschmolzen wurden, obgleich das durch Schmelzung entstandene Wasser eine grössere Wärmecapacität besitzt, als das Eis. J. R. Mayer und J. P. Joule zeigten, dass zwischen der erzeugten Wärmemenge und der zu ihrer Erzeugung verwendeten Arbeit ein bestimmtes und unabänderliches Verhältniss bestehe. Aus den Versuchen von Joule über die Reibung von Gusseisen mit Wasser oder Quecksilber, welches in einem Calorimetergefäss enthalten war, geht hervor, dass eine Arbeit von 423,55 Kilogrammmetern (§ 43) erforderlich ist, um 1 ^{kgr} Wasser um 1° C. zu erwärmen. — Benutzt man um-

gekehrt, wie es bei der Dampfmaschine der Fall ist, die Wärme zur Erzeugung mechanischer Arbeit, so würde, wenn alle durch Verbrennung der Kohlen erzeugte Wärme ohne Verlust verwerthet werden könnte, durch Verbrauch einer Wärmeeinheit ein Gewicht von 423,55 kgr 1m hoch gehoben werden können. Diese Zahl, welche das constante Umsetzungsverhältniss von Wärme und Arbeit angiebt, wird deshalb mit dem Namen des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit bezeichnet. Der Satz, dass zwischen der verwendeten Arbeit und der erzeugten Wärme, sowie umgekehrt, zwischen der verbrauchten Wärme und der geleisteten Arbeit, ein solches unabänderliches Umsetzungsverhältniss besteht, ist unter dem Namen des Princips der Aequivalenz der Arbeit und Wärme bekannt. — Dieses Princip enthält eine Erweiterung des in der Mechanik (§ 43) erläuterten Princips der Erhaltung der Arbeit, wonach bei mechanischen Vorgängen die geleistete Arbeit der verbrauchten gleich ist, sei es, dass der Arbeitsverbrauch in der Hebung einer Last oder darin besteht, dass einer Masse eine gewisse Geschwindigkeit ertheilt wird. Da, wie bereits oben (§ 238) gezeigt, die Wärme als ein Bewegungszustand der kleinsten Körpertheilchen betrachtet werden muss, so wird eine gewisse Quantität mechanischer Arbeit erforderlich sein, um diesen Bewegungszustand hervorzurufen, und umgekehrt wird ein warmer Körper, d. h. ein solcher, dessen Theilchen sich in einem intensiven Bewegungszustand befinden, fähig sein, durch Abgabe eines Theils dieser Bewegung ein gewisses Quantum mechanischer Arbeit zu leisten.

Wo in der Mechanik ein Arbeitsverbrauch ohne entsprechenden Gewinn oder ein Verlust lebendiger Kraft vorkommt, wie z. B. bei der Compression oder beim Stoss unelastischer Körper (§ 68), da wird eine diesem Verbrauch entsprechende Wärmemenge erzeugt. Umgekehrt wird durch den Verbrauch von Wärme Arbeit geleistet, sei es nun, dass dieselbe in der Hebung eines Gewichts, oder in Ueberwindung der Cohäsion (§§ 43 und 204) oder der chemischen Verwandtschaftskräfte (§ 243) bestehe. Die Arbeitsquelle der Dampfmaschine ist die durch Verbrennung der Kohlen auf dem Feuerheerd erzeugte Wärmemenge. — Die in einem Körper enthaltene Wärmemenge ist demnach als die Quantität der lebendigen Kraft der Molekularbewegung seiner Theile aufzufassen.

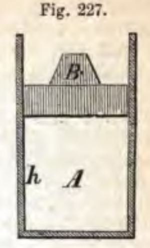
§ 242. Wärmeerzeugung durch Compression der Gase. Wird eine Gasmasse durch Niederdrücken eines Stempels in einem cylindrischen Gefäss comprimirt, so erfährt sie dabei eine beträchtliche Temperaturerhöhung, welche in dem sogenannten pneumatischen Feuerzeug angewendet worden ist, um Feuerschwamm oder leicht brennbaren Zunder zu entzünden. Umgekehrt erfolgt, wenn ein Gas sich ausdehnt und dabei durch Ueberwindung eines Gegendrucks eine Arbeit leistet, eine entsprechende Temperaturerniedrigung (Kalt-Luftmaschine).

Joule stellte zwei gleich grosse Behälter, von denen der eine luftleer, der andere mit comprimirter Luft gefüllt war, neben einander in ein grösseres, mit Wasser gefülltes Gefäss, das als Calorimeter diente. Beide Behälter konnten mittelst eines bei Anfang des Versuchs durch einen Hahn verschlossenen Rohres in Verbindung gesetzt werden. Oeffnete man den Hahn, so dehnte sich die comprimirte Luft auf ihr doppeltes Volumen aus, ohne beim Einströmen in den luftleeren Raum eine Arbeit zu leisten. Das Wasser des Calorimeters erfuhr hierbei keine Temperaturveränderung, dagegen zeigte sich sofort eine Temperaturerniedrigung, wenn man die comprimirte Luft nicht in das luftleere Gefäss, sondern in die Atmosphäre ausströmen liess, da in diesem Falle zur Ueberwindung des Gegendrucks der Atmosphäre eine Arbeitsleistung erforderlich war.

Die Erhöhung und Erniedrigung der Temperatur durch Compression und Expansion der Gase gestattet eine merkwürdige Bestätigung des Princips der Aequivalenz der Arbeit und Wärme. Die specifische Wärme der atmosphärischen Luft bei constantem Druck ist nach den Versuchen von Regnault (§ 230) $c_1 = 0{,}2377$. Da sich aus der Theorie des Schalls, so wie aus den Versuchen von Cazin das Verhältniss der specifischen Wärme $\gamma = \frac{c^1}{c} = 1{,}410$ ergeben hat (vergl. § 230), so folgt die specifische Wärme bei constantem Volumen $c = 0{,}1686$. Die Differenz $c_1 - c = 0{,}0691$ stellt die Wärmemenge vor, welche zur Ueberwindung des äusseren Druckes verbraucht wird, wenn man 1 Kgr. atmosphärischer Luft bei constantem

Druck um 1° erwärmt. Die Grösse dieser Arbeit ist aber leicht anzugeben. Zu diesem Zweck denke man sich 1 Kgr. Luft in einem cylindrischen Gefäss A von 1 □dm Grundfläche enthalten. Da 1 Kgr. Luft bei 0° und unter dem Druck einer Atmosphäre ein Volumen von 773,4 Liter einnimmt, so wird die Höhe h der cylindrischen Luftsäule 7734cm betragen. Den Druck der Atmosphäre denke man sich durch das Gewicht P eines beweglichen, das Gefäss verschliessenden Stempels B ersetzt. Dieses Gewicht beträgt (§ 90) $P =$ 103,3 Kgr. Wird die Luft in A bei constantem Druck um 1° C. erwärmt, so dehnt sich dieselbe im Verhältniss von $1:1+\alpha$ aus, oder ihre Höhe beträgt nach der Erwärmung $h(1+\alpha) = h + h\alpha$ Meter. Das Gewicht P wird also bei der Erwärmung um αh^m gehoben, mithin wird durch $c_1 - c$ Wärmeeinheiten eine Arbeit von $P\alpha h$ Kgrm oder durch 0,0691 Wärmeeinheiten eine Arbeit von 103,3 . 0,003665 . 77,34 Kilogrammmetern geleistet. Mithin ergiebt sich das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit A = 423,7 Kilogrammmeter, übereinstimmend mit dem Resultat, welches Joule bei seinen Versuchen über die Reibung von Gusseisen und Quecksilber erhalten (§ 241).

Fig. 227.

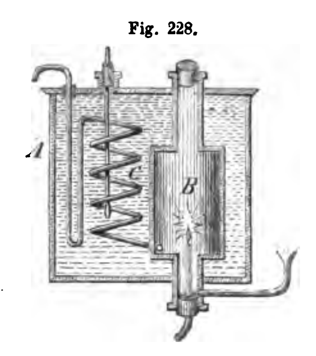


§ 243. Wärmeerzeugung durch chemische Processe, Verbrennung. Jeder chemische Process, bei welchem eine Vereinigung zweier Grundstoffe oder Verbindungen stattfindet, ist mit einer mehr oder minder beträchtlichen Wärmeentwickelung verbunden, so namentlich die Vereinigung der Grundstoffe mit Sauerstoff oder Oxydation, die Verbindung der Metalle mit Chlor, Jod, Brom, Schwefel u. s. w., die Vereinigung der Säuren mit Alkalien zu Salzen u. s. w., die Vereinigung des gebrannten Kalks oder der Kalkerde mit Wasser zu Kalkerdehydrat, welche beim sogenannten Löschen des gebrannten Kalkes stattfindet, die Vereinigung der wasserfreien Schwefelsäure mit Wasser zu Schwefelsäurehydrat (§ 19). Auch bei der Vermischung des Schwefelsäurehydrats (der concentrirten, englischen Schwefelsäure) mit Wasser findet noch eine beträchtliche Wärmeentwickelung statt. Insbesondere findet bei der schnellen Vereinigung vieler Grundstoffe mit Sauerstoff oder auch mit Chlor eine so intensive Wärmeentwickelung statt, dass dieselben dadurch bis zum Glühen erhitzt werden. Solche intensive Vereinigung zweier Stoffe wird mit dem Namen Verbrennung bezeichnet. In der Regel ist zur Einleitung des Verbrennungsprocesses eine erhöhte Entzündungstemperatur erforderlich. Ist derselbe einmal eingeleitet, so dient die durch die Verbindung erzeugte Wärme, um die Verbrennung zu unterhalten. Manche Stoffe entzünden sich schon bei gewöhnlicher Temperatur durch blosse Berührung z. B. Antimonfeilspähne in Chlorgas, Phosphorwasserstoffgas in Berührung mit Sauerstoff oder atmosphärischer Luft; Phosphor ist selbstentzündlich in fein vertheiltem Zustand, anderenfalls genügt eine geringe Reibung zu seiner Entzündung. Chlor und Wasserstoff vereinigen sich unter Explosion durch Einwirkung des Sonnenlichts (§ 152). Ist der in atmosphärischer Luft oder Sauerstoff verbrennende Körper entweder schon bei gewöhnlicher Temperatur gasförmig (Wasserstoffgas, Leuchtgas), oder geht derselbe bei erhöhter Temperatur in den gasförmigen Zustand über (Schwefel, Phosphor), oder werden endlich durch erhöhte Temperatur aus demselben brennbare Gase entwickelt (Oel, Wachs, Stearinsäure, Holz), so erfolgt die Verbrennung mit Flamme.

Um die bei der Verbrennung verschiedener Körper entwickelte Wärmemenge zu bestimmen, bediente sich Rumford eines Calorimeters A (Fig. 228), welches eine Verbrennungskammer B enthält. Die erhitzten Verbrennungsgase entweichen durch das von dem kalten Wasser des Calorimeters umgebene Schlangenrohr C

und geben ihren Wärmeüberschuss an das Wasser ab. Der bei Verbrennung des Wasserstoffgases oder wasserstoffhaltiger Verbindungen erzeugte Wasserdampf verdichtet sich in den Windungen des Schlangenrohrs zu flüssigem Wasser. Aus der verbrannten Gewichtsmenge der verschiedenen Substanzen und der entsprechenden Temperaturerhöhung des Calorimeters kann dann die Verbrennungswärme gefunden werden. So hat man gefunden, dass durch Verbrennung eines Kilogramms Wasserstoff 34601, durch Verbrennung eines Kgr. Kohlenstoff 7295 Wärmeeinheiten erzeugt werden.

Fig. 228.



Man pflegt die durch Verbrennung verschiedener Heizmaterialien (Holz-, Torf-, Braunkohlen- oder Steinkohlensorten) erzeugte Wärmemenge oder ihren Heizwerth zu vergleichen, indem man ermittelt, wie viel Kgr. Wasser durch Verbrennung einer bestimmten Gewichtsmenge in Dampf verwandelt werden. Nach obigem Resultat würde ein Kgr. reinen Kohlenstoffs hinreichen, um mehr als 13 Kgr. Wasser (§ 211) zu verdampfen. In der Praxis geben aber die besten Steinkohlensorten bei zweckmässigster Feuerungsanlage nur einen Heizeffekt von 8—9 Kgr.

Der Grund der Wärmeentwickelung bei chemischen Verbindungsprocessen ist in der bei der Vereinigung der verwandten Stoffe durch chemische Anziehung gewonnenen Arbeit zu suchen, welche in Form von Wärme sichtbar wird. Umgekehrt wird zur Trennung der chemischen Bestandtheile einer Verbindung eine gleiche Arbeits- oder Wärmemenge verbraucht. Explosive Verbindungen oder Gemenge, wie Schiesspulver, Schiessbaumwolle, Chlorstickstoff, welche bei ihrer Explosion gleichzeitig Arbeit und Wärme entwickeln, enthalten gleichsam einen Arbeitsvorrath in sich aufgespeichert, einer gespannten Feder vergleichbar. Ueber die Quelle des Arbeitsvorraths der vegetabilischen Brennstoffe s. § 244.

§ 244. Animalische und vegetabilische Wärme. Der Körper des Menschen und der sogenannten warmblütigen Thiere, nämlich der Säugethiere und Vögel, welche Lungenathmung und einen vollständigen doppelten Blutkreislauf besitzen, zeigt eine constante, von Klima und Jahreszeiten unabhängige, erhöhte Temperatur. Die Blutwärme des Menschen beträgt etwa 37° C. (29,6° R.). Ungefähr dieselbe Temperatur besitzt der Körper der meisten Säugethiere, während die meisten Vögel eine noch grössere Blutwärme (40—41° C.) besitzen. Die Quelle dieser Wärmeentwickelung ist der Respirationsprocess, indem gewisse kohlenstoff- und wasserstoffhaltige Blutbestandtheile durch den in den Lungen von den Blutzellen aufgenommenen atmosphärischen Sauerstoff eine Oxydation erfahren, die durch den Oxydationsprocess entstandene Kohlensäure wird in den Lungen wieder ausgeschieden und durch neuen Sauerstoff ersetzt. Zur gleichmässigen Erhaltung der Blutwärme ist im Winter und in kälteren Zonen eine grössere Menge von Nahrungsmitteln, namentlich von sogenannten Respirationsmitteln, d. i. fett- und stärkemehlhaltigen Nahrungsstoffen erforderlich, als in wärmerer Umgebung.

Eine Ausnahme erleidet die gleichmässige Höhe der Bluttemperatur nur bei Krankheiten, so dass das Thermometer für den Arzt unentbehrlich ist, ferner beim sogenannten Winterschlaf mancher Säugethiere, einem Erstarrungszustand, bei welchem der Process der Athmung und des Blutkreislaufes in hohem Grade verlangsamt ist, und die Blutwärme deshalb auf die Temperatur der Umgebung herabsinkt. Beim Erwachen des Ziesels aus dem Winterschlaf ist in dem Zeitraum von 2½ Stunden eine Temperatursteigerung von 8,4° C. auf 32° C. beobachtet worden. Auch die kiemenathmenden Thiere und die tracheenathmenden Insekten besitzen eine gewisse Blutwärme. Indess ist dieselbe nicht constant, sondern von der Temperatur der Umgebung abhängig, welche dieselbe in der Regel nur wenig

übertrifft, theils weil die Respiration zu langsam, theils weil die Wärmeabgabe an die Umgebung wegen der geringen Körpermasse verhältnissmässig zu gross ist. Wo Insekten in grosser Zahl zusammenleben, wie im Bienenstock, kann die erhöhte Temperatur, namentlich bei lebhafter Bewegung, sehr merklich werden, desgleichen während des lebhaften Flügelschlages bei den grossen Dämmerungsfaltern aus der Gattung Sphinx u. s. w. — Der Vegetationsprocess der Pflanzen ist im Allgemeinen nicht mit einer Oxydation verbunden, sondern die grünen Pflanzentheile vermögen im Gegentheil, unter Einfluss des Sonnenlichts, die in der Atmosphäre enthaltene Kohlensäure zu zerlegen und, unter Abscheidung von Sauerstoff, kohlenwasserstoffhaltige Verbindungen, wie Zellstoff, Stärkemehl, Zucker, Oele u. dergl. zu bilden. Auf diese Weise sammeln dieselben gleichsam einen Vorrath von Arbeit an, welche durch Verbrennung des Holzes, der aus demselben entstandenen Kohlen u. s. w. wieder gewonnen werden kann. Zur Blüthezeit dagegen findet ebenfalls ein Oxydationsprocess statt, welcher bei grösseren Blüthen und Blüthenständen, wie z. B. im Blüthenkolben der Aroïdeen, im Blüthenstand der Gattung Cycas, in der Blüthe der Victoria regia, mit einer merklichen Temperaturerhöhung verbunden ist.

7. Anhang zur Wärmelehre.

Anwendung der Wärmelehre auf die hauptsächlichsten Vorgänge in der Atmosphäre der Erde. Grundbegriffe der Meteorologie.

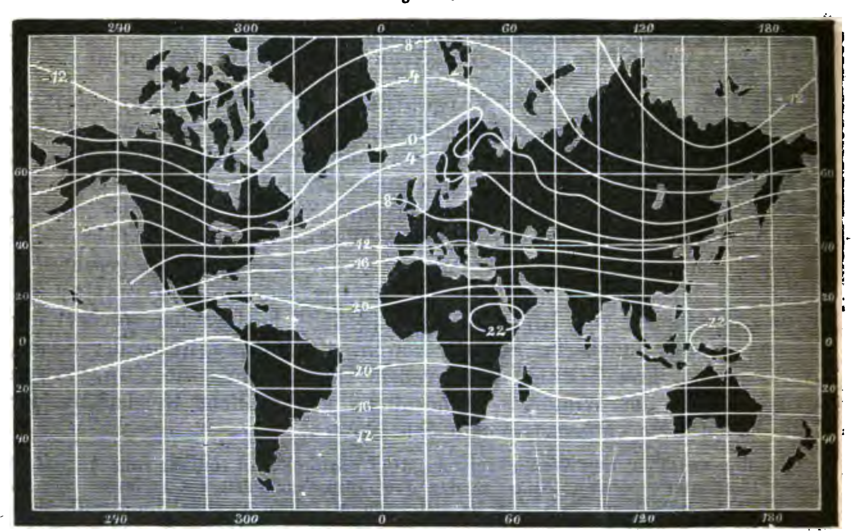
§ 245. Klimatische Verschiedenheiten und Jahreszeiten. Die vorzüglichste Ursache der klimatischen Verschiedenheiten auf der Erdoberfläche ist die ungleiche Erwärmung ihrer verschiedenen Theile durch die Sonnenstrahlen. Je niedriger der Stand der Sonne über dem Horizont, unter desto schieferem Winkel treffen ihre Strahlen die Erdoberfläche, desto geringer ist also ihre erwärmende Wirkung (§ 366), die überdies in um so höherem Grade durch Absorption in der Erdatmosphäre geschwächt wird. Die im Sommer nördliche, im Winter südliche Deklination der Sonne (Abweichung vom Himmelsäquator [§ 354]) bedingt den Wechsel der Jahreszeiten, indem im Sommer sowohl die Mittagshöhe der Sonne, als die Dauer ihres Verweilens über dem Horizont oder die Tageslänge grösser ist als im Winter. Die nördliche und südliche Hemisphäre der Erde haben stets entgegengesetzte Jahreszeiten.

In der zwischen den Wendekreisen ($23^1/_2{}^0$ nördlich und südlich vom Aequator) eingeschlossenen heissen Zone ist das Verhältniss insofern ein anderes, als an jedem Punkt derselben die Sonne im Laufe eines Jahres zweimal im Zenith (dem senkrecht über dem Scheitel des Beobachters befindlichen Punkte der Himmelskugel) steht und dieselbe bald nördlich, bald südlich vom Zenith culminirt (den höchsten Punkt ihrer täglichen Bahn erreicht). Die Verschiedenheit der Jahreszeiten wird daher hier weniger durch den Wechsel der direkten, erwärmenden Wirkung der Sonne, als durch die von ihrem Stande abhängigen, regelmässigen Luftströmungen und die damit verbundenen Feuchtigkeitsverhältnisse der Atmosphäre bedingt, wonach das Jahr im Allgemeinen in eine trockene Jahreszeit und eine Regenzeit zerfällt (vergl. § 253). In den von den Polarkreisen eingeschlossenen, kalten Zonen erhebt sich die Sonne während eines mehr oder minder grossen Theils des Winters (am Pol während 6 Monaten) nie über den Horizont, während sie in einem gleich grossen Zeitraum im Sommer nie unter den Horizont hinabsinkt, aber immer nur eine geringe Mittagshöhe erreicht.

§ 246. Tägliche und jährliche Mitteltemperaturen. Isothermen. Indem man aus den an einem Ort der Erdoberfläche während eines Tages von Stunde zu Stunde beobachteten Temperaturen der Luft das arithmetische Mittel nimmt, erhält man die Mitteltemperatur dieses Tages. Auf gleiche Weise können aus den Tagesmitteln die mittleren

Temperaturen der Monate, der Jahreszeiten und des ganzen Jahres für verschiedene Orte der Erdoberfläche abgeleitet werden. Erstreckt sich die Beobachtungsreihe über eine grössere Zahl von Jahren, so kann die Mitteltemperatur des ganzen Jahres, der einzelnen Monate und Jahreszeiten mit um so grösserer Sicherheit und unabhängig von zufälligen, während eines Jahres vorkommenden Unregelmässigkeiten der Witterung abgeleitet werden. Um die Vertheilung der Wärme auf der Erdoberfläche auf anschauliche Weise darzustellen, verbindet man, nach A. v. Humboldt, auf einer Erdkarte (Fig. 229) die Orte gleicher, mittlerer Jahrestemperatur durch Linien, welche Isothermen genannt werden. Fände auf der Erdoberfläche keinerlei Verschiedenheit in der Vertheilung von Land und Wasser, der Bodenbeschaffenheit, Vegetation u. s. w. statt, so würden alle Punkte desselben Parallelkreises gleiche mittlere Jahrestemperatur besitzen, die Isothermen müssten also mit den Parallelkreisen zusammenfallen, am Aequator müsste die höchste Temperatur stattfinden, und die Pole der Erdaxe müssten

Fig. 229.



gleichzeitig Kältepole sein. Dies ist jedoch keineswegs der Fall. Der Verlauf der Isothermen ist vielmehr ein sehr unregelmässiger und in noch höherem Grade ist dies der Fall bei den Isotheren und Isochimenen, d. h. bei den Linien, welche die Punkte gleicher Sommer- und Winterwärme verbinden, so wie bei den Monatsisothermen. Auch fallen die Kältepole nicht mit den astronomischen Polen zusammen, es finden sich vielmehr auf der nördlichen Halbkugel der Erde im Winter zwei getrennte Kältepole, den Continenten von Asien und Amerika entsprechend.

Auf den Karten Fig. 229 und 230 sind die Jahresisothermen und die Isothermen der Monate Januar und Juli dargestellt. Die folgende Tabelle enthält die Mitteltemperaturen des Jahres, des wärmsten und kältesten Monats für einige Orte der Erdoberfläche. Die Orte sind im Allgemeinen nach der geographischen Breite geordnet, wovon nur bei einer Reihe von Orten, die zwischen 50 und 60° N. Br. liegen, abgewichen worden, indem dieselben aus einem im nächsten Paragraphen

Fig. 230.



ersichtlichen Gründe nach der geogr. Länge geordnet sind. Die Temperaturen sind in Réaumur'schen Graden angegeben:

Ort	Geogr. Br.	Geogr. Länge östl. v. Greenw.	Mitteltemperatur des Jahres	Januar	Juli	Diff.
Rensselaer Hafen (Grönl.)	70° 37′	— 70° 40′	— 15,6	— 27,3	+ 2,8	30,1
Boothia Felix	69° 59′	— 92° 1′	— 12,6	— 27,0	+ 4,1	31,1
Jakutsk	62° 2′	129° 14′	— 9,1	— 33,7	+ 13,4	47,1
Tobolsk	56° 12′	68° 16′	+ 0,2	— 15,8	+ 16,0	31,8
Kasan	55° 47′	49° 7′	+ 2,2	— 10,9	+ 15,5	26,4
Moskau	55° 45′	37° 34′	+ 3,4	— 9,3	+ 15,6	24,9
St. Petersburg	59° 46′	30° 18′	+ 3,0	— 7,3	+ 13,6	20,9
Königsberg	54° 13′	20° 29′	+ 5,0	— 3,4	+ 13,6	17,0
Berlin	52° 30′	13° 24′	+ 7,2	— 1,9	+ 15,0	16,9
Brüssel	50° 51′	4° 22′	+ 8,3	+ 1,5	+ 14,4	12,9
Paris	48° 50′	2° 20′	+ 8,6	+ 1,5	+ 15,0	13,6
Greenwich	51° 29′	0° 0′	+ 7,5	+ 1,5	+ 12,3	10,8
Dublin	53° 21′	— 6° 11′	+ 7,6	+ 2,9	+ 12,8	9,9
Rom	41° 54′	12° 25′	+ 12,7	+ 5,8	+ 19,5	13,7
New-York	40° 42′	— 74° 1′	+ 8,7	— 0,8	+ 19,0	19,8
Peking	39° 54′	116° 26′	+ 10,1	— 3,0	+ 22,0	25,0
Cincinnati	39° 6′	— 84° 29′	+ 9,6	+ 0,7	+ 19,7	19,0
Funchal (Madeira)	32° 38′	— 16° 56′	+ 15,8	+ 14,0	+ 18,0	4,0
Calcutta	22° 38′	88° 20′	+ 22,4	+ 16,6	+ 23,9	7,3
Pondichery	11° 56′	79° 52′	+ 24,8	+ 21,2	+ 27,5	6,3
Lima	— 12° 3′	— 77° 8′	+ 18,4	+ 20,5	+ 16,2	4,3
St. Helena	— 15° 55′	— 5° 43′	+ 13,1	+ 14,2	+ 11,6	2,6
Rio Janeiro	— 22° 24′	— 43° 16′	+ 18,6	+ 21,4	+ 15,6	5,8
Capstadt	— 33° 56′	18° 28′	+ 15,3	+ 18,8	+ 11,4	7,4
Falklandsinseln	— 52°	— 61°	+ 6,8	+ 10,7	+ 2,4	8,3

§ 247. Continentales und Seeklima. Zwei Punkte der Erdoberfläche, welche gleiche, mittlere Jahrestemperatur besitzen, können, wie aus obiger Tabelle hervorgeht, dennoch sehr verschiedene, klimatische Verhältnisse zeigen, indem die jährlichen Schwankungen der Temperatur von sehr verschiedener Grösse sind. Namentlich spricht sich dies in dem Gegensatz des continentalen und Seeklima's aus. Das Festland erwärmt sich durch die Sonnenstrahlen viel leichter, als die Oberfläche des Meeres, strahlt aber auch die erhaltene Wärme schneller wieder nach dem Weltraum aus. Daher sind die täglichen und jährlichen Temperaturschwankungen im Allgemeinen um so grösser, je weiter man sich von der Meeresküste entfernt. Es geht dies aus der vorstehenden Tabelle deutlich hervor, wenn man z. B. die Ortschaften vergleicht, welche unter annähernd gleichen Parallelkreisen, zwischen 50 und 60° N. Br., aber unter verschiedenen Längengraden liegen. Während England ein ausgeprägtes Seeklima besitzt, wird die Differenz der Temperaturen des wärmsten und kältesten Monats um so grösser, je weiter man ostwärts in das Innere des grossen asiatisch-europäischen Continents eindringt. Im Sommer besitzen die Continente, im Winter die Meere die relativ höchste Temperatur.

Einen beträchtlichen Einfluss auf die Ausgleichung der klimatischen Verschiedenheiten der Küstenländer üben die Meeresströmungen aus. So verdanken die Nordwestküsten Europa's ihr mildes Winterklima grossentheils dem Einfluss des Golfstromes, welcher ihnen die im mexikanischen Golf erwärmten Wassermassen zuführt. — Als Ursache dieser Meeresströmungen sind zunächst herrschende Winde zu bezeichnen, welche die sogenannten Driftströmungen, die freilich nicht tief gehen, hervorrufen, dann die Differenz zwischen Niederschlag und Verdunstung. In den tropischen Meeren beträgt der jährliche Niederschlag nach Humboldt etwa zwei Meter, die Verdunstung fünf Meter, so dass daselbst im Jahre im Ganzen ein Verlust von ungefähr 900 Cub.-Meilen Wasser, also täglich von 2,5 Cub.-Meilen eintritt. In den tropischen Meeren ferner vermehrt sich der Salzgehalt der oberen Schichten durch die Verdunstung, in den arktischen Meeren durch die Abscheidung salzfreier Eismassen; in beiden Fällen sinkt darum das schwerer gewordene Wasser und bringt so zugleich die dem organischen Leben in der Meerestiefe unentbehrliche Luft im aufgelösten Zustande nach unten. — Der Golfstrom führt beständig soviel Wärme vom tropischen Amerika nach Osten, dass man damit einen Eisenstrom von der Breite und Tiefe des Missisippi in beständigem Flusse erhalten könnte.

§ 248. Tägliche Temperaturperiode. Während bei Tage die Oberfläche der Erde von den Sonnenstrahlen erwärmt wird und ihre höhere Temperatur den auf ihr ruhenden Luftschichten mittheilt, kühlt sich dieselbe bei Nacht durch Strahlung gegen den Weltraum ab. Sowohl die Einstrahlung, als die Ausstrahlung und in Folge dessen die tägliche Temperaturschwankung, ist bei heiterem Himmel grösser als bei bewölktem Himmel. Das tägliche Maximum der Temperatur pflegt in den ersten Nachmittagsstunden, etwa gegen 2 Uhr, das Minimum etwa eine Stunde vor Sonnenaufgang einzutreten.

In heiteren, sternenhellen Nächten pflegt sich die Temperatur am tiefsten zu erniedrigen, daher der alte, irrige Volksglaube, dass der Mondschein Kälte bringe. Die von Melloni mittelst einer Steinsalzlinse und der thermoelektrischen Säule (§ 235) nachgewiesene Wärmewirkung des Mondes ist allerdings auf der Erdoberfläche sehr gering (ja ihre Existenz ist neuerdings in Frage gestellt worden), indem wahrscheinlich der grösste Theil der Wärmestrahlen des Mondes in der Erdatmosphäre absorbirt wird (vergl. 237).

§ 249. Abnahme der Temperatur mit der Erhebung über die Erdoberfläche. Die vorhergehenden Angaben beziehen sich zu-

nächst auf die Temperatur der unmittelbar auf der Erdoberfläche ruhenden Luftschichten. Mit wachsender Höhe über der Meeresfläche oder über der ebenen Erdoberfläche nimmt die Temperatur ab, wie dies am besten an den Abhängen der Gebirge oder beim Aufsteigen in Luftballons beobachtet werden kann. Nach Schlagintweit entspricht z. B. in den Alpen die Temperatur von 1° R. im Januar einer Erhebung von 880 par.' (286 m), im Juli von 540' (175 m), im Jahresmittel von 690' (219 m).

Die Abnahme der Temperatur mit der Höhe erklärt sich einerseits dadurch, dass die Sonnenstrahlen zum kleinsten Theil von der Atmosphäre, grösstentheils aber von der festen und flüssigen Erdoberfläche absorbirt werden, so dass der Atmosphäre die Wärme hauptsächlich durch Berührung mit der erwärmten Erdoberfläche mitgetheilt wird. Andererseits werden die an der Erdoberfläche erwärmten Lufttheilchen beim Aufsteigen in höhere Schichten der Atmosphäre ausgedehnt, weil sie unter geringeren Druck kommen, und mit dieser Ausdehnung ist eine Temperaturerniedrigung verbunden (§ 242). Das Gesetz der Temperaturabnahme mit der Erhebung über dem Erdboden erleidet häufig eine Ausnahme in den untersten, zunächst auf der Erdoberfläche ruhenden Schichten der Atmosphäre, namentlich in den frühen Morgenstunden und an Orten, wo eine beträchtliche, nächtliche Wärmeausstrahlung nach dem Weltraum stattfindet, in Folge deren sich die Erdoberfläche weit unter die Temperatur der unteren Schichten der Atmosphäre abkühlt (vergl. § 262).

Die Abnahme der Temperatur mit der Höhe übt auf höheren Gebirgen einen wesentlichen Einfluss auf den Charakter der Vegetation, indem jede Pflanzenart in ihrer räumlichen Verbreitung auf denjenigen Höhenbezirk beschränkt ist, innerhalb dessen die zu ihrem Gedeihen erforderlichen Temperaturverhältnisse stattfinden. So ist die Kultur des Weinstockes oder der Getreidearten nur bis zu einer für jede Art bestimmten Höhe über dem Meeresniveau möglich. Auf den hohen Gebirgen südlicher Länder finden in einer gewissen Höhe die immergrünen Laubhölzer die Grenze ihres Verbreitungsbezirkes, in grösserer Höhe verschwinden die Laubhölzer überhaupt, dann die Nadelhölzer. Oberhalb der Baumgrenze besitzen die höchsten, alpinen Regionen ihre eigenthümliche Flora aus niedrigen, mit moosähnlichem Rasen die Felsen überziehenden Pflänzchen. Oberhalb der Schneegrenze endlich vermögen die Strahlen der Sommersonne nicht mehr die im Laufe des Winters gefallenen Schneemassen zu schmelzen, und es wird dadurch das vegetabilische Leben überhaupt unmöglich gemacht (vergl. § 260).

§ 250. Bodentemperatur. Die täglichen und jährlichen Temperaturschwankungen der Atmosphäre machen sich nur bis zu einer geringen Tiefe im Erdboden bemerkbar. Die tieferen Bodenschichten zeigen das ganze Jahr hindurch eine constante Temperatur, welche dem Jahresmittel des Ortes entspricht. In dem 81' (26 m) tiefen Keller der Pariser Sternwarte beträgt die jährliche Temperaturschwankung weniger als 0,1° C. — Quellwässer, welche aus einiger Tiefe kommen, zeigen daher ebenfalls eine während des ganzen Jahres constante Temperatur, erscheinen deshalb im Sommer kälter, im Winter wärmer als die Atmosphäre.

Die constante Bodentemperatur erklärt sich aus der geringen Wärmeleitungsfähigkeit der Erdschichten. Das jährliche Maximum und Minimum der Temperatur tritt um so später ein, und beide sind um so weniger verschieden, je tiefer man in die Erde eindringt, indem sich die Temperaturschwankungen der Atmosphäre gleichsam als sehr langsam fortschreitende und dabei sich mehr und mehr verflachende Wellen ins Innere des Erdbodens fortpflanzen. (Ueber die Temperatur der tieferen Erdschichten vergl. § 240.) — Aus Tiefen-Temperaturen im Atlantischen Ocean machte Thomson den Schluss, dass die Sonnenwärme sich nur bis zu einer Tiefe von etwa 40 m geltend macht und die Erwärmung durch den Golfstrom etwa zur Tiefe von 1200 m; von da an bis zur Tiefe von 3000 m findet für jede 400 m Tiefe eine Temperaturabnahme von 1° C. statt, von 3000 m bis 4000 m Tiefe fällt die Temperatur von 2,6° auf 2° und endlich bis zur Tiefe von 6000 m auf 1,9° C. In grossen Tiefen hat der Meeresboden eine sich gleichbleibende Temperatur von 0° bis 2° C. — Die niedrigste Bodentemperatur in Meerestiefen, welche bei einer Expedition von 1869 gefunden wurde, war — 1,3° C.

§ 251. Luftströmungen der Atmosphäre. In einem ungleich erwärmten Luftraum, z. B. in einem durch einen warmen Ofen geheizten Zimmer, steigen an den wärmeren Stellen die Lufttheilchen vermöge ihrer geringeren Dichtigkeit (§ 202) auf, während an den von der Wärmequelle entfernteren Stellen die kalten Lufttheile herabsinken. Längs des Bodens findet daher eine Strömung von den kälteren zu den wärmeren Stellen, im oberen Theil in entgegengesetzter Richtung statt. Communiciren zwei ungleich erwärmte Zimmer durch einen schmalen Thürspalt, so wird eine Lichtflamme im oberen Theil des Spaltes nach dem kälteren, in der Nähe des Bodens dagegen nach dem wärmeren Zimmer hingeweht. Der Luftzug im Feuerherd unserer Oefen und Kamine wird durch das Aufsteigen der im Schornstein enthaltenen warmen Luftsäule erzeugt. Aehnliche Strömungen werden in der Atmosphäre der Erde durch ungleiche Erwärmung der verschiedenen Theile der Erdoberfläche hervorgerufen. Diese Strömungen sind zum Theil lokaler Natur, wie die sogenannten Land- und Seewinde, welche sich in Küstengegenden bemerkbar machen. Da bei Tage das Festland sich stärker erwärmt, bei Nacht aber sich stärker abkühlt als die Oberfläche des Meeres (vergl. § 247), so strömt in den wärmsten Tagesstunden die kühle Seeluft längs der Erdoberfläche vom Meer zum Lande und wird als Seebrise bemerkbar, während bei Nacht der Landwind in entgegengesetzter Richtung weht. Beim Wechsel beider Luftströmungen tritt in der Regel einige Stunden lang Windstille ein.

In viel grösserem Massstabe werden die Bewegungen der Atmosphäre durch die ungleiche Erwärmung der Aequatorial- und Polarregionen der Erde beeinflusst. In der Aequatorialzone steigen die erwärmten Lufttheile auf, während in den höheren Breitenzonen ein Niedersinken der kalten Luft stattfindet. Es entstehen in Folge dessen auf jeder Erdhalbkugel zwei grosse Hauptströmungen, von denen die eine, welche die kalte Luft längs der Erdoberfläche vom Pol zum Aequator führt, der Polarstrom, die andere in den höheren Schichten der Atmosphäre vom Aequator zum Pol gerichtete, der Aequatorialstrom genannt wird.

§ 252. Einfluss der Axendrehung der Erde. Passatwinde. Fände auf der Erdoberfläche keinerlei Unregelmässigkeit in der Vertheilung von Land und Meer und in der Erhebung von Gebirgsketten statt, und würden die beiden grossen Hauptströmungen der Atmosphäre nicht durch die Axendrehung der Erde beeinflusst, so müssten dieselben genau von N. nach S., beziehungsweise von S. nach N. gerichtet sein. Die tägliche Axendrehung der Erde in der Richtung von W. nach O. bewirkt jedoch eine Ablenkung der Strömungen von ihrer ursprünglichen Richtung. Da nämlich die Lufttheilchen am Aequator an der Axendrehung der Erde Theil nehmen, also mit einer Geschwindigkeit von etwa 470^{m} (1500') in der Sekunde von W. nach O. bewegt werden, so werden dieselben, wenn sie als Aequatorialstrom nach höheren Breitengraden gelangen, wo die Rotationsgeschwindigkeit eine geringere ist, der Drehung der Erde in der Richtung von W. nach O. voraneilen. Es wird also auf der nördlichen Hemisphäre der Erde der ursprünglich südliche Aequatorialstrom eine Ablenkung nach SW. erfahren. Umgekehrt werden die Theilchen des Polarstromes, welche von Punkten geringerer zu Punkten grösserer Rotationsgeschwindigkeit gelangen, gegen die Drehung der Erde zurückbleiben oder sich relativ gegen die Erdoberfläche von O. nach W.

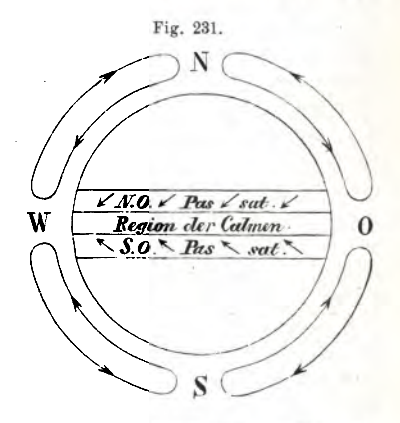
zu bewegen scheinen. Der längs der Erdoberfläche wehende, ursprünglich von N. nach S. gerichtete Polarstrom wird also eine Ablenkung nach NO. erleiden. — Auf ähnliche Weise werden die beiden Strömungen auf der südlichen Halbkugel der Erde durch die Axendrehung beeinflusst, so dass dieselben beziehungsweise eine nordwestliche und südöstliche Richtung erhalten.

In grösster Regelmässigkeit zeigen sich diese Luftströmungen in den nördlich und südlich vom Aequator gelegenen Regionen der grossen Oceane, wo längs der Meeresoberfläche die Polarströme das ganze Jahr hindurch wehen und die den Seefahrern wohlbekannten Passatwinde bilden, deren Entstehung auf obige Weise zuerst von Hadley (1735) richtig erklärt wurde. Nördlich vom Aequator weht, etwa zwischen dem 10. und 30. Grad N. Breite, beständig der NO.-Passat, südlich vom Aequator, unter den entsprechenden Breitengraden, der SO.-Passat, während in den höheren Regionen der Atmosphäre der auf der nördlichen Hemisphäre südwestlich, auf der südlichen Hemisphäre nordwestlich gerichtete Gegenpassat die am Aequator aufgestiegene erwärmte Luft nach den Polen führt.

Dass diese entgegengesetzte Strömung in den oberen Schichten der Atmosphäre wirklich stattfindet, kann man einestheils an den Gipfeln hoher Berge, z. B. des Pik's von Teneriffa, beobachten, welche sich bis in die Region des Gegenpassats erheben; andererseits wird es durch mehrfache Beobachtungen der Thatsache bestätigt, dass die bis in grosse Höhe emporgeschleuderte Asche vulkanischer Ausbrüche in einer dem unten wehenden Passat gerade entgegengesetzten Richtung mehr als 100 geographische Meilen weit fortgeführt wurde. Dasselbe geht aus gewissen Meteorstaubfällen hervor. Die auf dem Mittelmeer segelnden Schiffe werden nicht selten, während der sogenannte Scirocco weht, mit einem röthlichen Staub bedeckt. Noch häufiger zeigt sich derselbe an der afrikanischen Westküste. Bei mikroskopischer Untersuchung desselben fand Ehrenberg, dass dieser Staub zahlreiche Ueberreste von mikroskopischen Organismen enthält, welche in den tropischen Gegenden Südamerika's leben, also nur durch eine starke südwestliche Luftströmung von ihrem Ursprungsort nach den afrikanischen Küsten geführt und dort niedergefallen sein können.

§ 253. Calmengürtel; jährliche Verschiebung der Passatgrenzen; Jahreszeiten der Tropenländer. Die beiden Passatregionen (siehe Fig. 231) sind durch einen äquatorialen Gürtel der Windstillen oder Calmen. getrennt, welcher den Stellen der grössten Erwärmung entspricht, und in welchem vorzugsweise das Aufsteigen der erwärmten Luft in vertikaler Richtung stattfindet. Während in der Passatregion in Folge des Zuströmens aus kälteren Zonen kommender und daher wenig Wasserdampf enthaltender Luft, fortwährend trockenes, heiteres Wetter herrscht, ist die Calmenzone zugleich die Zone fortwährender Regengüsse und Gewitter. Die an der Oberfläche der tropischen Gewässer mit Feuchtigkeit gesättigte Luft wird beim Aufsteigen durch die damit verbundene Expansion abgekühlt (§ 242).

Fig. 231.



Dabei wird der grösste Theil des in derselben enthaltenen Wasserdampfes in flüssiger Form niedergeschlagen und stürzt in Form heftiger Regen-

güsse, die mit Gewittererscheinungen (§ 288) verbunden zu sein pflegen, nieder. Mit dem nördlichen und südlichen Stand der Sonne verschieben sich im Lauf der Jahreszeiten auch die Grenzen des Calmengürtels und der Passatregionen, so dass dieselben zur Zeit unseres Sommers mehr nach Norden vorrücken, zur Zeit unseres Winters nach Süden zurückweichen. Aus dieser Verschiebung entspringt der Wechsel der trockenen Jahreszeit und der Regenzeit tropischer Regionen, indem jeder Ort der Tropengegenden seine trockene Jahreszeit hat, so lange er sich in der Passatzone, seine Regenzeit hingegen, wenn er sich in der Region der Calmen befindet (vergl. §§ 254, 256). Die Grösse der jährlichen Verschiebung der Passatgrenzen wird durch die Vertheilung der Meere und Continente beeinflusst und ist deshalb unter verschiedenen Längengraden verschieden. Manche Orte (Cayenne) bleiben fast das ganze Jahr hindurch in der Region der Windstillen, haben also immer Regen, während andere (Sahara) sehr selten Regen haben.

Am stärksten ist die jährliche Verschiebung der Passatgrenzen im indischen Ocean, indem zur Zeit des Sommers, in Folge der starken Erwärmung des grossen, nördlich vom Aequator gelegenen, asiatischen Continents der SO.-Passat der südlichen Hemisphäre weit über den Aequator hinaus nach der nördlichen Halbkugel übergreift, wobei seine Richtung in eine südwestliche übergeht. Umgekehrt greift während unseres Winters der Nordostpassat auf die südliche Halbkugel über und ändert daher seine Richtung in eine nordwestliche. Es wehen daher in den indischen Meeren, nach den Jahreszeiten regelmässig abwechselnd, nördlich vom Aequator nordöstliche und südwestliche, südlich vom Aequator südöstliche und nordwestliche Winde, welche von dem Seefahrer Monsune genannt werden.

§ 254. Region der veränderlichen Winde. Dove's Drehungsgesetz. Diese völlige Regelmässigkeit der Luftströmungen und der damit verbundenen Witterungserscheinungen findet nur innerhalb der zu beiden Seiten des Aequators, bis etwa zum 30sten Breitengrade gelegenen Zone statt. Jenseits der äusseren Grenze der Passatregion beginnt die Region der veränderlichen Winde. Jenseits der Wendekreise beginnt nämlich der obere Gegenpassat sich allmählich herabzusenken, so dass unter höheren Breiten der Polar- und Aequatorialstrom nicht mehr über, sondern neben einander fliessen und einander zeitweise gegenseitig verdrängen. So unregelmässig sich auch dieser Wechsel und die damit verbundenen Witterungserscheinungen auf den ersten Blick darstellen, so lassen sich doch ebenfalls bestimmte Gesetze darin erkennen. Die Windfahne dreht sich nämlich, wie Dove gezeigt hat, auf der nördlichen Hemisphäre der Erde vorwiegend im Sinne eines Uhrzeigers, also in der Richtung SWNOS, während auf der südlichen Hemisphäre die entgegengesetzte Drehungsrichtung stattfindet. Der Aequatorialstrom tritt nämlich Anfangs als reiner Südstrom auf und wird dann, wenn die aus südlicheren Breiten kommenden Lufttheilchen zu uns gelangen, immer mehr nach SW. und W. abgelenkt. Ein darauf eintretender Polarstrom beginnt mit N. und geht dann durch NO. nach O. über. Der Ostwind setzt sich dann mit dem wieder eintretenden Südstrom Anfangs zu SO. zusammen, bis der Südstrom das Uebergewicht erhält und der Kreislauf von Neuem beginnt. Dieser Drehung der Windrichtung entsprechen die übrigen Witterungserscheinungen. Der Aequatorialstrom bringt uns warme, leichte, mit Feuchtigkeit gesättigte Luft, der Polarstrom kalte, schwere trockene Luft. Deshalb haben wir, während

der erstere andauert, im Allgemeinen hohe Temperatur, niederen Barometerstand und Regenwetter, während des letzteren niedere Temperatur, hohen Barometerstand und heiteres Wetter.

Da der Südstrom sich zuerst in den oberen Schichten der Atmosphäre fühlbar macht, so wird sein Eintritt in der Regel zuerst durch ein langsames Sinken des Barometers (und leichtes Cirrusgewölk, vergl. § 257) angezeigt, während das Steigen des Barometers den Eintritt des Polarstromes verkündet. Es geht daraus hervor, inwiefern das Barometer als Wetteranzeiger dienen kann. Doch kann der Wechsel des Luftdruckes auch durch andere Ursachen mitbedingt werden. Ein schnelles, starkes Sinken des Barometers verkündet in der Regel stürmisches Wetter. Ein auffallend hoher Barometerstand kann dagegen durch gegenseitiges Anstauen der beiden Luftströmungen erzeugt werden, welches wegen der Vermischung der warmen und kalten Luft häufig mit dichtem Nebel und wässerigen Niederschlägen verbunden ist.

Im Allgemeinen sind auf der nördlichen Hemisphäre, wie aus dem Obigen hervorgeht, die SW- und NO-Winde vorherrschend. Lokalverhältnisse können jedoch Abweichungen bedingen. So erzeugt die starke Erwärmung des asiatischen Continents und die dadurch bewirkte Auflockerung der über demselben ruhenden Luft während unseres Sommers in Europa häufige Nordwestwinde.

Die erste Anregung zu einer wissenschaftlichen Pflege der Witterungskunde ist von Deutschland ausgegangen und zwar hat die Pfälzer Akademie zuerst ein eigentliches Beobachtungsnetz begründet. Alex. v. Humboldt entwarf in grossen Zügen den Plan einer physikalischen Geographie und Dove zeigte dann in mustergiltiger Weise, wie die aus den Beobachtungen gewonnenen Zahlen zu gruppiren sind und zu allgemeinen Resultaten führen. Die Physik und Meteorologie der Meere verdankt vor Allem dem Amerikaner Maury ihre rasche Entwickelung. Im Jahre 1875 endlich ist auch die deutsche Admiralität dem System der Sturmwarnungen durch Vereinigung und regelmässige Veröffentlichung telegraphischer Berichte über den Barometerstand, die Windrichtung und die Witterung aus einem ausgedehnten Beobachtungsgebiete auf Seewarten beigetreten.

§ 255. Wirbelstürme. Die heftigsten Luftbewegungen finden in den Wirbelstürmen der Tropengegenden statt, welche in den westindischen Gewässern unter dem Namen Hurrikan's, in den ostindischen und chinesischen Meeren als Teifun's bekannt und gefürchtet sind. Eine Luftmasse von vielen Meilen Durchmesser wird dabei in heftig wirbelnde Bewegung versetzt. Die Rotationsrichtung ist auf der nördlichen Halbkugel entgegengesetzt der eines Uhrzeigers (SONWS), auf der südlichen Halbkugel die umgekehrte. Dabei schreitet das Centrum des Wirbelsturmes allmählich fort, auf der nördlichen Halbkugel, so lange er sich in der Passatregion befindet, von SO. nach NW.; an der Grenze der Passatregion angelangt, wird die Richtung des Fortrückens allmählich nach N. und NO. abgelenkt, indem gleichzeitig der Durchmesser des Wirbelsturmes sich erweitert und seine Intensität abnimmt. Am furchtbarsten und häufigsten sind die Hurrikan's in der Gegend der Antillen. Im Centrum des Wirbelsturmes herrscht völlige Windstille und in Folge der durch die Rotation bewirkten Luftverdünnung ein sehr niedriger Barometerstand. Ein Ort, über den das Centrum des Wirbels fortschreitet, wird daher nach einander von zwei in entgegengesetzter Richtung wehenden Stürmen getroffen, welche durch eine kurze Windstille getrennt sind.

Wirbelbewegungen in kleinerem Massstabe, welche wie die Wirbelstürme in der Regel von elektrischen Erscheinungen begleitet werden, sind die Wind- und Wasserhosen oder Tromben. — Nach Reye sind die Wirbelstürme als durch Wärme erzeugte vertikale Luftströme zu erklären: diese Luftströme veranlassen das Herzuströmen der Luft zum Fusse, die Abnahme des Luftdruckes und die rasche Bildung von Regen und Gewitterwolken. Um das windstille Centrum steigen so lange neue Luftströme auf, als genügende Mengen Wasserdampf mitgerissen werden, um bei ihrer Verdichtung durch die dabei frei werdende Wärme die Luft zu erwärmen und so emporzutreiben.

§ 256. Wolken, Nebel. Durch Abkühlung einer Luftmasse bis unter den Sättigungspunkt des in ihr enthaltenen Wasserdampfes (§§ 213, 218) wird ein Theil des letzteren in tropfbar flüssigem Aggregatzustand in Form von Wolken oder Nebeln, niedergeschlagen. Diese bestehen aus sehr feinen Wassertröpfchen oder Bläschen, welche vermöge ihrer Leichtigkeit längere Zeit in der Luft schweben können. Die Abkühlung und daraus entspringende Wolkenbildung erfolgt namentlich beim Aufsteigen der erwärmten, feuchten Luft in höhere Regionen, wie es besonders in der Regenregion der Calmen stattfindet (§ 253), sodann bei Fortführung der Luft nach höheren Breitengraden im Aequatorialstrom (§§ 251, 254) oder endlich bei Vermischung wärmerer mit kälteren Luftmassen, z. B. beim Eindringen des Polarstromes in den Aequatorialstrom.

Am Abend beobachtet man die Bildung von Nebeln über Gewässern und feuchten Wiesen, wenn die Temperatur der auf denselben ruhenden Luftschicht bis unter den Thaupunkt zu sinken beginnt. In den Gebirgen heften sich die Wolken an die kalten Berggipfel, indem die Lufttheilchen, sobald sie in die Nähe des Berges gelangen, bis unter den Thaupunkt abgekühlt werden und der Wasserdampf sich niederschlägt, in grösserer Entfernung von demselben aber sich wieder auflöst. Deshalb scheint die Wolke, vom Thale aus gesehen, ruhig am Berge zu haften, obgleich in der That die Luftmasse in steter Bewegung ist und die Wolke von immer neuen Wassertheilchen gebildet wird, wie der durch einen ruhenden Stein in fliessendem Wasser erregte Wirbel seinen Ort unveränderlich bewahrt. Ein ähnlicher Process fortwährender Neubildung und Wiederauflösung findet wahrscheinlich in den meisten Wolken statt. — Wolken und Nebel sind nicht wesentlich verschieden. Nebel sind auf dem Erdboden ruhende Wolken. Die auf dem Berge lagernde Wolke erscheint dem darin Befindlichen als Nebel. Die Frage, ob die Verdichtung des Wasserdampfes in Form kleiner Tröpfchen oder in Form von Bläschen geschieht, hat noch nicht mit Sicherheit entschieden werden können. Nach Meissner ist der Ozongehalt der Atmosphäre von wesentlichem Einfluss auf die Wolkenbildung.

§ 257. Wolkenformen. Unter den mannigfaltigen Gestalten der Wolkenbildung unterscheidet man nach Howard folgende vier Hauptformen: die Federwolke (cirrus), die Haufenwolke (cumulus), die Schichtwolke (stratus) und die Regenwolke (nimbus).

Die feinsten und am höchsten schwebenden Wolken sind die Federwolken, wahrscheinlich nicht aus flüssigen Wassertheilchen, sondern aus Eiskrystallen gebildet. Sie zeigen häufig, namentlich wenn sie in die geschichtete Federwolke (cirro-stratus) übergehen, den Eintritt des Aequatorialstromes in den oberen Luftschichten an, weshalb man bei gleichzeitigem, allmählichem Sinken des Barometers auf Regenwetter schliessen kann. Die abgerundeten Haufenwolken, oft von halbkugeliger Gestalt mit horizontaler Basis, treten bei uns in der Regel im Sommer bei andauernd schönem Wetter auf. Eine Zwischenform bildet die gehäufte Federwolke (cirro-cumulus) — die sogenannten „Schäfchen". Schichtwolken sind die langen, horizontalen Wolkenstreifen, welche sich häufig in weiter Ausdehnung über dem Horizont lagern. Die Regenwolke, in der Regel aus der geschichteten Haufenwolke (cumulo-stratus) oder der geschichteten Federwolke (cirro-stratus) entstehend, überzieht in der Regel den ganzen Himmel oder einen grossen Theil desselben mit einem gleichförmig grauen, undurchsichtigen Schleier.

§ 258. Regen. Wird der Niederschlag des Wasserdampfes (§ 256) so reichlich, dass die Wassertheilchen nicht mehr in der Luft schwebend erhalten werden können, sondern zu grösseren Tröpfchen und Tropfen zusammenfliessen, so fällt das Wasser als Regen herab. Anfangs lösen sich die Tropfen beim Herabfallen durch trockene Luftschichten zum Theil wieder auf, bis sich auch die unteren Schichten mit Feuchtigkeit gesättigt haben. Dann findet in der Regel das Umgekehrte statt, dass

nämlich die Tropfen sich im Herabfallen durch neuen Niederschlag noch vergrössern, so dass die am Fusse eines Thurmes auf eine gleich grosse Fläche fallende Regenmenge grösser ist, als auf dem Gipfel desselben. Die Dauer und Beschaffenheit des Regens ist verschieden, je nachdem derselbe durch den andauernden Aequatorialstrom (vergl. § 254), oder durch das Eindringen des Polarstromes in den Aequatorialstrom veranlasst wird. Im ersteren Fall erfolgt der Niederschlag allmählich und längere Zeit gleichmässig andauernd, während er im letzteren Fall plötzlich in grosser Menge stattfindet, aber schnell vorübergeht. Diese schnelle Verdichtung des Wasserdampfes ist dann in der Regel mit lebhaften, elektrischen Erscheinungen verbunden (§ 287). Darauf beruht der Unterschied der sogenannten Landregen und der Gewitterregen. Erstere dauern in mässiger Stärke mit kleinen Tropfen lange Zeit an, letztere fallen mit grossen Tropfen in sehr reichlicher Menge, aber schnell vorübergehend.

Die an einem Orte in einem bestimmten Zeitabschnitt fallende Regenmenge wird durch den Regenmesser (Ombrometer) gemessen. Ein trichterförmiges, oben offenes Gefäss, dessen Oeffnung einen genau bestimmten Flächeninhalt hat, sammelt die auf diese Fläche fallende Regenmenge in einem Kasten, aus welchem sie in ein engeres Gefäss gebracht und ihrem cubischen Inhalt nach gemessen werden kann. Man kann danach bestimmen, wie hoch die gefallene Regenmenge den Boden bedecken würde, wenn durch Abfluss, Verdunstung und Eindringen in den Boden nichts verloren ginge. In Berlin beträgt die mittlere, jährliche Regenmenge 21,5 par.″ (58^{cm}), in Calcutta $63^3/_4$″ (173^{cm}), in Buitenzorg (Java) $138^1/_2$″ (375^{cm}), in Cayenne 120 par.″ (325^{cm}). Im Allgemeinen findet an Gebirgen ein bedeutender Regenniederschlag statt und zwar (auf der nördlichen Hemisphäre der Erde) vorzugsweise am Südabhang der Gebirge, was sich aus der Abkühlung erklärt, welche der Aequatorialstrom daselbst erleidet.

§ 259. Schnee. Ist die Temperatur der Luft unter dem Gefrierpunkt, so findet der Niederschlag der Feuchtigkeit nicht in flüssiger Form, sondern in Gestalt feiner, nadelförmiger Eiskrystalle statt, welche sich, da sie dem hexagonalen Krystallsystem angehören, zu zierlichen, sechsstrahligen Sternen (Fig. 232) zusammengruppiren. Bei grösserer Menge bilden dieselben unregelmässige Schneeflocken, deren weisse, undurchsichtige Beschaffenheit von der lockeren Anhäufung der sie bildenden Eiskrystalle und den zahlreichen, zwischen ihnen eingeschlossenen, lufthaltigen Zwischenräumen herrührt.

Fig. 232.



Die sechsstrahligen Schneefiguren, welche am schönsten bei strenger Kälte und sparsam fallendem Schnee beobachtet werden, fängt man am besten auf einer, zuvor unter Null Grad abgekühlten, schwarzen Schiefertafel oder einem schwarzen Tuch auf. Sehr mannigfaltige Formen derselben sind von Scoresby auf seinen Reisen in den Polarregionen beobachtet und abgebildet worden.

§ 260. Schneegrenze, Firn, Gletscher. In den Polargegenden sowie in den höheren Gebirgsregionen (vergl. § 249), ist die Sommerwärme nicht mehr hinreichend, um die während des Winters im festen Aggregatzustand niedergeschlagenen Schneemassen zu schmelzen. Dies tritt in um so geringerer Höhe über dem Meeresniveau ein, unter je höherem Breitengrade das Gebirge gelegen ist; in der Polarzone sinkt die Schneegrenze bis zum Meeresniveau herab. So beträgt die Höhe der Schneegrenze an den Cordilleren von Bolivia und am Himalaya $4800-5800^m$ (15—18000 par.′), an den Alpen $2700-2800^m$ (8300—8600′), am Altai

2000^m (6000′), an den norwegischen Kjölen 1600^m (5000′), auf Island 1000^m (3000′).

Uebrigens wird die Höhe der Schneegrenze auch durch die absolute Höhe und durch die Massenhaftigkeit der Erhebung des Gebirges, durch die angrenzenden Hoch- oder Tiefländer, so wie durch die Menge dev Niederschläge beeinflusst. So ist die Schneegrenze an der nördlichen Kette des Karakorum höher als an der südlichen Parallelkette des Himalaya, und am Nordabhang des letzteren höher als am Südabhang, weil an letzterem die stärksten Niederschläge stattfinden und der Himalaya nördlich an das Hochland von Tibet, südlich aber an die Stufenländer Indiens grenzt.

Ein grosser Theil des im Winter auf dem Hochgebirge angesammelten Schnees stürzt bei beginnender Schneeschmelze im Frühling und Anfang des Sommers in Form von Lawinen von den geneigten Abhängen des Gebirges herab. Der übrig bleibende Theil, auf den weniger steil geneigten Flächen, wird während des Sommers durch abwechselnde, oberflächliche Schmelzung unter den Strahlen der Sonne und Wiedergefrieren bei Nacht in körnigen Firn umgewandelt. Dieser Firn, welcher auf hohen Gebirgen Felder von meilenweiter Ausdehnung bildet, senkt sich durch seine Schwere allmählich in die tieferen Einsattelungen des Gebirges herab, indem er sich, in Folge einer besonderen Eigenschaft des Eises, zu einer immer dichter und fester zusammenhängenden Eismasse vereinigt. Dadurch entstehen die Gletscher, welche gleichsam als die in den Thalschluchten des Hochgebirges herabsteigenden Abflüsse des Firnmeeres betrachtet werden können, und deren untere Enden sich meist weit unter die Schneegrenze hinab erstrecken (der Grindelwaldgletscher z. B. bis zu 1000^m (3000′) Meereshöhe).

Die Eismasse des Gletschers ist in fortwährendem, langsamem Vorrücken begriffen, dessen Geschwindigkeit, je nach der Gestalt und Neigung des Thalbettes, in welchem der Gletscher sich herabsenkt, verschieden ist. Tyndall fand diese Geschwindigkeit an verschiedenen Punkten des Mer de glace bei Chamouny gleich 24 — 54^{cm} in 24 Stunden. Die Eismasse des Gletschers ist von zahlreichen, bald mehr, bald minder breiten und tiefen Spalten zerklüftet, in welche das durch oberflächliche Schmelzung entstandene Wasser einsickert und sich zu einem unter dem Gletscher hin fliessenden Bach sammelt, welcher am unteren Ende desselben aus einem mehr oder minder hoch gewölbten Gletscherthor hervorströmt. Das untere oder Stirnende des Gletschers würde durch das Herabsinken der Eismasse mit jedem Jahre tiefer nach dem Thale hin vorrücken, wenn nicht am unteren Ende ebensoviel abschmölze, wie von oben her nachrückt. In heissen, trockenen Jahren zieht sich der Gletscher zurück, indem die Schmelzung überwiegt, während er in einer Reihe kalter Jahre mit reichlichen Niederschlägen vorrückt und die vor seinem Ende angesammelten Schutt- und Geröllmassen, welche seine sogenannte Stirnmoräne bilden, mit unwiderstehlicher Gewalt vor sich herschiebt. Die Oberfläche des Gletschers ist in der Regel mit mehr oder minder zahlreichen Steinen und Felsstücken bedeckt, welche durch den Druck und die Reibung des Eises von den Thalwänden abgelöst oder von oben auf den Gletscher herabgefallen sind. Bei seinem Herabrücken führt der Gletscher diese Gesteinsmassen mit sich ins Thal herab, und dieselben häufen sich am unteren Ende als Stirnmoräne an, während die Ränder des Gletschers seiner ganzen Länge nach von zwei aus ähnlichem Geröll gebildeten Seitenmoränen eingefasst sind. Wenn sich die Thalbetten zweier Gletscher vereinigen, so fliessen beide, wie zwei Ströme, in einen zusammen und durch Vereinigung der beiden inneren Seitenmoränen entsteht eine Mittelmoräne, welche auf dem Rücken des Gletschers herabläuft. In einer früheren Epoche der Erdbildung war die Ausdehnung der Gletscher, wie durch geologische Forschungen nachgewiesen wird, eine viel grössere als gegenwärtig.

§ 261. Graupeln, Hagel, Glatteis. Graupeln sind kugelrunde, etwa erbsengrosse, leicht zerdrückbare, trübe Schneekörnchen, welche namentlich im Frühjahr und Herbst bei schnell wechselnder Temperatur

häufig niederfallen. Man kann dieselben als Schneeflocken betrachten, die durch theilweise Schmelzung und Wiedergefrieren während des Herabfallens verdichtet sind. — Die Hagelkörner bestehen aus einem trüben, einem Graupelkorn ähnlichen Schneekern, welcher von einer mehr oder minder dicken Hülle in concentrischen Schalen geschichteten Eises umgeben ist. Die schnelle Bildung so grosser Eismassen, welche wegen ihres bedeutenden Gewichtes nicht wohl längere Zeit in der Luft geschwebt haben können, erklärt sich nach Dufour durch die Annahme, dass sich die Wassertröpfchen der hagelbildenden Wolke, unter Null Grad abgekühlt, im Zustande der Ueberschmelzung (§ 208) befinden. Durch Berührung mit einer Schneeflocke wird die plötzliche Erstarrung der überschmolzenen Wassertheilchen veranlasst, und dieselben überziehen in kurzer Zeit das durch die Wolke herabfallende Korn mit einer schalenförmig geschichteten Eishülle von beträchtlicher Dicke, welche durch eingeschlossene Luft weiss und undurchsichtig erscheint. Die Hagelwetter treten in der Regel in Begleitung von Gewittern (§ 288) auf und sind auf einen schmalen Landstrich beschränkt, der aber oft bedeutende Längenausdehnung hat. — Eine der Hagelbildung analoge Erscheinung ist das sogenannte Glatteis. Fallen im Winter unter den Gefrierpunkt abgekühlte und im Zustand der Ueberschmelzung befindliche Regentröpfchen auf den festen Erdboden, so erstarren sie plötzlich und überziehen den Erdboden mit einer glatten Eisrinde. Dass hier die Abkühlung unter den Gefrierpunkt nicht erst am kalten Erdboden erfolgt, geht daraus hervor, dass die Bildung der Eisschicht auch auf ausgespannten Tüchern, Regenschirmen und anderen schlechten Wärmeleitern stattfindet.

§ 262. Thau und Reif. Durch die nächtliche Wärmeausstrahlung nach dem Weltraum wird bei heiterem Himmel die Erdoberfläche, wo sie von schlechten Wärmeleitern gebildet wird, bis unter den Thaupunkt (§ 218) abgekühlt. Der in den mit der Erdoberfläche in Berührung befindlichen Luftschichten enthaltene Wasserdampf schlägt sich in Folge dessen als Thau, oder wenn die Temperatur der Bodens unter dem Gefrierpunkt ist, als Reif nieder. Die Thau- oder Reifbildung erfolgt deshalb um so reichlicher, je grösser das Wärmestrahlungsvermögen und je geringer das Wärmeleitungsvermögen der Erdoberfläche ist, am reichlichsten daher auf dunklen, rauhen Körpern, auf Pflanzentheilen, welche eine sehr grosse strahlende Oberfläche darbieten und dabei sehr schlechte Wärmeleiter sind. An den Zweigen der Bäume bildet sich im Winter der Eisniederschlag als sogenannter Rauhfrost häufig in solcher Menge, dass starke Aeste und Stämme durch das Gewicht derselben zusammenbrechen.

Die Thaubildung wird verhindert durch alle Einflüsse, welche die freie Wärmestrahlung nach dem Weltraum beschränken, also durch Bewölkung des Himmels, durch Rauch, so wie durch jede Bedeckung des Bodens.

Siebenter Abschnitt.

Elektricität und Magnetismus.

1. Reibungselektricität.

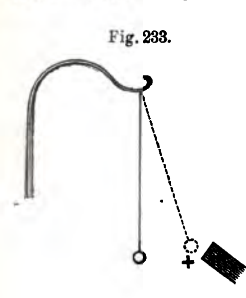
§ 263. **Erregung der Elektricität durch Reibung; Leiter und Nichtleiter der Elektricität.** Schon im Alterthum war die Eigenschaft des geriebenen Bernsteins (ἤλεκτρον) bekannt, leichte Körper, wie Aschentheilchen, Strohhalme u. dergl. an sich zu ziehen. Gilbert zeigte (1600), dass auch viele andere Körper, wie Harze, Schwefel, Glas, Seide, durch Reiben diese Eigenschaft erlangen oder elektrisch werden können. Man theilte demnach die Körper in idioelektrische und anelektrische ein. Nachdem jedoch Gray (1729) gezeigt hatte, dass die sogenannten anelektrischen Körper nicht nur elektrisirt werden können, sondern auch den elektrischen Zustand auf grössere Entfernungen fortzupflanzen im Stande sind, unterschied man richtiger Leiter und Nichtleiter der Elektricität. Die Nichtleiter werden durch Reiben elektrisch und behalten ihre Elektricität, indem dieselbe an der Stelle haftet, wo sie durch die Reibung erregt worden ist. Die Leiter können zwar ebenfalls elektrisch gemacht werden, bewahren den elektrischen Zustand aber nur dann, wenn sie von Nichtleitern umgeben und durch dieselben vom Erdboden isolirt sind. Die Nichtleiter werden deshalb auch Isolatoren genannt.

Zu den Nichtleitern gehören Harz, (Schellack, Siegellack), Schwefel, Kautschuk, Guttapercha, Glas, Edelsteine, Seide, Collodium, ganz trockenes Holz oder Papier u. s. w. Leiter der Elektricität sind vorzugsweise die Metalle, ferner Graphit, Holzkohle, Wasser und viele Flüssigkeiten. Unvollkommene Leiter oder sogenannte Halbleiter sind: Luft, trockenes Holz, Papier, Baumwolle, Stroh, Leder, überhaupt die meisten organischen Gewebe und viele Gesteine (vergl. auch § 265).

Trockene Luft ist ein Nichtleiter, feuchte Luft ein unvollkommener Leiter. Gase in sehr verdünntem oder erhitztem Zustand (Flamme) sind Leiter der Elektricität (vergl. § 334). Der luftleere Raum ist nichtleitend für die Elektricität.

§ 264. **Elektrisches Pendel, positive und negative Elektricität.** Um den elektrischen Zustand eines Körpers zu prüfen, bedient man sich am Einfachsten des elektrischen Pendels (Fig. 233), d. h. eines an einem Seidenfaden aufgehängten, leichten Kügelchens aus Binsen- oder Hollundermark. Dasselbe wird von einer mit Wollenzeug geriebenen Glas- oder Siegellackstange angezogen und nach erfolgter Berührung wieder abgestossen. Zwei neben einander aufgehängte Kügelchen, welche mit derselben geriebenen Glasstange berührt worden sind, stossen einander ab. Es folgt daraus, dass der elektrische Zustand des Glases durch die Berührung den Kügelchen mitgetheilt worden ist, und dass zwei gleichartig elektrische Körper einander abstossen. Mittelst des elektrischen Pendels überzeugt man sich, dass die Elektricität der geriebenen Glasstange von der der geriebenen Siegellackstange verschieden ist. Ein mit der ge-

Fig. 233.



riebenen Glasstange berührtes Kügelchen wird, wie oben gezeigt, von dieser abgestossen; von der geriebenen Siegellackstange aber wird es angezogen. Nach Berührung mit der Siegellackstange wird es umgekehrt von dieser abgestossen, und von der Glasstange angezogen. Die Elektricitäten des geriebenen Glases und Siegellacks zeigen also ein verschiedenes und gewissermassen entgegengesetztes Verhalten. Man unterscheidet dieselben daher durch die Benennung Glas- und Harzelektricität, oder positive und negative Elektricität. Die angegebenen Erscheinungen können demnach in den Satz zusammengefasst werden, dass zwischen gleichnamig elektrischen Körpern Abstossung, zwischen ungleichnamig elektrischen Körpern Anziehung stattfindet.

Zur Erklärung der elektrischen Erscheinungen nimmt man das Vorhandensein zweier elektrischer Fluida an, welche, wenn sie in einem Körper in gleicher Menge vorhanden sind, sich in ihren Wirkungen gegenseitig aufheben oder einander neutralisiren. Ein solcher Körper ist dann neutral elektrisch oder erscheint unelektrisch. Der Körper erscheint positiv oder negativ elektrisch, je nachdem eines oder das andere Fluidum im Ueberschuss vorhanden ist. Die Theilchen jedes der beiden Fluida stossen einander ab; dagegen findet zwischen den Theilchen des positiven und denen des negativen Fluidums Anziehung statt, indem sich dieselben zu vereinigen und zu neutralisiren streben. In der That verlieren zwei gleich stark, entgegengesetzt elektrische Körper durch Berührung ihren elektrischen Zustand, indem sich ihre Elektricitäten zu neutraler Elektricität vereinigen. Beim Reiben wird umgekehrt die neutrale Elektricität in positive und negative zerlegt; die beiden mit einander geriebenen Körper zeigen daher, wie unten (§ 265) näher erläutert wird, stets entgegengesetzte Elektricitäten.

Die sogenannte dualistische Hypothese, welche zwei entgegengesetzte, elektrische Fluida annimmt, ist zuerst von Symmer (1759) aufgestellt worden, während Franklin und Aepinus die elektrischen Erscheinungen durch die Annahme eines Fluidums erklären wollten, welches in unelektrischen Körpern in einer gewissen normalen Menge vorhanden sei, während ein Ueberschuss oder Mangel desselben den positiv oder negativ elektrischen Zustand bedingen sollte. Das Wahrscheinlichste ist, dass es einst gelingen wird, die Annahme elektrischer Fluida ganz zu entbehren und die elektrischen und magnetischen Erscheinungen, wie die der Wärme, auf gewisse Bewegungszustände der Körpertheilchen zurückzuführen (vergl. §§ 196, 238, 241). Vorläufig aber ist es zweckmässig, bei der dualistischen Hypothese stehen zu bleiben, weil diese die bekannten Erscheinungen auf die einfachste und ungezwungenste Weise erklärt.

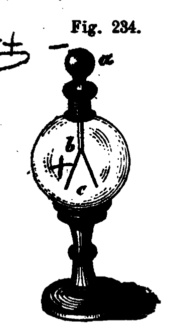
§ 265. Spannungsreihe für Reibungselektricität. Zwei mit einander geriebene Körper zeigen stets entgegengesetzte Elektricitäten. Welche von beiden Elektricitäten ein Körper durch Reiben erhält, hängt daher nicht nur von der Beschaffenheit des geriebenen, sondern auch von der des reibenden Körpers ab. So wird z. B. Schwefel mit Wolle gerieben negativ, mit Collodium gerieben dagegen positiv elektrisch. Auch die Beschaffenheit der Oberfläche, Politur u. s. w. ist von grossem Einfluss. Man hat versucht, die Körper in eine Reihe zu ordnen, in welcher jeder folgende mit einem vorhergehenden gerieben negativ, jeder vorangehende dagegen mit einem der folgenden gerieben positiv elektrisch wird. Nach den Versuchen von Faraday und Riess ist diese Spannungsreihe für Reibungselektricität folgende (vergl. § 306):

+	Bergkrystall	die menschliche Hand	Schwefel
Katzenfell	Flintglas	Holz	Guttapercha
Flanell	Baumwolle	Metalle	Elektrisches Papier
Elfenbein	Leinwand	Kautschuk	Collodium (Schiessbaumwolle)
Federkiele	Weisse Seide	Siegellack	—

§ 266. Elektroskop. Zur Wahrnehmung geringer Elektricitätsmengen dient das Elektroskop (Fig. 234). Ein Messingdraht, welcher an seinem oberen Ende bei a mit einem kugelförmigen Knopf versehen ist, trägt an seinem unteren Ende bei b zwei neben einander aufgehängte

leicht bewegliche Körper. Cavallo wendete feine, beweglich aufgehängte Silberdrähte, Volta Strohhalme, Bennet schmale Streifen von Blattgold an. Zum Schutz gegen Beschädigung und gegen Luftströmungen, so wie zur Vermeidung einer schnellen Zerstreuung der Elektricität, ist das untere Ende des Messingdrahtes, nebst den daran befestigten Goldblättchen, in einem Glasgefäss eingeschlossen, durch dessen Deckel oder Hals der Draht, durch Schellack isolirt, hindurchgeführt ist. Wird dem Knopf des Elektroskops ein elektrischer Körper genähert, so weichen die Goldblättchen auseinander, indem sie gleichnamig elektrisch werden und einander in Folge dessen abstossen.

Fig. 234.



Apparate, welche auf einem ähnlichen Princip beruhen, aber vermöge ihrer Einrichtung eine Messung der elektrischen Abstossung und dadurch eine messende Vergleichung der mitgetheilten Elektricitätsmengen gestatten, werden Elektrometer genannt. (Vergl. auch §§ 271 und 312.)

§ 267. Elektrische Vertheilung oder Influenz. Nähert man dem Knopf eines Elektroskops eine geriebene Glas- oder Siegellackstange, so divergiren die Goldblättchen bereits, wenn sich der elektrische Körper noch in beträchtlicher Entfernung von demselben befindet. Entfernt man hierauf den elektrischen Körper, so fallen die Goldblättchen wieder zusammen. Es hat also schon aus der Entfernung eine Einwirkung des elektrischen Körpers auf das Elektroskop stattgefunden, ohne dass demselben Elektricität durch Berührung mitgetheilt worden ist. Diese Einwirkung aus der Entfernung wird mit dem Namen der elektrischen Vertheilung oder Influenz bezeichnet. Dieselbe erklärt sich nach der Hypothese der elektrischen Fluida (§ 264) auf folgende Weise. Der isolirte Leiter des Elektroskops *abc* (Fig. 234) ist vor dem Versuch neutral elektrisch, d. h. er enthält beide elektrische Fluida in gleicher Menge, zu neutraler Elektricität vereinigt. Nähert man demselben einen positiv elektrischen Körper, z. B. eine geriebene Glasstange, so wirkt die positive Elektricität anziehend auf die negative und abstossend auf die positive Elektricität des isolirten Leiters. Da auf dem Leiter beide Elektricitäten frei beweglich sind, so wird durch diese Anziehung und Abstossung die neutrale Elektricität desselben in positive und negative geschieden; indem sich die angezogene $-E$ bei a, die abgestossene $+E$ auf den Goldblättchen bei c ansammelt und diese, da sie gleichnamig elektrisch werden, zur Divergenz bringt. Wird jetzt der vertheilende Körper, welcher die Trennung beider Elektricitäten bewirkte, wieder entfernt, so vereinigen sich dieselben durch gegenseitige Anziehung zu neutraler Elektricität, und die Goldblättchen fallen zusammen. — Berührt man vor der Entfernung des vertheilenden, positiv elektrischen Körpers den Kopf des Elektroskopes mit dem Finger, so sieht man die Goldblättchen zusammenfallen, indem die abgestossene $+E$ zum Boden abgeleitet wird. Dagegen bleibt die $-E$ auf dem Kopf des Elektroskops zurück, weil sie durch die Anziehung der ungleichnamigen $+E$ des influirenden Körpers festgehalten oder gebunden wird. Hebt man jetzt die ableitende Berührung mit dem Finger auf und entfernt dann die influirenden, positiv elektrischen Körper, so wird die vorher im Knopfe gebundene $-E$ wieder frei beweglich und bringt, indem sie sich über den ganzen isolirten Leiter, also auch über die Goldblättchen verbreitet, diese zur Divergenz. Dass

dieselben jetzt in der That — E enthalten, kann man dadurch nachweisen, dass die Divergenz bei Annäherung einer geriebenen Siegellackstange verstärkt, durch Annäherung einer geriebenen Glasstange dagegen vermindert wird. — Umgekehrt kann durch die Influenz eines genäherten, negativ elektrischen Körpers das Elektroskop mit + E geladen werden.

Nähert man einem isolirten Leiter B (Fig. 235), welcher bei a, b und c mit elektrischen Pendeln versehen ist, einen negativ elektrischen Körper A, so divergiren die Pendel a und c, das erstere mit — E, das letztere mit + E, während das Pendel b in Ruhe bleibt. Ist der Versuch so eingerichtet, dass während der Einwirkung des influirenden Körpers der Leiter bei b getrennt werden kann, so werden dadurch die geschiedenen Elektricitäten an der Wiedervereinigung gehindert, und nach Entfernung des influirenden Körpers A bleibt die obere Hälfte mit — E, die untere mit + E geladen. Wird einer Reihe isolirter Leiter ab, cd, ef (Fig. 236), die durch Zwischenräume getrennt sind, ein positiv elektrischer Körper A genähert, so wirkt derselbe zunächst influirend auf den nächsten Leiter, welcher bei a negativ, bei b positiv elektrisch wird. Die + E bei b wirkt ihrerseits vertheilend auf die neutrale Elektricität des zweiten Leiters u. s. f., so dass sich die Influenz durch die ganze Reihe von Leitern auf gleiche Weise, wiewohl mit abnehmender Stärke, fortpflanzt, was durch angehängte, elektrische Pendel nachgewiesen werden kann.

Fig. 235.

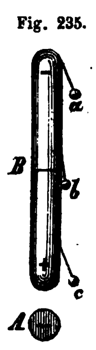
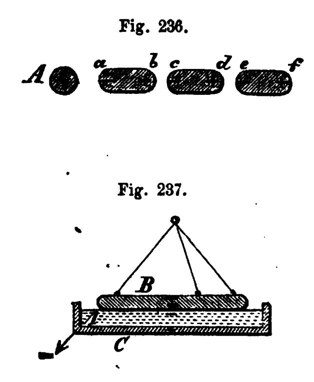


Fig. 236.

Fig. 237.



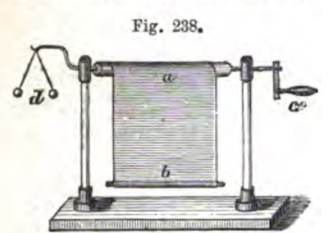
§ 268. Elektrophor. Ein Beispiel der Anwendung der Gesetze der elektrischen Influenz bildet das zur Erzeugung grösserer Elektricitätsmengen dienende Elektrophor. Dasselbe besteht aus einer einfachen Scheibe A (Fig. 237) von nichtleitender Masse, am besten aus einem Harzgemisch oder vulkanisirter Kautschukmasse (sogenanntem Hartkautschuk oder Kammmasse), welche in einer leitenden Form C enthalten ist oder auf einer leitenden, metallischen Unterlage ruht, und aus dem kreisförmigen, leitenden Deckel oder Schild B, welcher mit einer isolirenden Handhabe von Glas oder Seidenschnüren versehen ist. Vor dem Gebrauch theilt man der Oberfläche der Harz- oder Kautschukscheibe durch Schlagen mit einem Fuchsschwanz oder Reiben mit Katzenfell negative Elektricität mit. Setzt man dann den Deckel auf, so wird die neutrale Elektricität desselben durch Influenz (§ 267) in + E und — E geschieden. Berührt man den Deckel, während er auf der Scheibe steht, ableitend mit dem Finger, so wird die abgestossene (freie) — E nach dem Erdboden abgeleitet, und die gebundene + E bleibt allein auf der unteren Fläche des Deckels zurück. Hebt man diesen jetzt mittelst der isolirenden Handhabe auf, so wird die gebundene + E frei und kann in Form eines mit Geräusch begleiteten, elektrischen Funkens (vergl. § 274) von dem Deckel entfernt werden. Diesen Vorgang kann man beliebig oft wiederholen und so unbegrenzte Mengen von Influenzelektricität erzeugen. Hebt man den auf das Elektrophor gesetzten Deckel wieder ab, ohne ihn vorher ableitend berührt zu haben, so erhält man keine Elektricität, da sich die + E und — E bei der Entfernung vom vertheilenden Harzkuchen wieder zu neutraler Elektricität vereinigen.

Die Eigenschaft des Elektrophors (Elektricitätsträgers), den ihm einmal durch Reiben ertheilten, elektrischen Zustand längere Zeit hindurch zu bewahren, beruht wesentlich auf dem Einfluss der leitenden Form oder Unterlage, welcher am besten an einem Kautschukelektrophor nachgewiesen werden kann, dessen Scheibe sich von der Unterlage abheben lässt. Die auf ihrer oberen Fläche geriebene Scheibe zeigt sich nämlich beim Abheben auf der unteren Fläche **positiv** elektrisch, und wenn man dieselbe umkehrt, so kann man von der ursprünglich unteren Fläche durch Aufsetzen des Deckels negative Influenzelektricität erhalten, wie von der oberen Fläche positive. Die $+ E$ der unteren Fläche der Scheibe erklärt sich dadurch, dass die auf der oberen Fläche erregte $- E$ auf die neutrale Elektricität der Form vertheilend wirkt. Die $- E$ wird abgestossen und nach dem Erdboden abgeleitet, die $+ E$ begiebt sich nach der unteren Fläche der Scheibe. In der That kann man beim Abheben der Scheibe von der Unterlage den Uebergang der $+ E$ von der Form zur Scheibe in Form kleiner, knisternder Fünkchen wahrnehmen. Ist so die Scheibe auf beiden Flächen mit entgegengesetzten Elektricitäten geladen, so hindern dieselben durch ihre gegenseitige Anziehung die Zerstreuung an die Luft und das Elektrophor bewahrt lange Zeit hindurch seinen elektrischen Zustand. — Schichtet man mehrere nichtleitende Platten übereinander, von denen die unterste auf einer leitenden Unterlage ruht, und elektrisirt man die oberste Platte durch Reibung, so findet man beim Auseinandernehmen jede einzelne Platte auf ihren beiden Flächen mit entgegengesetzten Elektricitäten geladen.

§ 269. **Verbreitung der Elektricität auf der Oberfläche der Leiter.** Eine Folge der Abstossung, welche die gleichnamigen Elektricitätstheilchen auf einander ausüben, ist die, dass **die einem isolirten Leiter mitgetheilte Elektricität sich immer nur auf der Oberfläche des Leiters ansammelt**, während im Innern des Leiters niemals freie Elektricität vorhanden ist. Es ist daher gleichgültig, ob die zur Ansammlung von Elektricität bestimmten Leiter massiv oder hohl sind.

Zwischen einer hohlen und einer massiven Metallkugel von gleichem Durchmesser theilt sich die Elektricität bei der Berührung in gleichem Verhältniss. Elektrisirt man eine isolirte, massive Metallkugel, welche von einer aus zwei halbkugelförmigen Metallschalen gebildeten Hülle umgeben ist, und entfernt darauf diese Metallschalen mittelst daran befestigter isolirender Handgriffe, so bleibt der Kern unelektrisch zurück, indem sich alle Elektricität auf den Schalen angesammelt hat. Elektrisirt man ein Stück Metallpapier *ab* (Fig. 238), welches mittelst der Kurbel *c* auf eine kleine Walze aufgewunden werden kann und mit den elektrischen Pendeln *d* in leitender Verbindung steht, so nimmt die Divergenz der Pendel beim Aufwinden dieses **elektrischen Rouleau's** zu, beim Herablassen ab, obgleich die Masse des Leiters in beiden Fällen dieselbe geblieben ist. Die gleiche Elektricitätsmenge breitet sich im ersten Fall auf einer kleineren, im letzten auf einer grösseren Oberfläche aus, ihre **Dichtigkeit** ist daher im ersten Fall grösser.

Fig. 238.



§ 270. Auf der Oberfläche einer isolirten und völlig frei stehenden, leitenden Kugel vertheilt sich die Elektricität mit gleichförmiger **Dichtigkeit**, d. h. so, dass auf jeder Flächeneinheit die gleiche Elektricitätsmenge vorhanden ist. Auf Leitern von länglicher Gestalt sammelt sich die Elektricität in Folge der gegenseitigen Abstossung ihrer Theile vorzugsweise an den Enden an, oder die Dichtigkeit der elektrischen Vertheilung nimmt von der Mitte nach den Enden hin zu. Im Allgemeinen ist die Dichtigkeit der Elektricität am grössten an hervorragenden Theilen des Leiters also namentlich an **scharfen Kanten, Ecken oder Spitzen**.

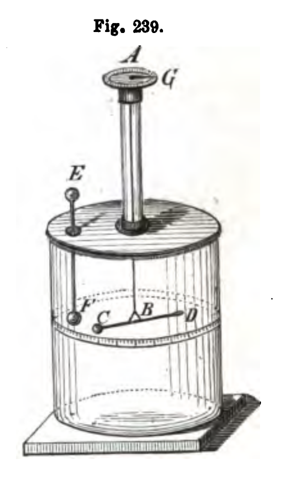
An diesen Stellen findet daher auch am leichtesten eine Ausströmung und Zerstreuung der Elektricität an die umgebende Luft statt (vergl. § 275), und dieselben müssen bei Leitern, welche zur Ansammlung von Elektricität bestimmt sind, gänzlich vermieden werden.

§ 271. Gesetz der elektrischen Anziehung und Abstossung; Coulomb'sche Drehwage. Coulomb hat gezeigt, dass entsprechend dem Newton'schen Gesetz der allgemeinen Massenanziehung (§ 58), die Anziehung zwischen den ungleichnamigen, oder die Abstossung zwischen den gleichnamigen Elektricitäten den auf einander wirkenden Elektricitätsmengen direkt, dem Quadrat ihrer Entfernungen umgekehrt proportional ist.

Wählt man als Einheit der Elektricitätsmenge diejenige Menge, welche auf eine ihr gleiche in der Entfernung von einem Meter die Abstossung 1 ausübt, so wird die Abstossung zwischen den Elektricitätsmengen m und m' in der Entfernung von einem Meter (in Gewichtseinheiten ausgedrückt) durch das Produkt $m \cdot m'$ dargestellt, d. h. so gross wäre die Spannung, welche ein die beiden elektrischen Körper verbindender, isolirender Faden aushalten müsste, um ihre Entfernung zu verhindern (vergl. § 38). In der Entfernung von r Meter ist also die Abstossung $\frac{m \cdot m'}{r^2}$. Bringt man die positiven und negativen Elektricitätsmengen mit entgegengesetzten Vorzeichen in Rechnung, so ist das Produkt $m \cdot m'$ positiv oder negativ, je nachdem die Elektricitäten gleichnamig oder ungleichnamig sind. Durch das Vorzeichen des Produktes wird also angedeutet, dass im ersten Fall eine Abstossung, im letzten eine Anziehung stattfindet.

Zur Nachweisung des ausgesprochenen Gesetzes, so wie zur Messung von Elektricitätsmengen, bediente sich Coulomb der von ihm 1784 erfundenen elektrischen Drehwage, deren Einrichtung im Wesentlichen folgende ist: An einem hartgezogenen Silberdraht AB (Fig. 239) ist der horizontale Hebel CD aus gefirnisstem Glas oder Schellack aufgehängt, welcher bei C einen kugelförmigen Metallknopf trägt, der durch ein passendes Gegengewicht bei D äquilibrirt ist. Der Hebel ist zum Schutz gegen Luftströmungen von einem weiten cylindrischen Glasgefäss umgeben, an dessen Umfang eine Gradtheilung angebracht ist, an welcher man ablesen kann, um wie viel der Hebel aus seiner ursprünglichen, mit Null bezeichneten Gleichgewichtslage gedreht worden ist. Der Kugel C steht eine zweite feste Kugel F, die Standkugel der Drehwage gegenüber, welcher mittelst des durch den Deckel des Gefässes geführten Drahtes EF eine elektrische Ladung mitgetheilt werden kann. Bei der anfänglichen Gleichgewichtslage des Hebels müssen sich beide Kugeln gerade berühren. Die der Standkugel F mitgetheilte Ladung theilt sich zwischen beiden Kugeln und bewirkt eine Abstossung beider, in Folge deren der bewegliche Hebel um eine gewisse Anzahl von Graden aus seiner Ruhelage abgelenkt wird. Derselbe dreht sich nämlich so weit, dass der elektrischen Abstossung durch die Torsionselasticität des Drahtes das Gleichgewicht gehalten wird, welche den Hebel in seine ursprüngliche Lage zurückzuführen strebt. Um den Hebel um 1^0 aus seiner Gleichgewichtslage zu drehen, also dem Draht eine Torsion von 1^0 zu ertheilen, ist ein gewisses Drehungsmoment (§ 46) erforderlich, welches mit Θ bezeichnet und der Torsionscoëfficient des Drahtes genannt werden soll. Da die elastische Kraft dem Torsionswinkel proportional wächst (§ 8), so wird zu einer Drehung des Hebels um 2^0 das Drehungsmoment $2\,\Theta$, zu einer Drehung um x^0 das Drehungsmoment $x\Theta$ erforderlich sein. Es kann also aus der Grösse des Drehungswinkels auf die Grösse der elektrischen Abstossung geschlossen werden,

Fig. 239.



welche diesen Drehungswinkel hervorbringt. Um die Torsion des Drahtes beliebig abändern zu können, ist derselbe bei A so aufgehängt, dass sein oberes Ende ebenfalls um die Axe des Instruments gedreht und der Drehungswinkel an einem Torsionszeiger AG abgelesen werden kann, der sich auf einer Kreistheilung bewegt. Die so vorgerichtete Drehwage kann nun zu einem doppelten Zweck dienen, nämlich:

1. Zur Nachweisung des Coulomb'schen Gesetzes über die Abnahme der elektrischen Kraft im quadratischen Verhältniss der Entfernung. Angenommen, eine gewisse dem Instrument mitgetheilte Elektricitätsmenge habe eine Ablenkung des Hebels um 20° bewirkt. Die elektrische Abstossung in einer diesem Drehungswinkel entsprechenden Entfernung ist also hinreichend, um einer Torsion des Drahtes von 20° das Gleichgewicht zu halten. Dreht man jetzt den Torsionszeiger AG in einer der Ablenkung des Hebels entgegengesetzten Richtung, so wird dadurch die Torsion des Drahtes vergrössert, und die elektrischen Kugeln werden einander genähert. Angenommen, es sei eine Drehung des Torsionszeigers um 70° erforderlich, um den Hebel bis auf 10° zurückzuführen, so ist das obere Ende des Drahtes aus der ursprünglichen Ruhelage um 70° nach rechts, das untere Ende mit dem Hebel um 10° nach links gedreht, die Torsion des Drahtes beträgt also 80°. Dieselbe hält der elektrischen Abstossung in der Entfernung der Kugeln von 10° das Gleichgewicht, während bei der doppelten Entfernung von 20° eine viermal geringere Torsion erforderlich war. Dagegen würde in 3mal geringerer Entfernung eine 9mal grössere, in 4mal geringerer Entfernung eine 16mal grössere Torsion erforderlich sein u. s. f. Bei wirklicher Ausführung messender Versuche muss beachtet werden, dass erstens die Entfernung der Kugeln nicht durch den Bogen, sondern durch die dem Bogen entsprechende Sehne gemessen wird, und dass zweitens die Richtung der abstossenden Kraft nicht senkrecht zum Hebelarm wirkt (vergl. § 46).

2. Zur Messung von Elektricitätsmengen. Werden der Drehwage nach einander verschiedene Elektricitätsmengen mitgetheilt, so werden dieselben verschiedene Ablenkungen des Hebels bewirken. Durch Drehung des Torsionszeigers AG kann aber der Hebel jedesmal auf dieselbe Entfernung von der Standkugel zurückgeführt werden. Aus den dazu erforderlichen Torsionswinkeln des Drahtes schliesst man auf das Verhältniss der Elektricitätsmengen. Die zu vergleichenden Elektricitätsmengen seien m und m'. Angenommen, es sei im ersten Fall eine Drehung des Torsionszeigers um 30°, im zweiten Fall um 80° erforderlich gewesen, um den Hebel bis zur Entfernung von 10° zurückzuführen, so beträgt die Torsion des Drahtes im ersten Fall $30° + 10°$, im zweiten Fall $80° + 10°$, die Abstossungskräfte stehen also bei gleicher Entfernung im Verhältniss von $4:9$. Sind die Standkugel und die bewegliche Kugel gleich gross, so hat im ersten Fall jede Kugel die Elektricitätsmenge $\frac{1}{2}m$, im letzten Fall jede $\frac{1}{2}m'$ erhalten; die Entfernung r ist in beiden Fällen dieselbe; mithin ist

$$\frac{1}{2}m \cdot \frac{1}{2}m : \frac{1}{2}m' \cdot \frac{1}{2}m' = 4:9$$

und demnach

$$m : m' = 2:3.$$

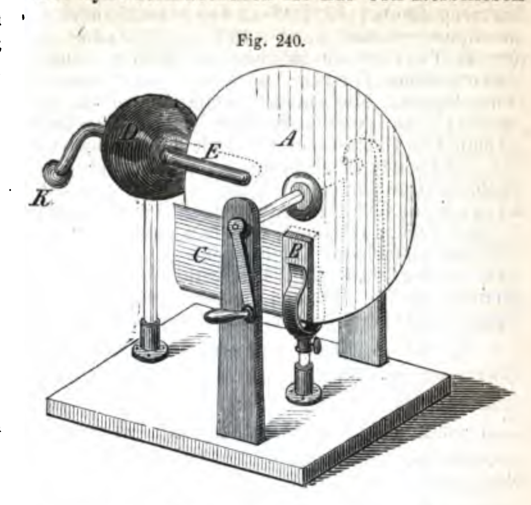
Im Allgemeinen stehen die Elektricitätsmengen im Verhältniss der Quadratwurzeln aus den beobachteten Torsionswinkeln.

Ein empfindlicher und für den Gebrauch bequemerer, aber weniger einfacher Apparat zur Messung statischer Elektricitätsmengen ist das Sinuselektrometer, auf dessen Einrichtung jedoch hier nicht eingegangen werden kann.

§ 272. Die Elektrisirmaschine besteht aus dem geriebenen Körper, dem reibenden Körper oder Reibzeug und dem zur Ansammlung der erzeugten Elektricität dienenden, isolirten Leiter oder Conduktor. Als geriebener Körper kann Glas, Harz, Schwefel, Kautschukmasse oder ein anderer Nichtleiter dienen. Man giebt demselben in der Regel die Gestalt einer kreisrunden Scheibe A (Fig. 240) oder eines Cylinders, welcher mittelst einer Kurbel um eine isolirende Axe gedreht werden kann. Als Reibzeug dienen bei Scheibenmaschinen zwei mit Amalgam bestrichene

Lederkissen *B*, welche von beiden Seiten her durch mässigen Federdruck gegen die Scheibe gedrückt werden. Bei Cylindermaschinen ist nur ein Reibkissen erforderlich, welches seitlich gegen den Cylinder gepresst wird. Die am Reibzeug befestigten Lappen von Seidenzeug *C*, welche sich von beiden Seiten her gegen die Scheibe legen, haben den Zweck, die Zerstreuung der Elektricität auf dem Wege bis zum Conduktor zu verhindern. Der durch Glasfüsse wohl isolirte Conduktor *D* hat die Gestalt einer Kugel, oder eines an beiden Enden mit Halbkugeln geschlossenen Cylinders. Wünscht man an einer Stelle des Conduktors eine grössere Dichtigkeit zu erlangen, so giebt man dem Conduktor einen Fortsatz in Form eines längeren, dünnen Cylinders, der in einen kugelförmigen Knopf *K* endigt. Zur Aufnahme der auf der Scheibe erregten Elektricität durch den Conduktor dienen die Einsauger, denen man verschiedene Formen gegeben hat. In der Regel sind es zwei Metallarme *E*, welche beiden Flächen der Scheibe gegenüberstehen und auf der inneren, der Scheibe zugekehrten Seite gewöhnlich mit einer Reihe von Spitzen versehen sind, welche die Aufnahme der Elektricität befördern. An allen übrigen Theilen des Conduktors müssen hervorragende Spitzen und Kanten sorgfältig vermieden werden (§ 270). Zur Verstärkung der Dichtigkeit der Elektricität dient ein auf den Conduktor aufgesetzter Holzring, der im Innern einen Metalldraht enthält, der Winter'sche Ring. — Durch Reibung des Amalgams mit dem Glase wird das Reibzeug negativ, das Glas positiv elektrisch. Die positive Elektricität der Scheibe wirkt, wenn sie durch Drehung der Scheibe in die Nähe der Einsauger kommt, vertheilend auf die neutrale Elektricität des Conduktors. Die negative wird angezogen und strömt aus den Spitzen des Einsaugers auf die Scheibe über, deren $+E$ dadurch neutralisirt wird. Die abgestossene, positive Elektricität des Conduktors dagegen bleibt auf diesem zurück und begiebt sich nach den von der Scheibe entfernteren Theilen desselben, von wo sie durch Ableitung nach dem Erdboden oder durch Annäherung eines mit dem Boden verbundenen Leiters bis auf eine gewisse Entfernung in Form elektrischer Funken (§ 274) entfernt werden kann. Um zu verhindern, dass durch die negative Elektricität, welche sich auf dem Reibzeug ansammelt, ein Theil der positiven Elektricität der Scheibe sogleich wieder neutralisirt werde, muss während der Drehung der Scheibe das Reibzeug mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzt werden. Es ist jedoch zweckmässig, die Maschine so einzurichten, dass auch das Reibzeug isolirt werden kann. Leitet man dann die positive Elektricität des Conduktors zur Erde ab, so erhält man beim Drehen der Scheibe vom Reibzeug negative Elektricität.

Fig. 240.

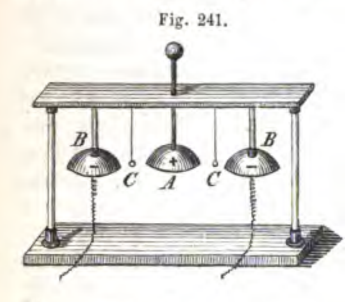


Otto v. Guericke (vergl. § 97) benutzte zuerst zur leichteren Erregung der Elektricität eine um eine Axe drehbare Schwefelkugel, bei welcher die Hand als Reibzeug diente (1672). Winkler brachte zuerst ein Reibkissen an (1745). Scheibenmaschinen wurden zuerst (1760) von Planta construirt. Die von Cuthbertson für das Teyler'sche Museum in Haarlem construirte Maschine, an welcher van Marum seine Versuche anstellte, besitzt zwei Scheiben von 65 engl. Zoll (165cm) Durchmesser. Mit einem Conduktor von $23^1/_2$ Quadratfuss ($2^1/_5$ □m) Oberfläche versehen, gab dieselbe in jeder Minute 300 Funken von 24" (61cm) Länge und der scheinbaren Dicke eines Federkieles. — Nicht alle Glassorten sind zur Erzeugung von Elektricität gleich geeignet. Seit einiger Zeit in Gebrauch befindliche Scheiben wirken besser als neue. Zum Reibzeug braucht man am besten das sogenannte Kienmayer'sche Amalgam, aus 2 Gewichtstheilen Quecksilber, 1 Theil Zinn und 1 Theil Zink. Dasselbe wird fein gepulvert mit Hilfe von ein wenig Fett auf die ledernen Reibkissen aufgetragen. — Bei der Dampfelektrisirmaschine von Armstrong wird die Elektricität durch die Reibung hochgespannten Wasserdampfes an den Wänden passend gestalteter Ausströmungsröhren erzeugt. Der Dampf wird dabei positiv, der isolirte Kessel negativ elektrisch (s. § 285).

§ 273. Wirkungen der Elektrisirmaschine. Mittelst der Elektrisirmaschine lassen sich in verstärktem Masse alle diejenigen Erscheinungen hervorbringen, welche im Vorhergehenden bereits erläutert sind und auf den Gesetzen der elektrischen Anziehung und Abstossung, sowie auf dem Princip der elektrischen Influenz beruhen. Nächstdem ist dieselbe besonders geeignet zur Nachweisung der elektrischen Erscheinungen, welche bei grösserer Dichtigkeit und Spannung der Elektricität hervortreten, insbesondere der verschiedenen Arten der elektrischen Entladung, welche im folgenden Paragraphen näher besprochen werden, und ihrer Wirkungen auf den menschlichen Körper.

Zu den Versuchen, welche zur Erläuterung der elektrischen Anziehung und Abstossung mit der Elektrisirmaschine angestellt zu werden pflegen, gehören der elektrische Puppentanz, das elektrische Glockenspiel u. s. w. Da dieselben alle im Wesentlichen auf demselben Princip beruhen, so genügt es, einen dieser Versuche zu erläutern. Die Metallglocke A (Fig. 241) stehe mit dem Conduktor der Elektrisirmaschine durch einen Metalldraht in leitender Verbindung, dagegen seien die Glocken B, B vom Conduktor durch Glasstäbe isolirt und zum Boden abgeleitet. Durch Influenz der positiven Elektricität bei A wird auf den Glocken B negative Elektricität hervorgerufen. Die zwischen den Glocken an Seidenfäden aufgehängten Metallknöpfchen C, C werden abwechselnd von A und B angezogen und abgestossen, indem sie sich jedesmal durch Berührung mit A mit positiver, durch Berührung mit B mit negativer Elektricität laden. Dieselben pendeln daher zwischen den Glöckchen hin und her und bringen dieselben zum Tönen, so lange die dem Conduktor entzogene Elektricität durch Drehen der Elektrisirmaschine erneuert wird.

Fig. 241.



Durch elektrische Anziehung sträuben sich trockene Haare bei Annäherung an den Conduktor und saugen die Elektricität ein. Der Körper einer Person, welche auf einem mit Glasfüssen versehenen Isolirschemel stehend den Conduktor berührt, wird dadurch zu einem Theil des Conduktors, und es können aus demselben, wie aus anderen Theilen, durch Annäherung eines Leiters elektrische Funken gezogen werden. Die elektrischen Funken erregen an der Stelle der Haut, welche sie treffen, einen stechenden Schmerz. Bei grösseren Elektricitätsmengen bringt die elektrische Entladung gleichzeitig eine unangenehme Empfindung in den Gelenken und Muskelzuckungen hervor. Wie die Hautnerven, so werden die Nerven der übrigen Sinnesorgane in ihrer eigenthümlichen Weise erregt. So nimmt das Auge den elektrischen Schlag als Lichtblitz, das Ohr den durch den Hörnerv geleiteten Schlag als Geräusch war. Die Zunge empfindet beim Ueberschlagen des Funkens einen eigenthümlichen salzigen Geschmack,

der zum Theil in einer chemischen Wirkung der elektrischen Entladung seinen Grund hat (vergl. § 339 ff.). Ebenso rührt der eigenthümliche Geruch, welchen man beim Drehen einer kräftig wirkenden Elektrisirmaschine wahrnimmt, von einer chemischen Einwirkung der Elektricität auf den Sauerstoff der atmosphärischen Luft her. Dieser wird nämlich dabei theilweise in die eigenthümliche, von Schönbein entdeckte Modification übergeführt, welche dieser Forscher Ozon genannt hat. (Vergl. § 339). Durch länger andauernde elektrische Entladungen wird durch chemische Vereinigung des Sauerstoffs und Stickstoffs der Atmosphäre eine gewisse Quantität salpetriger Säure gebildet.

§ 274. Verschiedene Arten der elektrischen Entladung. Man unterscheidet drei Arten der elektrischen Entladung, welche nach ihrer Dauer und den sie begleitenden Lichterscheinungen verschieden sind: 1) die Funkenentladung, 2) die Büschelentladung, 3) die Glimmentladung.

1. Der elektrische Funke entsteht, wenn zwei entgegengesetzte, elektrische Leiter ohne hervorragende Ecken und Spitzen einander bis auf eine hinreichend geringe Entfernung genähert werden. Ist einer von beiden Leitern vor der Annäherung unelektrisch, wie z. B. ein mit dem Erdboden verbundener Leiter, welcher dem Conduktor einer Elektrisirmaschine genähert wird, so geht doch der Funkenentladung immer eine elektrische Influenz voraus, durch welche der Leiter die entgegengesetzte Elektricität erhält. Der Funke besteht in einer gewaltsamen Durchbrechung der nichtleitenden Luft, welche der Vereinigung der Elektricitäten ein Hinderniss entgegensetzt. Die Schlagweite des Funkens ist, wie Riess gezeigt hat, der Dichtigkeit der Elektricität proportional (vergl. § 279). Derselbe erscheint in Gestalt eines einfachen, hellleuchtenden, scharf begrenzten, bei grösserer Menge zickzackförmig gebogenen, momentanen Lichtstreifs und ist von einem lebhaften Geräusch begleitet.

Die Farbe des Funkens ist einerseits von der Natur der Metalle, zwischen denen er überspringt, andererseits von der Beschaffenheit des Gases, in dem er übergeht, abhängig. Durch das Prisma zerlegt, zeigt das Licht des Funkens zahlreiche, nach der Natur der Metalle und Gase verschiedene, helle Linien. Man kann daraus schliessen, dass beim Uebergang des Funkens eine Losreissung und Oxydation sehr kleiner, materieller Theilchen, und gleichzeitig ein Erglühen der Gasmasse stattfindet (vergl. § 149). In der That zeigt sich nach dem Uebergang des Funkens zwischen zwei polirten Metallflächen die Spur desselben in Form feiner Punkte, oder bei Anwendung grösserer Elektricitätsmengen (Batteriefunken § 281) in Gestalt der sogenannten Priestley'schen Ringfiguren.

Um feste Isolatoren, z. B. Glasplatten zu durchbrechen, ist eine grössere Dichtigkeit erforderlich, welche man erreicht, indem man einen von beiden Leitern in eine Spitze auslaufen lässt und diese mit einem nichtleitenden Kitt auf einer Fläche der Glasplatte festkittet, so dass die auf der Spitze in grosser Dichtigkeit angesammelte Elektricität keinen anderen Ausweg hat, als durch die Glasplatte hindurch nach dem gegenüberstehenden Leiter. Man kann auf diese Weise mit einer kräftig wirkenden Elektrisirmaschine mehr als zolldicke Glasplatten durchschlagen.

Leicht brennbare Stoffe, wie Weingeist, Aether, namentlich aber explosive Gasgemenge (Knallgas — elektrische Pistole), werden durch den elektrischen Funken entzündet. Man benutzt denselben deshalb bei der Gasanalyse mittelst des Eudiometers, sowie zur Minenzündung (vergl. §§ 282, 335).

§ 275. 2. Die Büschelentladung findet statt, wenn bei grosser Dichtigkeit der Elektricität auf dem Conduktor kein Leiter in hinreichender Nähe steht, um einen Funken zu erzeugen. Die Elektricität strömt dann in einem Büschel bläulicher oder röthlicher, divergirender Strahlen aus, und zwar mit einem eigenthümlich zischenden Geräusch. Die elektrischen Büschel sind wegen ihres schwächeren Lichtes in der Regel nur

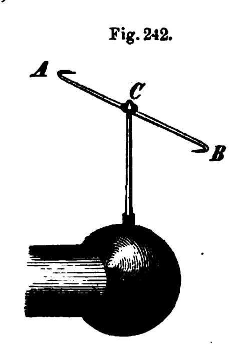
in einem verfinsterten Zimmer sichtbar; dieselben zeigen sich am schönsten, wenn auf den Conduktor einer kräftig wirkenden Maschine ein stumpfes, kegelförmiges Holzstück oder ein Wassertropfen gebracht wird. Ein sehr dünner, mit dem Conduktor verbundener Metalldraht erscheint seiner ganzen Länge nach durch büschelförmige Strahlen leuchtend.

3. Die Glimmentladung besteht in einem stetigen, geräuschlosen Ausströmen der Elektricität, unter ruhigem Leuchten der Stelle, von welcher die Ausströmung erfolgt. Dieselbe findet vorzugsweise an Spitzen statt. Wird auf dem Conduktor eine Spitze angebracht, oder wird demselben eine Spitze in einiger Entfernung gegenübergehalten, so strömt alle Elektricität geräuschlos aus dem Conduktor aus oder wird durch die aus der gegenüberstehenden Spitze ausströmende, entgegengesetzte Elektricität neutralisirt, ohne dass es möglich ist, einen Funken aus dem Conduktor zu erhalten.

Die positive Elektricität erzeugt beim Ausströmen ausgedehntere Büschel als negative. Das Glimmlicht kann als ein Büschel von sehr geringer Ausdehnung angesehen werden und geht namentlich bei $+E$ leicht in den Büschel über. Auch ist die Ausströmung beim Glimmlicht eine ganz continuirliche, beim Büschel dagegen discontinuirlich, wie man durch Betrachtung desselben in einem schnell rotirenden Spiegel nachweisen kann.

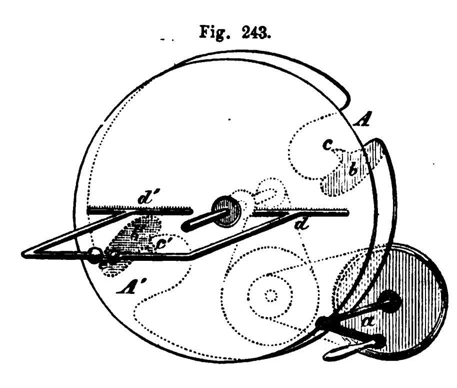
Mit dem glimmenden Ausströmen der Elektricität ist die Erscheinung des sogenannten elektrischen Windes verbunden, eine Luftströmung, durch welche eine vor die Spitze gehaltene Lichtflamme fortgeweht wird. Diese Luftbewegung erklärt sich durch die Abstossung der an der Spitze gleichnamig elektrisirten Lufttheilchen. Umgekehrt wird die Spitze, wenn sie beweglich ist, rückwärts getrieben, was durch das elektrische Spitzenrad anschaulich gemacht werden kann. Ein gerader, einige Centimeter langer Draht AB (Fig. 242) mit zugespitzten, nach entgegengesetzten Seiten umgebogenen Enden schwebt mittelst eines bei C angebrachten Metallhütchens frei drehbar auf einer isolirten Metallspitze. Wird diese mit dem Conduktor der Elektrisirmaschine verbunden, so strömt die Elektricität glimmend durch die Spitzen A und B aus und der Draht beginnt in einem der Ausströmungsrichtung entgegengesetzten Sinne zu rotiren. Man kann auch zwei solche Drähte unter rechtem Winkel sich kreuzend verbinden. (Vergl. § 87, c).

Fig. 242.



§ 276. Bei der Influenzelektrisirmaschine (Elektrophormaschine) von Holtz (Fig. 243) wird die Elektricität nicht durch Reibung, sondern durch Influenz, wie beim Elektrophor (§ 268), erzeugt. Dieselbe besteht aus zwei kreisförmigen, durch einen möglichst kleinen Zwischenraum getrennten*), gefirnissten Glasscheiben, von welchen die eine, etwas grössere, feststeht, die andere mittelst einer Kurbel a und eines Schnürlaufs in schnelle Rotation versetzt werden kann. An der ersteren sind an zwei gegenüberliegenden Stellen A, A' Ausschnitte oder grössere Oeffnungen angebracht, und der Rand jeder Oeffnung auf einer Seite mit

Fig. 243.



*) In der Figur sind die Glasscheiben absichtlich weiter von einander getrennt.

einer schmalen Belegung *b* von Kartonpapier versehen, von welcher eine Spitze *c* in den Ausschnitt der Scheibe hervorragt. Diesen Papierbelegungen stehen auf der anderen (in der Figur vorderen) Seite der rotirenden Scheibe zwei mit einer kammförmigen Reihe von Zähnen versehene Einsauger *d*, *d'* gegenüber, welche als Conduktoren für die positive und negative Elektricität dienen. Denkt man sich zu Anfang des Versuches die beiden Conduktoren bei *e* in leitende Verbindung gesetzt, und der Belegung *b* eine gewisse Quantität positiver, der Belegung *b'* eine gleiche Quantität negativer Elektricität mitgetheilt, so können diese Belegungen ihrer Wirkung nach mit den Harzkuchen zweier entgegengesetzt elektrischer Elektrophore und die rotirende Scheibe mit dem beweglichen Deckel derselben verglichen werden. Die $+E$ der Bewegung *b* wirkt nämlich durch Influenz auf den ihr gegenüberstehenden Theil der rotirenden Scheibe und auf den Conduktor *d*. In Folge dessen strömt aus dem Spitzenkamm des Conduktors die angezogene $-E$ auf die Scheibe, während die abgestossene $+E$ von der rotirenden Scheibe auf den Conduktor übergeht. Die Scheibe wird also beim Vorübergang bei der Belegung *b* mit $-E$ geladen. Kommt der mit $-E$ geladene Theil derselben nach einer halben Umdrehung der Scheibe der negativ elektrischen Belegung *b'* gegenüber, so wird, umgekehrt wie bei *b*, die $-E$ abgestossen und begiebt sich nach dem Conduktor *d'*, während aus dessen Spitzen $+E$ auf die Scheibe überströmt. Dieser Wechsel wiederholt sich bei jeder halben Umdrehung der Scheibe, so dass diese vor der Belegung *b* jedesmal mit $-E$, vor der Belegung *b'* jedesmal mit $+E$ geladen wird, während bei *b* die $+E$ nach dem Conduktor *d*, bei *b'* die $-E$ nach dem Conduktor *d'* strömt. Stehen beide Conduktoren unter einander in leitender Verbindung, so neutralisiren sich ihre Elektricitäten fortdauernd, und es findet bei *e* ein continuirlicher Strom von $+E$ in der Richtung von *d* nach *d'* und von $-E$ in entgegengesetzter Richtung statt.

Es ist bisher vorausgesetzt worden, dass die beiden Belegungen am Anfang des Versuches mit entgegengesetzten Ladungen versehen worden sind, und dass diese Ladungen fortdauernd ungeschwächt erhalten werden, widrigenfalls die Wirkung der Maschine schwächer werden und bald aufhören würde. Die Maschine ist aber so eingerichtet, dass es genügt, anfänglich einer der Belegungen, z. B. *b*, eine geringe Ladung von $+E$ mitzutheilen, indem durch die Bewegung der Maschine selbst die andere Belegung die entgegengesetzte Ladung erhält und beide Ladungen einander gegenseitig bis zu einem gewissen Maximum fortdauernd verstärken. Zu diesem Zweck dienen die Spitzen der Belegungen *c*, *c'*. Hat sich nämlich die rotirende Scheibe vor der Belegung *b* mit $-E$ geladen und kommt dieselbe nach einer halben Umdrehung vor den Ausschnitt *A'*, so wird durch die Spitze *c'* ein Theil der $-E$ aufgesaugt und dadurch die Belegung *b'* negativ elektrisch; umgekehrt wird, wenn der positiv geladene Theil der rotirenden Scheibe vor den Ausschnitt *A* gelangt, durch Aufsaugung der Spitze *c* die positive Elektricität der Belegung *b* verstärkt u. s. f.

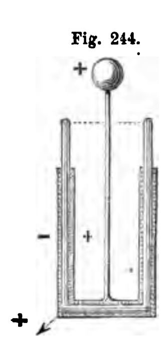
Wird die leitende Verbindung der beiden Conduktoren *d*, *d'* bei *e* durch eine Luftstrecke unterbrochen, so geht an dieser Stelle zwischen denselben ein continuirlicher, sehr lebhafter Funkenstrom über. Die Influenzelektrisirmaschine liefert bei gleichen Dimensionen eine viel grössere Quantität von Elektricität, als die gewöhnlichen Maschinen, und ist namentlich zur Anstellung aller Versuche besonders geeignet, bei welchen eine sehr reichliche Elektricitätsentwickelung von hoher Spannung erforderlich ist. Mit Vortheil bedient man sich derselben zur Ladung grösserer elektrischer Batterien (§ 278).

Es muss dafür gesorgt werden, dass die entgegengesetzten Elektricitäten sich auf den Conduktoren *d*, *d'* nicht in zu grosser Menge ansammeln, sondern in dem Masse, wie sie sich entwickeln, entfernt werden. Wenn sich nämlich auf einem Conduktor, z. B. *d*, die $+E$ in zu grosser Menge ansammelt, so vermögen seine Spitzen nicht mehr die $+E$ der rotirenden Scheibe aufzunehmen und die Scheibe mit der entgegengesetzten $-E$ zu laden. In Folge dessen gelangt die Scheibe noch mit $+E$ geladen vor den Ausschnitt *A'* und neutralisirt durch die Spitze *c'* die negative Ladung der Belegung *b'*, wodurch die Wirkung der Maschine unterbrochen wird. Um dieselbe wieder herzustellen, muss man die Conduktoren *d*, *d'* in leitende Verbindung setzen und während die Scheibe gedreht wird, einer von beiden Belegungen eine geriebene Kautschukplatte annähern.

§ 277. Die Leydener oder Kleist'sche Flasche dient zur Ansammlung grösserer Elektricitätsmengen. Dieselbe besteht aus einem cylin-

drischen Glasgefäss (Fig. 244), welches auf der inneren und äusseren Seite mit leitenden Stanniolbelegungen versehen ist, so dass nur ein hinreichender Rand frei bleibt, um die Vereinigung der auf der inneren und äusseren Belegung angesammelten, entgegengesetzten Elektricitäten zu verhindern. Zur besseren Isolirung wird der Rand gefirnisst. Das Glas ist mit einem gefirnissten Papp- oder Holzdeckel verschlossen, durch welchen ein starker Messingdraht hindurchgeht, dessen unteres Ende mit der inneren Stanniolbelegung in leitender Verbindung steht, während das obere Ende einen kugelförmigen Knopf trägt. Die Flasche wird geladen, indem man die innere Belegung mit dem Conduktor einer Elektrisirmaschine und gleichzeitig die äussere Belegung mit dem Erdboden in leitende Verbindung setzt. Wird der inneren Belegung vom Conduktor $+E$ zugeführt, so wirkt diese vertheilend auf die neutrale Elektricität der äusseren Belegung. In Folge dessen wird auf dieser $-E$ angesammelt und gebunden (§ 268), während die abgestossene $+E$ nach dem Erdboden entweicht. Die auf der äusseren Belegung angesammelte $-E$ wirkt ihrerseits anziehend und bindend auf die $+E$ der inneren Belegung, und indem sich so die beiden entgegengesetzten Elektricitäten durch gegenseitige Anziehung auf den Glasflächen festhalten und dadurch ihre Zerstreuung an die Luft verhindern, kann in der Flasche eine viel grössere Elektricitätsmenge angesammelt werden, als auf einem einfachen Conduktor von gleicher Oberfläche.

Fig. 244.



Die Flasche wird entladen, indem man beide Belegungen durch einen Metalldraht oder einen anderen Leiter in Verbindung setzt, wodurch die plötzliche Vereinigung der auf beiden Belegungen angesammelten entgegengesetzten Elektricitätsmengen herbeigeführt wird.

Die elektrische Flasche wurde im J. 1746 gleichzeitig von v. Kleist zu Kammin in Pommern und von Cuneus und Musschenbroek zu Leyden durch Zufall erfunden. Die richtige Erklärung ihrer Wirksamkeit gab bald darauf Franklin, indem er zugleich zeigte, dass dieselbe durch eine ebene Glastafel ersetzt werden kann, welche auf beiden Seiten bis auf einen ringsum frei bleibenden, gefirnissten Rand mit Stanniolbelegungen beklebt ist. Diese einfachere Gestalt ist allerdings wegen der grösseren Zerstreuung der Elektricität an die Luft weniger praktisch.

Wäre die Glasdicke der Flasche verschwindend klein, so würde eine gewisse Quantität $+E$ auf der inneren Belegung eine gleich grosse Quantität $-E$ auf der äusseren Belegung festzuhalten im Stande sein, und umgekehrt würde die $+E$ der inneren durch die $-E$ der äusseren Belegung vollständig gebunden werden. In Wirklichkeit ist jedoch, in Folge des zwischen beiden Belegungen befindlichen Zwischenraums, die Bindung immer eine unvollständige, und in Folge dessen muss stets auf einer von beiden Belegungen ein Ueberschuss von freier Elektricität vorhanden sein, welcher im Verhältniss zu der ganzen angesammelten Elektricitätsmenge um so kleiner ist, je geringer die Glasdicke der Flasche. Derselbe kann am besten sichtbar gemacht werden, indem man eine geladene Flasche, an deren Knopf und äusserer Belegung ein Paar elektrische Pendel angebracht sind, auf eine nichtleitende Unterlage stellt. Durch abwechselnde, ableitende Berührung der inneren und äusseren Belegung kann dann jedesmal der Ueberschuss von freier Elektricität weggenommen werden. Man sieht dann jedesmal bei ableitender Berührung der inneren Belegung das an der äusseren Belegung angebrachte Pendel divergiren und umgekehrt, bis durch eine sehr grosse Zahl abwechselnder Berührungen die Flasche allmählich entladen wird.

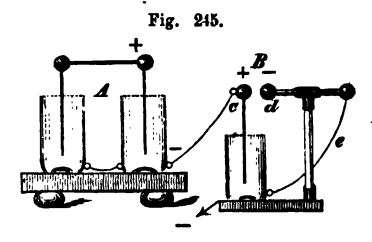
Die gebundenen Elektricitäten halten einander durch gegenseitige Anziehung auf den Glasflächen fest. Ist die Flasche so einge-

richtet, dass die aus Blech gebildeten Metallbelegungen vom Glase getrennt werden können, so kann man diese, nachdem die Flasche geladen und ihre Theile auseinander genommen worden, einzeln ableitend berühren. Setzt man darauf die Flasche wieder zusammen, so zeigt sich dieselbe noch geladen, ein Beweis, dass die Elektricitäten nicht auf den Metallbelegungen befindlich waren, sondern auf den beiden Glasflächen hafteten.

§ 278. Elektrische Batterie; Lane's Massflasche. Da sehr grosse Glasflaschen beim Gebrauch unbequem und leicht zerbrechlich sind, so verbindet man zur Ansammlung sehr grösser Elektricitätsmengen mehrere Flaschen von mässiger Grösse zu einer elektrischen Batterie, indem man durch eine gemeinschaftliche, leitende Unterlage alle äusseren Belegungen und ebenso durch Metalldrähte alle inneren Belegungen unter einander in leitende Verbindung setzt.

Zur Messung der in einer Leydener Flasche oder Batterie angesammelten Elektricitätsmenge dient die Lane'sche Massflasche. Während die Batterie A (Fig. 245) vom Conduktor aus mit $+E$ geladen wird, steht ihre durch eine nichtleitende Unterlage isolirte, äussere Belegung mit dem Knopf der Massflasche B in Verbindung. So viel $-E$ auf der äusseren Belegung der Batterie gebunden wird, so viel $+E$ geht nach der Massflasche und ladet diese. Dem Knopf c der Massflasche steht eine Metallkugel d gegenüber, welche durch den Draht e mit der zum Boden abgeleiteten, äusseren Belegung verbunden ist. Sobald die Ladung der Massflasche eine gewisse Grösse erreicht hat, entladet sich diese von selbst, indem zwischen den Kugeln c und d ein Funke übergeht. So oft dies während der Ladung der Batterie A geschieht, so viel mal ist eine gleiche Quantität $-E$ auf der äusseren Belegung der Batterie gebunden worden. Die Anzahl der Entladungen der Massflasche giebt also ein Mass für die in der Batterie angesammelte Elektricitätsmenge. Indem man die Entfernung der Kugeln c d abändert, kann die Masseinheit, welche durch die Ladung der Massflasche dargestellt wird, nach Belieben vergrössert und verkleinert werden.

Fig. 245.



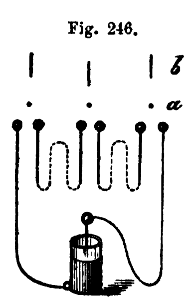
§ 279. Dichtigkeit, Spannung und Quantität der elektrischen Ladung. Es ist zweckmässig, zwischen der Dichtigkeit und der Spannung der auf einem Leiter angesammelten Elektricität zu unterscheiden. Hat man z. B. den auf dem Harzkuchen eines Elektrophors (§ 268) stehenden Deckel ableitend berührt, so ist auf der unteren Fläche desselben positive Elektricität von einer gewissen Dichtigkeit angesammelt, aber dieselbe ist ohne Spannung, oder ihre Spannung ist gleich Null, weil dieselbe durch die Anziehung der $-E$ der Scheibe gebunden ist. Hebt man jetzt den Deckel von der Scheibe ab, so wird die auf demselben befindliche Elektricitätsmenge nicht geändert, aber ihre Spannung wächst in dem Masse, als sich der Deckel von dem bindenden Harzkuchen entfernt. In gleicher Weise wird die Spannung der auf der inneren Batteriebelegung angesammelten Elektricität durch die Anziehung der entgegengesetzten Elektricität der äusseren Belegung vermindert und dadurch die Ansammlung einer grösseren Elektricitätsmenge möglich gemacht. Um die Batterie bis zu einer gewissen Spannung zu laden, ist eine um so grössere Elektricitätsmenge erforderlich, je grösser die Oberfläche der Belegung und je geringer die Glasdicke ist.

Der Begriff der elektrischen Spannung oder des elektrischen Potentials ist von grosser Wichtigkeit für die mathematische Theorie der Elektricität und kann nur durch diese vollständig begründet werden. In § 269 ist gezeigt worden, dass die Dichtigkeit der Elektricität auf den verschiedenen Theilen eines und desselben isolirten Leiters sehr verschiedene Werthe haben kann, ja wie aus den Erscheinungen der elektrischen Influenz (§ 267) hervorgeht, können gleichzeitig die verschiedenen Theile desselben Leiters entgegengesetzte Elektricität besitzen. Dagegen wird in der mathematischen Theorie der Elektricität bewiesen, dass die Spannung oder das Potential der Elektricität stets auf allen Theilen eines isolirten Leiters denselben positiven oder negativen Werth besitzt. Auf einem mit dem Erdboden verbundenen Leiter ist die Spannung oder das Potential stets gleich Null.

§ 280. Dauer und Geschwindigkeit der Batterieentladung; Einfluss des Schliessungsbogens auf die Entladungsweise.

Die Dauer des Entladungsfunkens der elektrischen Batterie und der Zeit, welche die Elektricität braucht, um sich selbst durch meilenlange Drähte fortzupflanzen, ist so gering, dass dieselbe durch die gewöhnlichen Hilfsmittel der Zeitmessung weder gemessen, noch überhaupt wahrgenommen werden kann. Ein in schneller Bewegung begriffener Körper scheint bei Beleuchtung durch den elektrischen Funken zu ruhen (§§ 85, 165). Wheatstone bediente sich zur Messung der Dauer der Entladung und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität des folgenden Verfahrens: Sechs Kugeln (Fig. 246) waren auf einem Brett in gerader Linie befestigt. Die Kugel 2 war mit 3 und 4 mit 5 durch Kupferdrähte verbunden, deren jeder $^1/_4$ engl. Meile (400^m) lang war. Die Kugeln 1 und 6 konnten durch kurze Drähte mit den beiden Belegungen einer Leydener Batterie in Verbindung gesetzt werden. Bei der Entladung der Batterie erschienen zwischen den drei Kugelpaaren gleichzeitig drei Funken, welche in einer geraden Linie lagen. Vor dem Brett mit den Kugeln war ein Spiegel aufgestellt, welcher mit ausserordentlicher Geschwindigkeit um eine der Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte parallele Axe gedreht werden konnte (vgl. §§ 135, 177). Ruhte der Spiegel, so erblickte man in demselben die Bilder der drei Funken als drei in einer geraden Linie liegende Lichtpunkte (Fig. 246 a). Drehte sich der Spiegel aber in einer Sekunde 800 mal um seine Axe, so erschienen die Funkenbilder zu drei parallelen Lichtstreifen (Fig. 246 b) ausgedehnt, von welchen der mittlere gegen die beiden seitlichen um eine gewisse Strecke im Sinne der Drehung des Spiegels verschoben erschien. Es folgte daraus erstens, dass sich der Spiegel während der Dauer der Entladung um einen gewissen merklichen und messbaren Winkel gedreht hatte, zweitens, dass die Entladung an der mittleren Unterbrechungsstelle um eine gewisse Zeit später begonnen und geendet hatte, als an den beiden seitlichen, oder dass die Entladung eine messbare Zeit brauchte, um sich durch den $^1/_4$ engl. Meile langen Kupferdraht fortzupflanzen. Wheatstone fand bei seinen Versuchen die Dauer des Funkens gleich $\frac{1}{24000}$ Sekunde, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung im Kupferdraht gleich 288000 engl. oder 62500 geogr. Meilen (464000 Km.) in einer Sekunde.

Fig. 246.



Neuere Beobachtungen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Ströme in langen Telegraphenleitungen haben jedoch gelehrt, dass von einer bestimmten Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität in Drähten überhaupt nicht die Rede sein kann, dass dieselbe vielmehr, ausser von dem Material und dem Widerstand des Leitungsdrahtes, auch von der Länge desselben abhängt, so dass die zur Fortpflanzung eines elektrischen Stromes erforderliche Zeit in schnellerem Verhältniss als die Länge des Drahtes zunimmt. So fanden Fizeau und Gounelle die Geschwindigkeit in einem Eisendraht von 4^{mm} Durchmesser und etwa 40 geogr. Meilen Länge gleich 13000, in einem Kupferdraht von etwa gleicher Länge und 2,5^{mm} Durchmesser gleich 24000 geogr. Meilen. Mitchell fand in einer 132 geogr. Meilen langen Eisendrahtleitung die Geschwindigkeit gleich 6200 geogr. Meilen. — Nach Vollendung der Pacificbahn ergab sich, dass in den Telegraphenleitungen der elektrische Strom, um von Boston nach San-Francisco und zurück zu gelangen, d. h. für eine Strecke von etwa 20000 Km. nur 0,74 Sekunden braucht, also eine Geschwindigkeit von 135000 Km. (18000 geogr. Meilen) besitzt.

Riess hat gezeigt, dass die Entladung der Batterie nicht in einer einfachen Vereinigung der positiven und negativen Elektricität besteht, sondern dass dieselbe

aus einer Reihe auf einander folgender Partialentladungen zusammengesetzt ist. Die Dauer der Entladung wird wesentlich durch die Länge und Beschaffenheit des Schliessungsbogens beeinflusst. Durch Beobachtungen des Funkenbildes im rotirenden Spiegel, so wie durch die Lichterscheinungen am positiven und negativen Pol, bei der Entladung in stark verdünnten Gasen (vgl. § 334), und durch die Art der Einwirkung eines Magnets auf die Entladungserscheinungen haben Feddersen und Paalzow nachgewiesen, dass der Entladungsstrom aus einer Reihe hin und her gehender abwechselnd entgegengesetzt gerichteter Ströme zusammengesetzt ist, deren Anzahl mit wachsendem Widerstand des Schliessungsbogens abnimmt, während gleichzeitig die Dauer der Entladung wächst. Bei sehr grossem Widerstand, z. B. durch Einschaltung einer nassen Schnur, geht die alternirende Entladung in eine einfache über.

§ 281. Die Wirkungen der elektrischen Entladung hängen ihrer Art und ihrem Grade nach einerseits von der Menge und Dichtigkeit der angesammelten Elektricität, andererseits von der Beschaffenheit des Schliessungsbogens ab. Besteht dieser aus lauter guten Leitern, z. B. aus Metalldrähten von hinreichend grossem Querschnitt, um der angesammelten Elektricität einen leichten und schnellen Durchgang zu gestatten, so findet eine sichtbare Wirkung nur an der Stelle statt, wo die Leitung unterbrochen ist und die Ausgleichung der Elektricitäten in Form eines Funkens vor sich geht. Bei hinreichender Dichtigkeit der Elektricität wird ein zwischen die beiden Theile des Schliessungsbogens eingeschalteter Nichtleiter gewaltsam durchbrochen (§ 274). Die dabei eintretenden mechanischen Wirkungen sind um so heftiger, je grösser die entladene Elektricitätsmenge ist. Während der einfache Conduktorfunke eine Glasplatte nur mit einer feinen Oeffnung durchbohrt, wird dieselbe durch die Entladung einer elektrischen Batterie zersprengt.

Findet die Entladung in Form eines Funkens im Innern einer Flüssigkeit statt, so werden die Theile der Flüssigkeit so gewaltsam auseinander geschleudert, dass das Gefäss leicht zerbricht — namentlich wenn die Flüssigkeit in einer engen Röhre enthalten ist. Lässt man ein Papier- oder Kartenblatt vom Entladungsfunken durchschlagen, so zeigt die feine Oeffnung auf beiden Seiten aufgeworfene Ränder, so dass daraus nicht ersichtlich ist, in welcher Richtung die Durchbohrung stattgefunden hat. Stehen aber die beiden Drahtenden, zwischen denen der Funke übergeht, auf beiden Seiten des Papiers einander nicht genau gegenüber, so findet die Durchbohrung immer in der Nähe des mit der negativen Belegung verbundenen Drahtendes statt (Lullin's Versuch). Dass dies aber lediglich von der Beschaffenheit der Papieroberfläche und der durch dieselbe bedingten leichteren Ausbreitung der positiven Elektricität herrührt, geht daraus hervor, dass, z. B. bei Anwendung von Wachspapier, die Durchbrechung in der Regel an dem positiven Drahtende stattfindet. — Auf ähnliche Weise hat man die Verschiedenheit der sogenannten Lichtenberg'schen Figuren zu erklären versucht, welche mit positiver und negativer Elektricität erzeugt werden. Dieselben entstehen, wenn man einer Harz- oder Kautschukplatte an einzelnen Stellen durch Berührung mit einem elektrisirten Leiter positive oder negative Elektricität mittheilt und dieselbe dann mit einem Gemenge von Schwefel- und Mennigepulver bestäubt. Durch gegenseitige Reibung werden die rothen Mennigetheilchen positiv, die gelben Schwefeltheilchen negativ elektrisch. Erstere sammeln sich daher an den negativ, letztere an den positiv elektrisirten Punkten der Platte. Die dabei entstehenden Figuren sind aber bei der positiven und negativen Elektricität verschieden, indem erstere von den direkt elektrisirten Punkten aus in baumförmig verzweigten Strahlen sich ausbreitet, während sich die Mennige um die negativ elektrisirten Stellen in mehr rundlich begrenzten Häufchen ansammelt.

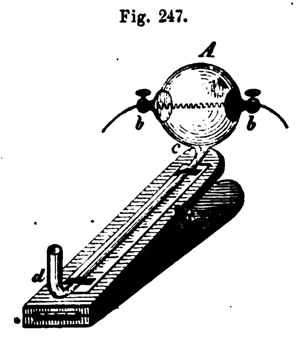
§ 282. Wärmewirkungen der Entladung. Wird eine hinreichend grosse Elektricitätsmenge durch einen dünnen Metalldraht entladen, so bewirkt dieselbe eine Erwärmung des Drahtes (vgl. § 335), welche sich bei sehr dünnen Drähten und grossen Elektricitätsmengen bis zum Glühen und Schmelzen des Drahtes steigern kann. Die stärkeren

Grade der Entladungswirkung sind mit einer mechanischen Zerreissung oder einem gänzlichen Zerstäuben der Substanz des Leiters verbunden, wie dies am besten an Streifen von dünnem Blattgold beobachtet werden kann.

Unter übrigens gleichen Umständen ist die in einem Draht erzeugte Wärmemenge dem Leitungswiderstand des Drahtes direkt proportional (siehe § 319). Die Erwärmung ist also um so grösser, je dünner der Draht und aus je schlechter leitendem Metall derselbe besteht. Werden verschiedene Elektricitätsmengen nach einander durch denselben Draht entladen, so sind, wie Riess gezeigt hat, die dadurch bewirkten Erwärmungen den Quadraten der Elektricitätsmengen direkt, der Oberfläche der Batteriebelegung aber umgekehrt proportional. Bezeichnet w den Widerstand des Drahtes, W den Widerstand des ganzen Schliessungsbogens, q die entladene Elektricitätsmenge, s die Oberfläche der Batteriebelegung, so kann die entwickelte Wärmemenge durch die Formel $a \frac{w}{W} \cdot \frac{q^2}{s}$ ausgedrückt werden. Der constante Faktor a bezeichnet diejenige Wärmemenge, welche durch die Entladung der Elektricitätsmenge 1 aus einer Batterie mit der Belegung 1 im ganzen Schliessungsbogen erzeugt werden würde.

Zur Nachweisung der Gesetze der elektrischen Erwärmung dient das elektrische Luftthermometer von Riess. Eine hohle Glaskugel A (Fig. 247) ist an zwei gegenüberliegenden Stellen b b durchbohrt und mit luftdicht in die Oeffnungen eingekitteten Messingklemmen versehen. Zwischen diesen ist ein spiralförmig gewundener, dünner Platindraht ausgespannt. An die Kugel ist ein enges, bei c rechtwinklig gebogenes Glasrohr angeschmolzen, an dessen anderem Ende bei d ein kleines Gefäss angebracht ist. In dieses bringt man einige Tropfen gefärbten Weingeistes und giebt dem Glasrohr mittelst des Brettchens, auf welchem dasselbe befestigt ist, eine geringe Neigung gegen den Horizont, so dass der Weingeist in der Röhre bis zu einem Punkte emporsteigt, welcher an einer auf dem Brettchen angebrachten Skala abgelesen werden kann. An der Glaskugel ist noch eine durch einen Stöpsel verschliessbare Oeffnung angebracht, mittelst deren vor jedem Versuch der Druck der Luft in der Kugel mit dem der Atmosphäre in's Gleichgewicht gebracht werden kann. Wird der Entladungsstrom einer Batterie durch den Draht b b geleitet, so wird dieser erwärmt, giebt die entwickelte Wärme sogleich an die umgebende Luft ab und bewirkt dadurch eine Ausdehnung der Luft und ein Sinken der Weingeistsäule in der Röhre c d, aus dessen Grösse auf die entwickelte Wärmemenge geschlossen werden kann. Indem man nun entweder die Elektricitätsmenge und die Oberfläche der Batterie, oder die Beschaffenheit des Schliessungsbogens abändert, können die oben angegebenen Gesetze nachgewiesen werden.

Fig. 247.



Explosive Gasgemische und leicht brennbare Flüssigkeiten werden durch den Batteriefunken, wie durch den einfachen Funken des Conduktors, entzündet. Um Schiesspulver durch den Entladungsschlag der Batterie zu zünden, muss man die Entladung durch Einschaltung einer nassen Hanfschnur in den metallischen Schliessungsbogen verzögern, weil sonst die Pulvertheile gewaltsam auseinander geschleudert, aber nicht entzündet werden. Leichter und sicherer gelingt die Zündung eines innigen Gemenges von chlorsaurem Kali und Schwefelantimon mit einem geringen Zusatz von gepulvertem Graphit. Man bedient sich dieses Zündsatzes für die Patronen zur elektrischen Zündung von Minen. (Bei Bereitung des höchst explosiven Gemenges ist grosse Vorsicht erforderlich, die Substanzen müssen einzeln fein gerieben und erst dann sehr vorsichtig gemischt werden, da die Explosion des Gemenges schon durch blosse Reibung oder einen Schlag herbeigeführt werden kann.)

§ 283. Die Wirkung der Batterieentladung auf den menschlichen und thierischen Körper ist dieselbe, wie die der Conduktorentladung der Elektrisirmaschine (§ 273), nur in verstärktem Massstabe.

Jedes Sinnesorgan wird durch dieselbe in seiner eigenthümlichen Weise afficirt, indem sich die Wirkung als Nervenreizung äussert. Ein mässiger, durch beide Hände und Arme geleiteter Entladungsschlag bewirkt eine eigenthümliche, unangenehme Empfindung in den Handgelenken und bei stärkerer Ladung auch in den Elbogengelenken. Der Entladungsschlag kann sich durch eine Reihe von zahlreichen Personen fortpflanzen. — Durch Reizung der Bewegungsnerven werden krankhafte Zuckungen der entsprechenden Muskeln veranlasst, und wenn insbesondere die Centralorgane des Nervensystems, Gehirn und Rückenmark, von einer starken Entladung getroffen werden, so kann Betäubung und Tod durch Nervenlähmung eintreten (vgl. §§ 290, 345).

§ 284. Induktionsströme durch Reibungselektricität. Werden zwei Drähte parallel neben einander ausgespannt, und wird durch einen derselben der Entladungsstrom einer Leydener Batterie geleitet, so wird dadurch in dem anderen Draht, auch wenn er von dem ersten völlig isolirt ist, ein elektrischer Strom erregt, welcher Induktions- oder Nebenstrom genannt wird. Damit derselbe zur Wirkung komme, müssen die Enden des Nebendrahtes unter einander in leitende Verbindung gesetzt oder einander so weit genähert werden, dass die Entladung des Nebendrahtes durch einen Funken zu Stande kommen kann. Um grössere Drahtlängen anzuwenden und dadurch stärkere Nebenströme zu erzeugen, giebt man den Drähten die Gestalt zweier flacher Spiralen, welche auf zwei kreisrunden Brettchen so befestigt sind, dass ihre Windungen einander parallel laufend gegenübergestellt werden können. Die Enden des einen Spiraldrahtes werden einander bis auf einen geringen Abstand genähert, die des anderen können mit den Belegungen der Batterie in Verbindung gesetzt werden. Im Augenblick der Entladung der Batterie durch den Hauptdraht geht zwischen den Enden des Nebendrahtes ein Funke über.

Die Gesetze der Induktionsströme werden in der Lehre von den galvanischen Strömen ausführlicher behandelt (§ 330).

Ueber die magnetischen Wirkungen elektrischer Ströme siehe § 321.

§ 285. Verschiedene Arten der Elektricitätserregung. Ausser durch Reibung (§ 263) kann durch andere mechanische Vorgänge Elektricität erregt werden. So zeigt ein Glimmerblatt beim Spalten, ein Stück Kreide oder Zucker beim Zerbrechen im Dunkeln einen vorübergehenden Lichtschein, welcher, wie das Elektroskop nachweist, von Elektricität herrührt. Harze, Korkstücke, Kalkspathkrystalle werden durch Druck zwischen den Fingern oder gegenseitigen Druck in ähnlicher Weise elektrisch, wie beim Reiben. Von der Elektricitätsentwickelung durch Berührung verschiedener Stoffe wird unten (§ 304) ausführlich die Rede sein.

Volta und Saussure glaubten eine Entwickelung von Elektricität bei der Verdampfung des Wassers beobachtet zu haben. Im Jahre 1840 erhielt der Wärter einer Dampfmaschine bei Newcastle, als er eine Hand in den aus dem Sicherheitsventil ausströmenden Dampfstrahl hielt und gleichzeitig mit der anderen Hand dem Metallhebel des Ventils nahe kam, eine heftige Erschütterung, und Armstrong construirte in Folge dessen seine Dampfelektrisirmaschine, die aus einem durch Glasfüsse isolirten Dampfkessel besteht, aus welchen ein Dampfstrahl ausströmt, dessen Elektricität mittelst eines mit Spitzen versehenen Einsaugers auf einem isolirten Conduktor angesammelt wird. Der Dampfkessel wird dabei negativ, der ausströmende Dampf positiv elektrisch. Die Untersuchungen von Faraday haben jedoch zu dem Ergebniss geführt, dass die hierbei, so wie bei den von Volta und Saussure angestellten Versuchen beobachtete Elektricitätsentwickelung nicht von der Dampfbildung, sondern von der Reibung des mit flüssigen Wassertröpfchen vermischten Dampfes an den Wänden des Gefässes oder der Ausflussröhre herrührt.

§ 286. Pyroelektricität der Krystalle. An gewissen Krystallen wird eine Entwickelung von Elektricität durch Temperaturveränderung

beobachtet. Zu diesen Krystallen, welche man wegen dieser Eigenschaft pyroelektrisch nennt, gehört z. B. der Turmalin. Seit dem Anfang des vorigen Jahrhunderts hatte man an den säulenförmigen Turmalinkrystallen die Eigenschaft wahrgenommen, dass dieselben, auf heisse Asche gelegt, die Aschentheilchen anzogen und wieder abstiessen. Aepinus nahm wahr, dass die beiden Enden oder Pole des Krystalls beim Erwärmen entgegengesetzt elektrisch werden, und Canton zeigte, dass dasselbe Ende des Krystalls, welches während des Erwärmens positive Elektricität zeigt, beim Erkalten negativ elektrisch wird und umgekehrt. Man nennt denjenigen Pol, der beim Erwärmen positiv, beim Erkalten negativ elektrisch wird, den analogen, den anderen den antilogen Pol. Die elektrischen Eigenschaften des Turmalins und anderer Krystalle stehen in engem Zusammenhang mit ihrer molekularen Struktur, wie daraus hervorgeht, dass alle pyroelektrischen Krystalle eine besondere Art der Hemiëdrie ihrer Krystallformen erkennen lassen, in Folge deren beide Enden des Krystalls eine verschiedenartige Ausbildung erhalten.

So krystallisirt z. B. der Turmalin in der Regel in 9seitigen Säulen, die durch Combination einer 6seitigen und einer 3seitigen Säule entstehen (§ 25, 3). An jedem Ende ist die Säule durch 3 Rhomboëderflächen zugespitzt; dieselben erscheinen aber an dem einen Ende (dem analogen Pol) auf die Flächen der 3seitigen Säule, am anderen Ende (dem antilogen Pol) auf die Kanten der 6seitigen Säule aufgesetzt. Das Kieselzinkerz krystallisirt in rhombischen Prismen, die am analogen Pol durch eine horizontale Endfläche, am antilogen Pol durch die Flächen eines Rhombenoktaëders begrenzt sind (§ 25, 4). Der Borazit zeigt würfelförmige Krystalle; von den 8 Würfelecken sind 4 abwechselnde durch die Flächen eines Tetraëders abgestumpft. Diese bilden 4 antiloge Pole, während die vier nicht abgestumpften Würfelecken eben so viele analoge Pole sind u. s. f. (§ 24).

§ 287. Atmosphärische Elektricität. Die elektrische Natur des Gewitters ist mit Sicherheit zuerst von Franklin (1749) nachgewiesen worden, indem derselbe auf freiem Felde eine hohe, oben zugespitzte und am unteren Ende isolirte Metallstange aufstellte. Indem diese die Elektricität der darüber befindlichen Gewitterwolken aufsaugte, konnte man vom unteren Ende der Stange elektrische Funken erhalten und mittelst der so gesammelten Elektricität alle bekannten, elektrischen Erscheinungen hervorbringen. Um die Wolkenelektricität in grösserer Menge zur Erde herabzuleiten, bediente sich Franklin und nach ihm de Romas des „elektrischen Drachens“. Dieser war nach der Art des bekannten Kinderspielzeuges eingerichtet, aber anstatt des Papiers mit Seidenzeug bespannt und mit einer Metallspitze versehen. Durch die vom Regen durchfeuchtete oder besser mit Draht durchflochtene Schnur wurde die leitende Verbindung mit dem Erdboden hergestellt. Indem de Romas das untere Ende der Schnur mit einem isolirten Conduktor verband, konnte er, als eine Gewitterwolke an dem Drachen vorbeizog, von dem Conduktor 9—10 Fuss (3^m) lange und scheinbar zollstarke, elektrische Funken erhalten, die von einem betäubenden Geräusch begleitet waren.

Die weiteren Untersuchungen haben gelehrt, dass die Atmosphäre nicht nur zur Zeit eines Gewitters, sondern selbst bei heiterem Himmel stets mit Elektricität geladen ist. Um dies nachzuweisen und die Veränderungen des elektrischen Zustandes der Atmosphäre zu untersuchen, bediente sich Saussure eines empfindlichen Elektroskops (§ 266), auf welchem ein langer, oben zugespitzter Draht befestigt war. An Stelle der Spitze wendete Volta mit Vortheil einen brennenden oder glimmenden Körper an, der am oberen Ende des Leiters befestigt wurde. — Auf anderen Principien, besonders auf der elektrischen Influenz, beruhende Appa-

rate zur Beobachtung und Messung der Luftelektricität sind in neuerer Zeit von Peltier, Dellmann, Thomson u. A. angegeben worden.

Die Beobachtungen haben gelehrt, dass die Luftelektricität bei heiterem Himmel fast stets positiv ist, und dass dieselbe regelmässige, tägliche und jährliche Aenderungen erleidet. Im Sommer ist dieselbe im Allgemeinen geringer als im Winter. — Die Elektricität der Wolken ist bald positiv, bald negativ und namentlich bei einem Gewitter schnellem und regellosem Wechsel unterworfen. — Der Ursprung der Luft- und Wolkenelektricität ist noch nicht mit hinreichender Sicherheit aufgeklärt. Der Umstand, dass die intensivsten elektrischen Vorgänge in der Atmosphäre von massenhaften wässerigen Niederschlägen begleitet zu sein pflegen, scheint auf einen Zusammenhang zwischen der Elektricitätserregung und der Condensation des Wasserdampfes hinzudeuten, der jedoch experimentell noch nicht nachgewiesen werden konnte.

§ 288. Gewitter. Am gewaltigsten äussert sich die atmosphärische Elektricität in den Erscheinungen des Gewitters. Dieses tritt in der Regel in Begleitung reichlicher Niederschläge der atmosphärischen Feuchtigkeit auf. Die heftigsten Gewitter finden in der Regenregion der Tropenzone statt (§ 253). In der gemässigten Zone treten sie meist bei plötzlichem Wechsel der Windrichtung ein, namentlich wenn der Aequatorialstrom durch den Polarstrom verdrängt und durch die plötzliche Abkühlung ein beträchtlicher, wässeriger Niederschlag bewirkt wird (§ 256).

Häufig ist das Gewitter von Hagelschlag (§ 261) begleitet. Im mittleren und nördlichen Europa finden die meisten Gewitter während des Sommers statt; doch gehören Wintergewitter, wenn sie eintreten, in der Regel zu den schwersten.

§ 289. Blitz und Donner. Die Entladung der angesammelten Wolkenelektricität, entweder zwischen zwei Wolken oder zwischen Wolke und Erdoberfläche, geschieht in Gestalt des Blitzes. Man unterscheidet, nach Arago, drei Arten des Blitzes, den Zickzack-, Flächen- und Kugelblitz. Der Zickzackblitz entspricht am meisten dem elektrischen Funken unserer Elektrisirmaschine, dem er in der kurzen Dauer, der scharf begrenzten und unregelmässig im Zickzack gebrochenen, selten verzweigten Form gleicht. Man beobachtet häufig Blitze, deren Länge mehr als Tausend Meter beträgt. Petit will zu Toulouse einen 17000 Meter ($2^1/_2$ geogr. Meilen) langen Blitzstrahl beobachtet haben. — Der Zickzackblitz ist von einem lauten, mehr oder minder lange andauernden, rollenden Donner begleitet.

Ueber die Dauer des Blitzes sind Untersuchungen von Rood angestellt worden. Die Blitzentladung ist gewöhnlich, wenn nicht immer, vielfach, und die Dauer der Einzelbestandtheile schwankt zwischen 0,001″ und 0,03″, und zwar selbst bei den Componenten eines und desselben Blitzes.

Der Flächenblitz ist ebenfalls von sehr kurzer Dauer, zeigt aber nicht einen scharf begrenzten Lichtstreif, sondern eine plötzliche, gleichmässige Erleuchtung der Wolkenfläche in bedeutender Ausdehnung und ist in der Regel nicht von Donner begleitet — das sogenannte Wetterleuchten gehört hierher.

Der Kugelblitz ist die räthselhafteste Erscheinung der atmosphärischen Elektricität, indem sich keine demselben entsprechende Erscheinung durch den Versuch darstellen lässt. Er besteht in einer feurigen, meist kugelförmig zusammengeballten Masse, welche mehrere Sekunden lang sichtbar bleibt, mit verhältnissmässig geringer Geschwindigkeit auf die Erde herabsinkt, sich oft eine längere Strecke hindurch längs der an der Erd-

oberfläche befindlichen Körper fortbewegt, ohne dieselben zu beschädigen, endlich aber unter heftiger Explosion, die von den gewöhnlichen Wirkungen des Blitzes begleitet ist, zerplatzt.

Der Donner hat seinen Grund unzweifelhaft in der durch den Blitz bewirkten, intensiven Lufterschütterung. Die Zeit zwischen Blitz und Donner ist um so grösser, je entfernter der Blitzschlag ist, da der Schall um so längere Zeit braucht, um sich bis zum Ohr des Beobachters fortzupflanzen (§ 121). Die lange Dauer und das abwechselnd schwächer werdende und sich wieder verstärkende Rollen des Donners erklären sich theils durch die grosse Ausdehnung des Blitzstrahles, in Folge deren der Schall von verschiedenen Punkten seiner Bahn nicht gleichzeitig zum Ohr gelangt, theils durch Reflexion des Schalls an Bergen, Gebäuden, Wolken u. dergl.

§ 290. Wirkungen des Blitzes. Die Wirkungen des Blitzes entsprechen denen der Entladung der Leydener Batterie (§§ 281—283), jedoch in sehr verstärktem Masse. Metallische Leiter werden, wenn sie nicht hinreichend stark sind, geschmolzen. Arago theilt einen Fall mit, wo eine 42^m lange, eiserne Kette, deren Glieder 7^{mm} dick waren, vollständig geschmolzen wurde. Häufig werden nur die Kettenglieder zusammengeschweisst. Geldstücke wurden in Beuteln, Messer in der Scheide geschmolzen, ohne dass die Umhüllung zerstört wurde. Eine Folge der durch den Blitz erzeugten Schmelzung sind die sogenannten Blitzröhren, welche entstehen, wenn der Blitz in Sandboden schlägt. Dieselben erscheinen inwendig durch die Schmelzung verglast, aussen rauh, aus zusammengesinterten Sandkörnchen gebildet.

Eine sehr häufige Wirkung des Blitzes ist die Zündung brennbarer Stoffe, welche namentlich erfolgt, wenn der Blitz durch schlechte Leitung in seinem Gange verzögert wird. Sehr häufig bleibt jedoch die Zündung aus (sogenannter kalter Schlag).

Heftige mechanische Wirkungen des Blitzes äussern sich, wie bei der Batterieentladung, vorzugsweise an Unterbrechungsstellen guter Leiter. Arago erzählt, dass i. J. 1762 von einem Kirchthurm in Cornwall durch den Blitz ein 3 Centner schwerer Stein 58^m, ein anderer kleinerer 390^m weit fortgeschleudert wurde. In einem Hause bei Manchester wurde im J. 1809 eine 1^m dicke, 4^m hohe Mauer, deren Gewicht ungefähr 26000 Kgr. betrug, an einem Ende um $1{,}3^m$, am anderen um 3^m von ihrer früheren Stelle verschoben. Eigenthümlich äussert sich häufig die Wirkung des Blitzes auf Bäume. Bisweilen werden dieselben nur theilweise oder ganz ihrer Rinde beraubt, oft aber wird auch das Holz in lange, dünne Latten zersplittert oder in besenartige Faserbündel zerschlitzt. Franklin erklärt diese Erscheinungen durch plötzliche Verdampfung des im Holz enthaltenen Saftes. Oft läuft der Blitz äusserlich an der Rinde in einer Schraubenlinie herab, oder bewirkt an Baumstämmen, Pfählen u. dergl. eine schraubenförmige Drehung um ihre Axe.

Eisen- und Stahlstücke werden durch den Blitzschlag öfters magnetisirt, die Pole vom Blitz getroffener Magnetnadeln wurden umgekehrt.

Innerhalb geschlossener Räume, durch welche ein Blitzstrahl gedrungen ist, bemerkt man gewöhnlich einen eigenthümlichen Geruch, der oft als Schwefelgeruch bezeichnet wird. Derselbe erklärt sich durch die Um-

wandlung des atmosphärischen Sauerstoffs in Ozon und Bildung von salpetriger Säure (§ 273).

Die Wirkung des Blitzschlages auf den menschlichen und thierischen Körper besteht theils in äusseren Verletzungen, Contusionen, Schwärzung der Haut, Anschwellung der getroffenen Gliedmassen u. s. w., theils in einer unmittelbaren Erschütterung des Nervensystems, welche vorübergehende Bewusstlosigkeit, Lähmung oder den augenblicklichen Tod zur Folge haben kann. Dieser erfolgt oft ohne alle sichtbaren Spuren äusserer Verletzung.

§ 291. **Blitzableiter.** Der von **Benjamin Franklin** erfundene Blitzableiter besteht in einer auf dem höchsten Punkt des vor dem Blitzschlag zu schützenden Gebäudes aufgerichteten Metallstange, welche oben in eine Spitze endet, und deren unteres Ende durch eine hinreichend starke, metallische Leitung mit dem Erdboden in Verbindung steht. Man verfertigt die Spitze in der Regel aus Platin oder vergoldet dieselbe, um sie gegen Zerstörung durch atmosphärische Einflüsse zu schützen. Die Erdleitung muss in hinreichende Tiefe geführt sein, um das Grundwasser des Erdbodens zu erreichen, wenn man sie nicht mit fliessendem Wasser in leitende Verbindung setzen kann. Grössere Metallmassen am Gebäude, wie Kirchenglocken, Metalldächer u. dergl., müssen mit dem Blitzableiter in leitende Verbindung gesetzt werden. — Ist die Spitze des Blitzableiters in gutem Zustande und die Leitung vollkommen, so schützt derselbe nicht nur vor den Wirkungen des Blitzes, sondern verhindert auch seine Entstehung, ebenso wie eine dem Conduktor einer Elektrisirmaschine gegenüber gehaltene Nadelspitze das Zustandekommen der Funkenentladung verhindert, indem die angesammelte Influenzelektricität entgegengesetzter Art sogleich durch die Spitze nach der Wolke oder nach dem Conduktor ausströmt und deshalb die Ansammlung entgegengesetzter Elektricitäten, welche der Funkenentladung immer vorangehen muss, nicht stattfinden kann. Da die Entladung immer nach dem hervorragendsten, also höchsten Theile des Gebäudes gerichtet ist, so schützt der Blitzableiter die umgebenden, tieferen Theile. Man nimmt an, dass die schützende Wirkung sich auf einen Umkreis erstreckt, dessen Halbmesser der doppelten Höhe des Blitzableiters gleich ist.

Das sogenannte **St. Elmsfeuer**, welches sich nicht selten an den Spitzen der Blitzableiter, an Schiffsmasten u. s. w. bei Gewittern zeigt, besteht in einem leuchtenden Ausströmen der auf dem in eine Spitze endenden Leiter angesammelten Influenzelektricität.

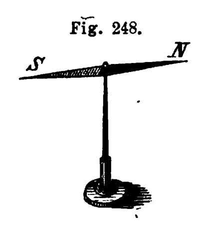
2. Magnetismus.

§ 292. **Natürliche Magnete.** Die Eigenschaft des Magnetismus ist zuerst an gewissen Eisenerzen, namentlich dem **Magneteisenerz**, bemerkt worden. Eisentheilchen werden von einem solchen natürlichen Magnet angezogen und haften an demselben. Diese Anziehung äussert sich in der Regel vorzugsweise an zwei gegenüberliegenden Stellen des natürlichen Magnets, welche man **Pole** nennt, während sich zwischen diesen Stellen eine indifferente Stelle befindet, wo der Magnet keine Anziehung äussert. Dies kann am besten durch Aufstreuen von Eisenfeilspähnen sichtbar gemacht werden, welche an den Polen haften bleiben, an den übrigen Punkten aber abfallen.

Das Magneteisenerz (Fe_3O_4) krystallisirt in schönen, regulären Oktaëdern, findet sich aber am häufigsten in dichten, krystallinischen Massen, in beträchtlicher Ausdehnung namentlich in Schweden, Lappland und Chili. Dasselbe erlangt die magnetischen Eigenschaften in der Regel erst, nachdem es einige Zeit an der Luft gelegen hat.

§ 293. **Künstliche Stahlmagnete, Magnetnadel, Nord- und Südmagnetismus.** Die Eigenschaft des Magnetismus kann von dem natürlichen Magnet auf einen **Stahlstab** übertragen und dadurch ein künstlicher **Stahlmagnet** hergestellt werden, indem man die beiden Enden des Stahlstabes wiederholt mit den entgegengesetzten Polen eines natürlichen Magnets bestreicht. Ein solcher künstlicher Magnet besitzt, wie der natürliche, zwei an den entgegengesetzten Enden liegende Pole, deren Verbindungslinie die **magnetische Axe** genannt wird. Wird ein Magnetstab in horizontaler Lage so aufgehängt, dass er sich in einer horizontalen Ebene frei drehen kann, so nimmt seine Axe eine annähernd von Nord nach Süd gerichtete Lage an (s. § 298). Man giebt dem Magnet behufs dieses Versuches am zweckmässigsten die Form einer Magnetnadel (Fig. 248), d. h. eines dünnen, flachen, in der Regel nach den Enden hin in Form eines schmalen Rhombus zugespitzten Stahlstäbchens, welches entweder an einem Seidenfaden aufgehängt, oder mittelst eines Hütchens auf einer Stahlspitze in horizontaler Lage frei schwebend balancirt werden kann. Man unterscheidet die Pole der Magnetnadel nach der Richtung, welche sie annehmen, als **Nordpol** und **Südpol**. Wird eine zweite Stahlnadel durch Streichen mit den Polen eines Magnetstabes magnetisirt, so wird das mit dem **Nordpol** des Magnetstabes bestrichene Ende zum **Südpol**, das mit dem **Südpol** bestrichene Ende zum **Nordpol** der Magnetnadel.

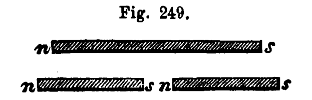
Fig. 248.



Werden einer frei schwebenden Magnetnadel die Pole einer zweiten Magnetnadel oder eines Magnetstabes genähert, so wird der Nordpol der Magnetnadel vom Nordpol des Magnetstabes abgestossen, vom Südpol aber angezogen. Umgekehrt wird der Südpol der Magnetnadel vom Südpol abgestossen, vom Nordpol aber angezogen, oder: **Zwischen zwei gleichnamigen Magnetpolen findet Abstossung, zwischen ungleichnamigen Polen aber Anziehung statt.**

Die magnetischen Anziehungen und Abstossungen finden ihre Erklärung, ähnlich wie die analogen elektrischen Erscheinungen (§ 264), durch die Annahme eines nördlichen und eines südlichen magnetischen Fluidum's, welche im unmagnetischen Eisen zu neutralem Fluidum vereinigt sind, beim Erregen des Magnetismus in einem Stahlstab aber getrennt werden und einander gegenseitig, ähnlich wie die elektrischen Fluida, anziehen und abstossen. Es findet jedoch der Unterschied statt, dass **die magnetischen Fluida nicht wie die elektrischen von einem zum anderen Körper übergehen können**, sondern nur das auf einem Körper vorhandene, **neutrale** Fluidum durch Annäherung eines Magnets ähnlich wie bei der elektrischen Influenz, in nördliches und südliches Fluidum **geschieden** werden kann (vergl. § 294). Auch ist es nicht möglich, einen Magnet herzustellen, welcher nur Nordmagnetismus oder nur Südmagnetismus oder eines der beiden Fluida in grösserer Quantität als das andere enthält. Wird ein magnetisirter Stahlstab *n s* (Fig. 249), welcher an einem Ende einen Nordpol, an dem anderen einen Südpol besitzt, an irgend einer Stelle zerbrochen, so findet man, dass jedes der beiden Bruchstücke wieder ein vollständiger Magnet mit zwei gleich starken Polen ist, indem an der Trennungsstelle zwei neue Pole entstanden sind. Diese Theilung

Fig. 249.

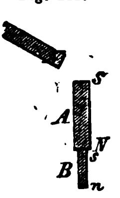


kann mit dem gleichen Erfolge beliebig fortgesetzt werden, jedes noch so kleine Bruchstück des Magnetstabes bildet wieder einen vollständigen Magnet mit zwei Polen. Diese Erscheinung erklärt sich durch die Annahme, dass die Trennung der Magnetismen nur auf den kleinsten Molekülen des Stabes stattfindet, so dass der magnetisirte Stab als ein Aggregat von magnetischen Molekülen oder Molekularmagneten zu betrachten ist. Denkt man sich der Einfachheit halber, dass der Stab nur aus einer einzigen Reihe gleich stark magnetischer Moleküle (Fig. 250) bestehe, so werden überall auf der ganzen Länge des Stabes, wo zwei entgegengesetzte Pole magnetischer Moleküle zusammenstossen, dieselben sich in ihrer anziehenden und abstossenden Wirkung nach aussen hin neutralisiren, und nur an den beiden Enden des Stabes werden die freien Pole der letzten Moleküle wirksam bleiben. Wird jedoch der Stab an irgend einer Stelle zerbrochen, so kann die Trennung nur zwischen zwei Molekülen stattfinden, es werden also an den Bruchtheilen zwei neue, entgegengesetzte und gleich starke Pole hervortreten (vergl. übrigens unten § 329).

Fig. 250.

§ 294. Magnetische Influenz, verschiedenes Verhalten des weichen Eisens und des Stahles, Coërcitivkraft. Wie ein unelektrischer Leiter bei Annäherung eines elektrischen Körpers durch Influenz elektrisch wird (§ 267), so wird ein Stück Eisen bei Annäherung eines Magnetpols selbst in einen Magnet verwandelt, indem das neutral magnetische Fluidum in den Eisenmolekülen in nordmagnetisches und südmagnetisches geschieden wird. Ein Eisenstück wird also von einem Magnet angezogen und haftet an demselben, weil es selbst in einen Magnet verwandelt wird. Es findet jedoch hierbei ein Unterschied in dem Verhalten des weichen Schmiedeeisens und des gehärteten Stahles statt. Wird einem weichen Eisenstück A (Fig. 251) der Nordpol eines Magnets genähert, so wird dasselbe in einen Magnet verwandelt und befähigt, seinerseits ein anderes Stück weichen Eisens B anzuziehen und festzuhalten u. s. f. Bei Entfernung des Magnetpoles verschwindet jedoch der Magnetismus in A vollständig und das Eisenstück B fällt herab. Ein Stab von gehärtetem Stahl dagegen nimmt bei gleich starker, magnetisirender Einwirkung nur einen viel geringeren Magnetismus an, als das weiche Eisen, oder verlangt umgekehrt, um gleich starken Magnetismus anzunehmen, eine weit stärkere, magnetisirende Einwirkung, z. B. durch wiederholtes Streichen mit starken Magnetpolen. Hat er aber einmal den magnetischen Zustand erlangt, so behält er denselben fast vollständig, auch nach dem Aufhören der magnetisirenden Ursache. Während also im weichen Eisen die Magnetismen leicht getrennt, aber auch eben so leicht wieder vereinigt werden, findet in den Stahlmolekülen ein gewisser Widerstand, sowohl gegen ihre Trennung, als gegen ihre Wiedervereinigung statt, welchen man mit dem Namen der Coërcitivkraft bezeichnet. Je grösser die Coërcitivkraft einer Stahlsorte ist, desto mehr ist dieselbe zur Anfertigung dauernder Magnete geeignet.

Fig. 251.

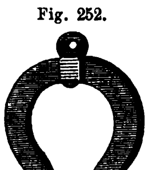


Ausser dem Eisen und einigen seiner chemischen Verbindungen (Magneteisenstein, Titaneisen) sind nur das Kobalt und Nickel fähig, in stärkerem Grade vom Magnet angezogen zu werden oder selbst bleibenden Magnetismus anzunehmen. Einen schwächeren Grad magnetischer Einwirkung hatte man schon früher an einer Anzahl von Mineralsubstanzen wahrgenommen, die zum Theil keines der angeführten Metalle enthielten. Aber erst seitdem durch Anwendung des Elektromagnetismus viel stärkere, magnetisirende Kräfte als früher zu Gebote stehen, ist es zuerst Faraday gelungen, nachzuweisen, dass fast alle Körper bei hinreichend starker

magnetisirender Kraft eine Einwirkung erfahren, wenngleich grösstentheils eine ausserordentlich viel geringere, als die drei genannten Metalle. Doch fand Faraday eine merkwürdige Verschiedenheit, indem manche Körper zwischen den Polen eines starken Elektromagnets eine Anziehung, andere eine Abstossung erfuhren. Die ersteren verhielten sich magnetisch, wie weiches Eisen, nur in viel schwächerem Grade, die letzteren nannte Faraday diamagnetisch (siehe unten § 322).

§ 295. Verschiedene Formen der Magnete. Man giebt den Magneten in der Regel entweder die Gestalt gerader, prismatischer Stäbe von rechteckigem Querschnitt oder, um beide Pole gleichzeitig zur Wirkung zu bringen, die Hufeisenform. Vor den Hufeisenmagnet wird ein Anker von weichem Eisen $n\,s$ (Fig. 252) gelegt, an welchem das zu tragende Gewicht aufgehängt wird. Das weiche Eisenstück wird durch Influenz hier um so stärker magnetisirt, da beide Pole einander in ihrer Einwirkung unterstützen. Der Magnet trägt daher, auf diese Weise armirt, weit mehr als das doppelte des Gewichts, welches jeder Pol für sich einzeln zu tragen im Stande ist. Zu weiterer Verstärkung der Wirkung vereinigt man mehrere hufeisenförmige Lamellen zu einem magnetischen Magazin.

Fig. 252.

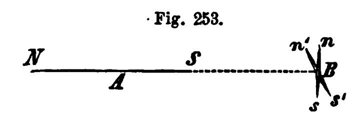


Man hat es vortheilhaft gefunden, die einander berührenden Flächen des Magnets und des Ankers nicht eben, sondern schwach cylindrisch abzuschleifen, so dass sie einander nur längs einer Linie berühren. — Auch die Wirkung wirklicher Magnete kann verstärkt werden, indem man dieselben nach Art eines Hufeisenmagnets armirt. An den Polflächen des natürlichen Magnets werden zwei weiche Eisenstücke angelegt und deren vorstehende Enden durch einen Anker von weichem Eisen verbunden.

§ 296. Gesetze der magnetischen Anziehung und Abstossung. Für die magnetische Anziehung und Abstossung gilt, nach den Versuchen von Coulomb, wie für die elektrische (§ 271), das Gesetz, dass die Anziehung der ungleichnamigen und die Abstossung der gleichnamigen Fluida den Mengen der auf einander wirkenden Magnetismen direkt, dem Quadrat ihrer Entfernung aber umgekehrt proportional ist.

Um die Richtigkeit dieses Gesetzes durch den Versuch zu bestätigen, dienen folgende Betrachtungen: Es sei A (Fig. 253) ein horizontaler, von $O.$ nach $W.$ gerichteter Magnetstab, B eine kleine Magnetnadel, deren Mittelpunkt sich in der Verlängerung der Axe des Magnetstabes A befindet, und die sich um diesen Mittelpunkt in horizontaler Ebene frei drehen kann. Der Magnetstab strebt die Nadel so zu drehen, dass die Axen beider in eine gerade Linie fallen, während die richtende Wirkung des Erdmagnetismus dieselbe in ihrer Lage $n\,s$ zu erhalten strebt. Um die Grösse des Drehungsmoments (§ 46) zu berechnen, welches bei dieser Lage der Magnetstab auf die Nadel ausübt, denken wir uns der Einfachheit halber den Magnetismus des Stabes A sowohl als der Nadel B in je 2 Punkten oder Polen concentrirt. Es seien $+m$ und $-m$ die in den Polen des Stabes, $+m'$ und $-m'$ die in den Polen der Nadel befindlichen Magnetismen. Es sei ferner $2l$ die Länge des Stabes A, $2l'$ die Länge der Nadel B, r die Entfernung ihrer Mittelpunkte. Es soll ferner vorausgesetzt werden, dass sowohl l als l' sehr klein seien im Verhältniss zu dieser Entfernung. An Stelle der Entfernungen Nn und Sn können dann ohne merklichen Fehler NB und SB oder $r+l$ und $r-l$ gesetzt werden. Nach dem Coulomb'schen Getetz erfährt also der Nordpol der Nadel von S die Anziehung $\frac{mm'}{(r-l)^2}$, von N dagegen die Abstossung

Fig. 253.



$\frac{mm'}{(r+l)^2}$. Die Gesammtwirkung des Magnets A auf den Nordpol n ist also eine Anziehung, welche gleich ist der Differenz beider Kräfte

$$\frac{mm'}{(r-l)^2} - \frac{mm'}{(r+l)^2} = mm' \frac{4rl}{r^4 - 2r^2l^2 + l^4}.$$

Da die beiden letzten Glieder des Nenners wegen der Kleinheit von l gegen das erste verschwinden, so kann dafür ohne merklichen Fehler gesetzt werden

$$\frac{4mm'l}{r^3}.$$

Ebenso gross ist die **Abstossung**, welche der Südpol s der Nadel durch die vereinigte Wirkung der beiden Pole des Magnetstabes erfährt. Die beiden gleich grossen, aber entgegengesetzt parallelen Kräfte, welche auf die Nadel B wirken, bilden mithin eine Kräftepaar (§ 50), dessen Hebelarm gleich der Länge der Nadel $2l'$, dessen Drehungsmoment gleich

$$\frac{8mlm'l'}{r^3}$$

ist. Es ergiebt sich daraus, dass das Drehungsmoment im umgekehrten Verhältniss der dritten Potenz der Entfernung abnimmt. Das Produkt aus der Länge der Magnetnadel $2l'$ und der Quantität des in jedem ihrer Pole concentrirten Magnetismus m' wird ihr **magnetisches Moment** genannt. Ebenso drückt $2ml$ das magnetische Moment des Stabes A aus. Das von dem Stab A auf die Magnetnadel ausgeübte **Drehungsmoment ist daher den magnetischen Momenten beider Magnete direkt, der dritten Potenz ihrer Entfernung aber umgekehrt proportional.** Da diese Folgerung aus dem Coulomb'schen Gesetz abgeleitet worden, so kann ihre Bestätigung durch den Versuch umgekehrt dazu dienen, die Richtigkeit dieses Gesetzes zu beweisen. Man kann zu diesem Zweck **entweder** die Nadel B an Stelle des Hebels in der Coulomb'schen Drehwage (§ 271) aufhängen und bei verschiedenen Entfernungen des Magnetstabes A jedesmal die Torsion des Drahtes bestimmen, welche erforderlich ist, um die Nadel in ihre ursprüngliche Ruhelage zurückzuführen, **oder** man kann den **Winkel** messen, **um welchen die frei schwebende Magnetnadel** bei verschiedenen Entfernungen **des Stabes aus ihrer Ruhelage abgelenkt wird.** Das durch den Magnetstab A erzeugte Kräftepaar strebt die Nadel in die Richtung der Verbindungslinie beider Magnete AB zu stellen, die richtende Wirkung des Erdmagnetismus (§ 298) strebt dieselbe nach ihrer Richtung $n\,s$ zurückzuführen. Wenn die Nadel unter der gleichzeitigen Einwirkung beider Kräfte in der Lage $n's'$ im Gleichgewicht ist, so müssen die von beiden Kräften auf die Nadel im entgegengesetzten Sinne ausgeübten Drehungsmomente einander gleich sein. Wird der Ablenkungswinkel nBn' mit α bezeichnet, so ist leicht ersichtlich, dass in der abgelenkten Lage der Nadel das von dem Magnetstab A ausgeübte Drehungsmoment durch

$$\frac{8mlm'l'}{r^3} \cos\alpha$$

ausgedrückt wird, während das durch die erdmagnetische Kraft T hervorgebrachte entgegengesetzte Drehungsmoment gleich

$$2m'l' \sin\alpha . T$$

ist. Es muss also

$$\frac{8mlm'l'}{r^3} \cos\alpha = 2m'l' \sin\alpha . T$$

sein, oder

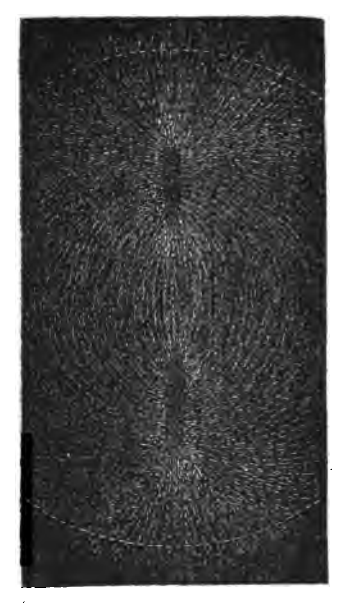
$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{4ml}{Tr^3},$$

d. h. die Tangente des Ablenkungswinkels ist der dritten Potenz der Entfernung r umgekehrt proportional (vergl. § 316).

§ 297. **Magnetische Curven.** Die Vertheilung und Richtung der magnetischen Anziehungs- und Abstossungskräfte in der Nähe eines beliebig gestalteten Magnets kann auf anschauliche Weise sichtbar gemacht werden, indem man auf ein über den Magnet gelegtes Blatt steifen Papiers Eisenfeilspähne streut. Diese häufen sich am stärksten in der Nähe der Magnetpole an und ordnen sich in deren Umgebung zu regelmässig gestal-

teten Curven, welche beide Pole mit einander verbinden und deren Richtung in jedem Punkte die Richtung der magnetischen Kraft angiebt. Diese Curven werden magnetische Curven genannt. (Faraday's Magnetkraftlinien).

Fig. 254a.



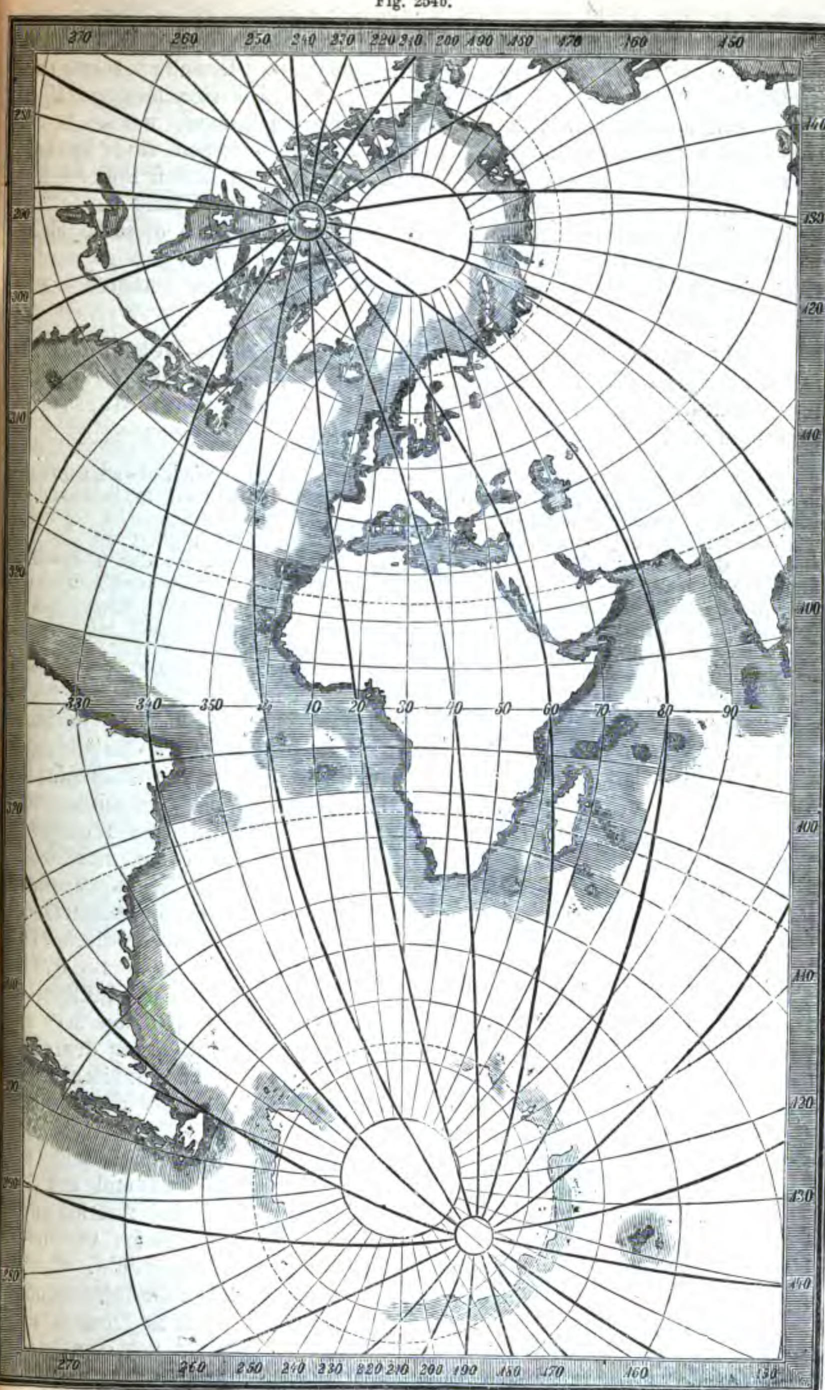
Man bemerkt dabei (Fig. 254a), dass die grösste Anhäufung der Feilspähne an den Kanten und Ecken der Polflächen des Magnets stattfindet, dass also dort die magnetische Anziehung am intensivsten ist.

§ 298. Erdmagnetismus. Eine um ihren Schwerpunkt frei drehbar aufgehängte Magnetnadel nimmt an jeder Stelle der Erdoberfläche eine genau bestimmte Richtung an. Diese Erfahrung erklärt sich durch die Annahme, dass der Erdkörper selbst magnetische Eigenschaften zeigt und zwar auf der nördlichen Hemisphäre Südmagnetismus, auf der südlichen Hemisphäre Nordmagnetismus. Die Erde wirkt auf die Magnetnadel ähnlich wie ein Magnetstab aus grosser Entfernung, nämlich so, dass die beiden Pole der Magnetnadel an jeder Stelle der Erdoberfläche stets genau gleich grosse und entgegengesetzte Einwirkungen erfahren (vergl. § 297). Die Magnetnadel als Ganzes wird daher von der Erde weder angezogen noch abgestossen, sondern das aus der entgegengesetzten Wirkung auf beide Pole hervorgehende Kräftepaar übt eine richtende Wirkung auf die Nadel. Eine in ihrem Schwerpunkt unterstützte Nadel ist im Gleichgewicht, sobald die Richtung ihrer magnetischen Axe mit der Richtung der nordmagnetischen Kraft zusammenfällt. Wird sie aus dieser Gleichgewichtslage entfernt, so kehrt sie durch eine Reihe pendelartiger Schwingungen wieder in dieselbe zurück.

Gilbert verfertigte sich (1600) kugelförmige Stahlmagnete (terrellae), an welchen er die magnetischen Eigenschaften der Erde nachwies.

§ 299. Magnetische Deklination; magnetische Meridiane. Die magnetische Axe einer in horizontaler Richtung frei drehbaren Magnetnadel zeigt nicht genau von Süd nach Nord, sondern weicht von der genauen Richtung des astronomischen Meridians nach Osten oder Westen hin um einen gewissen Winkel ab, welcher an verschiedenen Stellen der Erdoberfläche ungleiche Werthe hat und die magnetische Deklination genannt wird. In Berlin betrug dieselbe in Mitte des Jahres 1871 etwa 12^0 $43'$ westlich. (Jährliche Abnahme 8'.) Man kann die Richtung der Magnetnadel an den verschiedenen Orten der Erdoberfläche am anschaulichsten darstellen, indem man auf einer Erdkarte (Fig. 254 b) ein System von Curven verzeichnet, die man erhält, indem man auf der Erdoberfläche von einem beliebigen Punkte aus, immer der Richtung der Magnetnadel folgend, fortschreitet, deren Richtung also in jedem Punkte

Fig. 254b.


270
260
250
240
230
220
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
330
340
350
10
20
30
40
50
60
70
80
90

unmittelbar die Richtung der Magnetnadel angiebt. Diese Curven entsprechen also den oben § 297 besprochenen, magnetischen Curven und werden magnetische Meridiancurven genannt. Dieselben zeigen beträchtliche, unregelmässige Abweichungen von den astronomischen Meridianen und laufen sämmtlich in zwei Punkten zusammen, welche in der Nähe des astronomischen Nordpols und Südpols gelegen sind und die magnetischen Pole der Erde genannt werden. An diesen Polen selbst übt der Erdmagnetismus auf eine nur in horizontaler Ebene bewegliche Magnetnadel keine richtende Wirkung mehr aus, sondern dieselbe bleibt in jeder Lage im Gleichgewicht, weil, wie sogleich (§ 300) gezeigt werden wird, die Richtung der erdmagnetischen Kraft in diesen Punkten genau vertikal ist.

Denkt man sich durch die Richtung, welche die Deklinationsnadel an irgend einem Punkt der Erdoberfläche annimmt, eine Vertikalebene gelegt, so heisst diese die Ebene des magnetischen Meridians für diesen Ort.

Der Gebrauch der Magnetnadel zur Angabe der Himmelsrichtungen soll eine chinesische Erfindung sein. In Europa ist dieselbe erst seit dem 12. Jahrhundert bekannt. Als Boussole wird die Magnetnadel zu Winkelmessungen, in der Feldmess- und Markscheidekunst angewendet. Von grösster Wichtigkeit ist die Anwendung der Magnetnadel für die Schifffahrt im Compass, da durch dieselbe allein die sichere Steuerung des Schiffes auf offener See möglich wird. Deshalb ist es auch von besonderem praktischem Interesse, den Werth der magnetischen Deklination an den verschiedenen Punkten der Meeresoberfläche mit möglichster Genauigkeit zu kennen. Christoph Columbus bemerkte zuerst (1492) die Verschiedenheit der Abweichungen der Magnetnadel unter verschiedenen Längengraden.

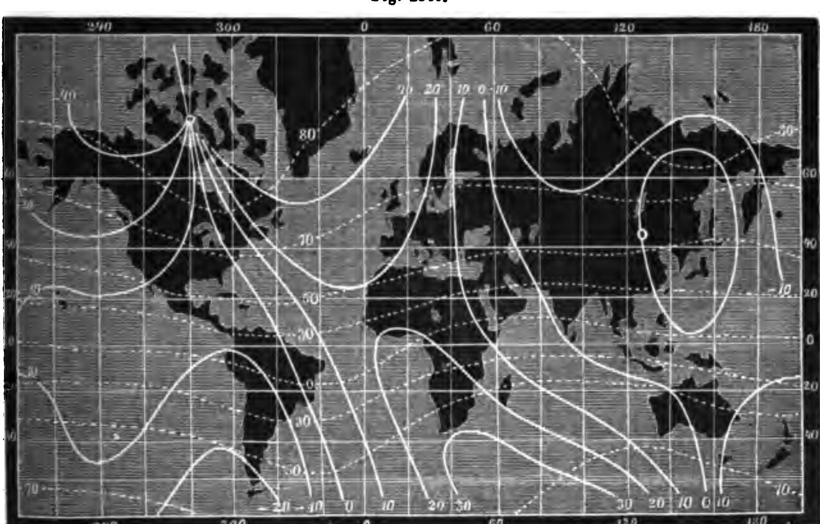
§ 300. Magnetische Inklination. Wird eine um eine horizontale, durch ihren Schwerpunkt gehende Axe frei drehbare Magnetnadel so aufgestellt, dass die vertikale Drehungsebene der Magnetnadel mit der Ebene des magnetischen Meridians (§ 299) zusammenfällt, so nimmt die magnetische Axe der Nadel eine gegen den Horizont geneigte Lage an, und zwar ist im Allgemeinen auf der nördlichen Hemisphäre der Erde das Nordende, auf der südlichen Hemisphäre das Südende der Nadel abwärts geneigt. Den Winkel, welchen die magnetische Axe der Nadel mit dem Horizont bildet, nennt man die magnetische Inklination. Dieselbe betrug in Mitte des Jahres 1871 in Berlin 67° 0′. Mit der Annäherung an den magnetischen Nordpol nimmt die Inklination zu, bis sie am magnetischen Pol selbst den grössten Werth von 90° erreicht, d. h. die Nadel genau vertikal steht. Die Richtung der erdmagnetischen Kraft ist also in diesem Punkte genau vertikal, und dieselbe verliert deshalb, wie oben bemerkt, den richtenden Einfluss auf eine in horizontaler Richtung drehbare Magnetnadel. Mit wachsender Entfernung vom magnetischen Nordpol nimmt die nördliche Inklination ab, bis dieselbe in der Nähe des Erdäquators gleich Null wird und auf der südlichen Hemisphäre in eine südliche Inklination übergeht. Am magnetischen Südpol der Erde ist die südliche Inklination gleich 90° oder das Südende der Nadel vertikal abwärts gerichtet. Die Linie, welche sämmtliche Punkte der Erdoberfläche verbindet, an welchen die Inklinationsnadel horizontal steht oder die Inklination gleich Null ist, heisst der magnetische Aequator der Erde. Derselbe fällt nicht mit dem astronomischen Aequator zusammen (siehe Fig. 254c), sondern durchschneidet

denselben an zwei Punkten, so dass er theils auf der nördlichen, theils auf der südlichen Hemisphäre der Erde liegt.

Man kann sich vorstellen, dass in einem Durchschnitt der Erde durch die beiden magnetischen Pole der Erdmagnetismus eine ähnliche Wirkung ausübt als in Fig. 254a durch die magnetischen Curven dargestellt ist: die Inklinationsnadel giebt an jedem Punkte der Erdoberfläche, von welcher man sich einen Axenschnitt in jener Figur durch den punktirten Kreis angedeutet denken mag, die Tangentenrichtung der zugehörigen magnetischen Curve an.

Verbindet man alle Punkte der Erdoberfläche, in denen die Magnetnadel gleiche Abweichungen vom astronomischen Meridian zeigt, durch eine Linie, so erhält man ein System von Curven, welche Linien gleicher Deklination oder Isogonen heissen. Ebenso ergeben sämmtliche Punkte der Erdoberfläche, in welchen die nördliche oder südliche Inklination denselben Werth hat, verbunden ein System von Curven, welche Linien gleicher Inklination oder Isoklinen genannt werden. Dieselben weichen in ihrem Verlauf beträchtlich von den Parallelkreisen ab und

Fig. 254c.



sind in Fig. 254c gleichzeitig mit den Isogonen dargestellt. — Der magnetische Nordpol, welcher im nördlichen Amerika unter 70° 5′ N. Br. und 96° 46′ W. L. von Greenwich liegt, ist von Kapitain Ross wirklich erreicht worden, dagegen ist es noch nicht gelungen, bis zum magnetischen Südpol vorzudringen.

An einzelnen Punkten der Erdoberfläche lassen sich Abweichungen in der Stellung der Magnetnadel beobachten. Von aussergewöhnlichem Belang sind diese auf dem einen von den beiden Schnarcherfelsen, isolirten Granitpyramiden von etwa 30 m Höhe, die in der Nähe des Dorfes Schierke im Harz gelegen sind, und von denen der südliche unzugänglich ist. Auf dem nördlichen Felsen giebt es auf der etwa 12 □m grossen Oberfläche an zwei Stellen kaum 30 cm entfernte Punkte, an denen die Magnetnadel eine fast entgegengesetzte Richtung zeigt.

§ 301. Intensität des Erdmagnetismus. Durch die Angabe der magnetischen Deklination und Inklination ist die Richtung, welche eine um ihren Schwerpunkt völlig frei drehbare Magnetnadel annehmen würde, oder die Richtung der erdmagnetischen Kraft an jeder Stelle der Erdoberfläche vollkommen genau bestimmt. Zur völligen Kenntniss

dieser Kraft ist aber noch die Angabe ihrer Stärke oder Intensität erforderlich. Dass diese Intensität nicht an allen Punkten der Erdoberfläche dieselbe ist, ergiebt sich daraus, dass die Schwingungen einer und derselben Nadel um ihre Gleichgewichtslage an verschiedenen Orten nicht mit gleicher Geschwindigkeit erfolgen. Die Vergleichung der Schwingungsdauer giebt aber ein leichtes Mittel an die Hand, die Intensität der erdmagnetischen Kraft an verschiedenen Orten zu vergleichen. — Die Schwingungen der Magnetnadel unter dem Einfluss des Erdmagnetismus befolgen nämlich dieselben Gesetze, wie die Schwingungen des Pendels (§§ 61—63) unter dem Einfluss der Schwerkraft, und es ist, unter übrigens gleichen Umständen, die Schwingungsdauer einer Magnetnadel der Quadratwurzel aus der Intensität der magnetischen Kraft umgekehrt proportional. Sind also i_1 und i_2 die magnetischen Intensitäten an zwei verschiedenen Orten und bezeichnen n_1 und n_2 die Anzahl der Schwingungen, welche die Nadel an einem und dem anderen Orte in gleichen Zeitabschnitten vollendet, so ist $i_1 : i_2 = n_1{}^2 : n_2{}^2$. Die Intensität der erdmagnetischen Kraft wächst mit der Annäherung an die magnetischen Pole und ist am geringsten in der Nähe des magnetischen Aequators. Ihre Vertheilung auf der Erdoberfläche kann durch ein System von Linien gleicher Intensität oder Isodynamen dargestellt werden.

Gauss hat berechnet, dass 8464 Trillionen je ein Pfund schwerer Magnetstäbe mit parallel gerichteten, magnetischen Axen erforderlich wären, um die magnetische Wirkung der Erde im äusseren Raum zu ersetzen, oder dass bei gleichmässiger Vertheilung derselben im ganzen Rauminhalt der Erde etwa auf je ein Cubikmeter acht solcher Stäbe kommen würden.

§ 302. Variationen der magnetischen Elemente. Die Richtung und Stärke der erdmagnetischen Kraft ist nicht nur an verschiedenen Orten der Erdoberfläche ungleich, sondern sie ist auch an demselben Orte langsamen Aenderungen oder Variationen unterworfen. Diese Aenderungen sind theils periodische, kleine Schwankungen in der Richtung der Magnetnadel, welche nur wenige Bogenminuten betragen und sich in regelmässig wiederkehrenden Perioden, namentlich während einer täglichen Periode, in gleicher Weise wiederholen; theils sind es säkulare Aenderungen, welche sehr langsam erfolgen, aber eine lange Reihe von Jahren hindurch in gleichem Sinne fortschreitend, allmählich zu beträchtlicher Grösse anwachsen; theils endlich sind es unregelmässige Störungen des magnetischen Gleichgewichts der Erde, welche schnell vorübergehen und mit elektrischen Strömungen im Innern des Erdkörpers in Zusammenhang stehen. Dieselben treten häufig gleichzeitig mit Nordlichterscheinungen auf — magnetisches Gewitter (§ 303).

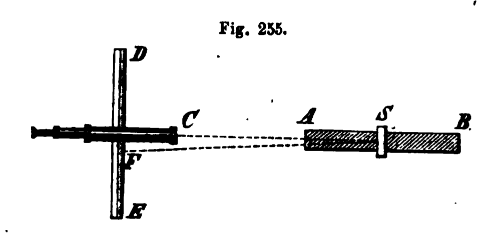
In Berlin betrug (1871) die westliche Deklination der Magnetnadel 12° 43′ und nimmt jährlich um etwa 8′ ab (§ 299). Im Laufe des vorigen Jahrhunderts war dieselbe im Zunehmen begriffen und erreichte i. J. 1805 ihren grössten Werth von 18°. Seitdem nimmt dieselbe langsam ab, so dass sie möglicher Weise einmal gleich Null werden und in eine östliche Abweichung übergehen wird.

Aehnlichen Aenderungen sind die magnetische Inklination und Intensität unterworfen.

Zur Beobachtung kleiner Aenderungen im Stande der Magnetnadel dient am besten die von Poggendorff (1826) angegebene, höchst empfindliche Methode der Spiegelablesung. An dem Magnetstab AB (Fig. 255) ist bei S ein Spiegel angebracht, auf welchen das Fernrohr C gerichtet ist. Der Beobachter erblickt in demselben das Spiegelbild einer horizontalen, in Millimeter getheilten Skala DE.

Bei der normalen Lage des Magnetstabes fällt der Nullpunkt der Skala genau mit einem im Okular des Fernrohrs angebrachten Vertikalfaden (§ 172) zusammen. Wird jetzt der Magnetstab und dadurch der Spiegel S um einen kleinen Winkel α gedreht, so ändert sich die Lage des Spiegelbildes im Fernrohr, und der Vertikalfaden zeigt jetzt einen anderen Skalenstrich F an. Nach optischen Gesetzen (§ 135) ist der Winkel CSF gleich dem doppelten Drehungswinkel des Spiegels, 2α. Aus der Grösse der Verschiebung CF und der bekannten Entfernung SC kann aber die Grösse dieses Winkels leicht berechnet werden, und es lässt sich leicht ein für allemal bestimmen, welchem Drehungswinkel des Spiegels jeder Skalentheil entspricht. Beträgt nämlich die Entfernung des Spiegels von der Mitte der Skala m Skalentheile, so ist tang $2\alpha = \frac{1}{m}$.

Fig. 255.



Auf die Methoden zur Bestimmung der Variationen der magnetischen Inklination und Intensität kann aus Mangel an Raum nicht eingegangen werden.

§ 303. **Polarlicht.** Eine noch nicht hinreichend aufgeklärte Erscheinung, welche aber jedenfalls in nahem Zusammenhang mit den magnetischen Eigenschaften des Erdkörpers steht, bietet das **Polarlicht** dar, welches, namentlich unter den höheren Graden nördlicher und südlicher geographischer Breite, als **Nordlicht** und **Südlicht** beobachtet wird. Dasselbe beginnt in der Regel kurz nach dem Ende der Abenddämmerung damit, dass sich am nördlichen (oder südlichen) Horizont ein dunkles, von einem hellen Saum eingefasstes Kreissegment abgrenzt, bald wird der Lichtsaum breiter und glänzender, es beginnen Strahlen in radialer Richtung von demselben auszugehen, welche ihren Ort beibehalten, aber in Glanz und Ausdehnung einen fortwährenden Wechsel zeigen, so dass sie bald weit emporschiessen, bald fast verschwinden. Wenn die Erscheinung ihren höchsten Glanz erreicht, was nur unter hohen Breitengraden stattfindet, so schiessen die Strahlen von allen Seiten bis über den Scheitel des Beobachters empor und vereinigen sich, nach der ihrem Ausgangspunkt entgegengesetzten Seite der Himmelskugel convergirend, zu einer **Krone**, deren Mittelpunkt südlich vom Zenith gelegen ist. Dass das Nordlicht mit den magnetischen Erscheinungen des Erdkörpers im Zusammenhang steht, geht schon aus dem Umstand hervor, dass der Mittelpunkt des Nordlichtbogens seiner Lage nach nicht dem astronomischen Norden, sondern der Richtung der Magnetnadel entspricht. Die radiale Ausströmung der Strahlen und ihre Convergenz zur Nordlichtskrone ist eine Wirkung der Perspektive, indem in Wirklichkeit die Strahlen unter einander und mit der Richtung der Inklinationsnadel oder der erdmagnetischen Kraft parallel sind. Der Mittelpunkt des Lichtbogens und der der Krone entsprechen den gegenüberliegenden Punkten der Himmelskugel, nach welchen die Pole der Inklinationsnadel gerichtet sind. Einen ferneren Beweis für die magnetische Natur des Nordlichts liefert der Umstand, dass ausgezeichnete Nordlichterscheinungen stets von starken, unregelmässigen Störungen in der Richtung und Intensität der erdmagnetischen Kraft (§ 302) begleitet sind, so wie von Störungen des elektrischen Gleichgewichts im Innern des Erdkörpers, welche sich durch elektrische Strömungen in den Telegraphenleitungen kundgeben.

Die Versuche, die Höhe zu schätzen, in welcher die Nordlichterscheinungen stattfinden, haben bisher nur unsichere Resultate ergeben, doch scheint diese Höhe mindestens 130—150 Km. zu betragen. Da das Nordlicht an der Umdrehungsbewegung unserer Erde theilnimmt, so muss es als eine der Erdatmosphäre angehörige Erscheinung betrachtet werden. Jedenfalls ist aber die Dichtigkeit der Atmosphäre in jenen hohen Schichten eine ausserordentlich geringe. (Aus der Dauer der Dämmerung wird die Höhe der äussersten Luftschichten, welche noch merkliche Mengen von Sonnenlicht zu reflektiren vermögen, auf etwa 75 Km. geschätzt). Die Erscheinungen, welche elektrische Entladungen in sehr verdünnten Gasen (vergl. § 334), unter Einwirkung magnetischer Krätte, darbieten, werden vielleicht einst eine vollständige Aufklärung des merkwürdigen Phänomens zu geben vermögen. Neuere Untersuchungen haben auf einen Zusammenhang zwischen dem Erscheinen der Polarlichter und dem Auftreten der Sonnenflecken geführt, und zwar dass die periodische Wiederkehr der Polarlichter und der magnetischen Störungen zusammenfällt mit der des Fleckenmaximums auf der Sonnenoberfläche (§ 372).

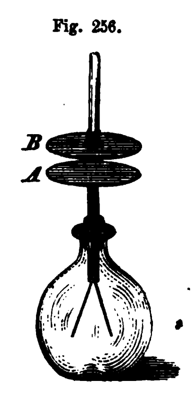
3. Berührungselektricität oder Galvanismus.

§ 304. Entwickelung von Elektricität durch Berührung. Galvani's Entdeckung. Luigi Galvani (1737—1798), Arzt in Bologna, wurde im Jahre 1786 durch Zufall auf die Entdeckung einer neuen Art von Elektricitätserregung geführt. Derselbe hatte nämlich enthäutete Froschschenkel mittelst aus Kupferdraht gebildeter Haken an einem eisernen Gitter aufgehängt und beobachtete, dass die Muskeln der Froschschenkel zuckten, so oft sie mit den Eisenstäben des Gitters in Berührung kamen. Da Galvani vorher ähnliche Zuckungen unter Einfluss von Reibungselektricität beobachtet hatte, so erkannte er die Erscheinung als eine elektrische, täuschte sich jedoch hinsichtlich der Quelle der Elektricitätsentwickelung, indem er dieselbe in einer Wechselwirkung der Muskeln und Nerven des Froschschenkels zu erkennen glaubte. Alessandro Volta (1745—1827) zeigte, dass die Berührung zweier verschiedener Metalle eine wesentliche Bedingung zum Gelingen des Versuches sei, und zeigte, dass der Froschschenkel bei Galvani's Versuch nur das Mittel zur Nachweisung der Elektricitätsentwickelung bilde, deren Ursache in der Berührung des Kupfers und Eisens zu suchen sei. Volta wies ferner nach, dass bei jeder Berührung zweier Metalle oder überhaupt zweier verschiedener Leiter der Elektricität eine Elektricitätserregung stattfinde, indem der eine Körper positive, der andere negative Elektricität erhält. Die Spannung der erregten Elektricität war jedoch eine so geringe, dass sich Volta zur Verstärkung derselben des von ihm erfundenen Condensators bedienen musste.

§ 305. Condensator, Volta's Fundamentalversuch. Die Einrichtung des Condensators beruht auf demselben Grundprincip, wie die Leydener Flasche (§ 277). Derselbe besteht aus zwei eben geschliffenen, in der Regel kreisrunden Metallplatten, welche durch eine möglichst dünne Schicht einer nichtleitenden Substanz von einander getrennt sind. In der Regel ist die untere Platte A (Fig. 256), welche die Collektorplatte genannt wird, auf einem empfindlichen Elektroskop (§ 266) befestigt. Die obere oder Condensatorplatte B kann mittelst eines isolirenden Handgriffes auf dieselbe aufgesetzt oder von ihr abgehoben werden. Beide Metallplatten sind auf den ebenen, einander zugewendeten Flächen mit einem dünnen, isolirenden Ueberzug von Schellackfirniss versehen, welcher ihre leitende Berührung hindert. Der Condensator dient zur Ansammlung

schwacher Elektricitätsmengen, indem man bei seiner Ladung ähnlich verfährt, wie bei der Leydener Flasche. Bringt man einen sehr schwach elektrisirten Körper mit der Collektorplatte *A* in Berührung, während gleichzeitig *B* mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzt wird, so wird *A* mit der zu prüfenden Elektricität geladen, während gleichzeitig auf *B* durch Influenz eine annähernd gleiche Quantität der entgegengesetzten Elektricität angesammelt wird. Durch Wiederholung dieses Vorganges kann man nach und nach auf den Platten des Condensators eine grössere Elektricitätsmenge ansammeln. So lange beide Platten vereinigt bleiben, halten sich die auf beiden angesammelten, entgegengesetzten Elektricitätsmengen, wie bei der Leydener Flasche, auf beiden Seiten der isolirenden Firnissschicht gegenseitig gebunden. Wird aber die Condensatorplatte *B* mittelst ihres isolirenden Handgriffes abgehoben, so wird die auf *A* angesammelte Elektricität frei, verbreitet sich über die Goldblättchen und bringt diese zur Divergenz. Das Vorzeichen der angesammelten Elektricität kann leicht mittelst einer angenäherten, geriebenen Glas- oder Harzstange geprüft werden.

Fig. 256.



Volta verschaffte sich nun ebene, kreisrunde Platten aus verschiedenen Metallen, welche sämmtlich mit isolirenden Handgriffen versehen waren. Wurden zwei solche Platten aus verschiedenen Metallen in Berührung gebracht, so zeigten sie sich nach der Trennung entgegengesetzt elektrisch. Da die durch einmalige Berührung beider Platten erzeugte Elektricitätsmenge zu gering war, um die Strohhalme oder Goldblättchen des Elektroskops zur Divergenz zu bringen, so wurden die durch nochmalige Berührung erzeugten Elektricitätsmengen mittelst des Condensators angesammelt und dann durch Abheben der Condensatorplatte geprüft.

Eine andere Methode, den Versuch anzustellen, besteht darin, dass man die Platten *A* und *B* des Condensators selbst aus verschiedenen Metallen, z. B. *A* aus Kupfer, *B* aus Zink, anfertigt. Bringt man dann *A* und *B* durch einen Kupferdraht in leitende Verbindung und hebt nach Entfernung des Kupferdrahtes die Platte *B* ab, so zeigt sich der Condensator geladen, und zwar die Kupferplatte mit negativer die Zinkplatte mit positiver Elektricität. Diese Versuchsmethode ist der obigen vorzuziehen, weil bei letzterer die Berührung der verschiedenartigen Metalle mit den in der Regel aus Messing gebildeten Condensatorplatten selbst wieder zu Elektricitätsentwickelung Anlass giebt.

§ 306. Gesetz der Volta'schen Spannungsreihe für Berührungselektricität. Indem Volta die Elektricitätsentwickelung bei Berührung verschiedener Metalle einer genauen Untersuchung unterwarf, wurde er zu folgenden wichtigen Gesetzen geführt:

1. Die Metalle lassen sich in eine Reihe — die Volta'sche Spannungsreihe — anordnen, welche die Eigenschaft hat, dass jedes vorhergehende Metall, mit einem folgenden berührt, positive, jedes folgende durch Berührung mit einem in der Reihe vorhergehenden negative Elektricität annimmt (vergl. § 265). Die Reihenfolge der wichtigsten Metalle ist folgende:

+ Zink, Blei, Zinn, Wismuth, Antimon, Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Platin —.

Es fällt in dieser Reihe zunächst in die Augen, dass zwischen dem elektrischen Verhalten der Metalle und ihren chemischen Eigenschaften ein eigenthümlicher Zusammenhang besteht, indem die Metalle, welche die grösste Verwandtschaft zum Sauerstoff haben, oder am leichtesten oxydirbar sind, dem positiven Ende der Reihe zunächst stehen, die schwer oxydirbaren, edlen Metalle dagegen das negative Ende bilden. In der That haben spätere Untersuchungen ergeben, dass sich die Metalle der Alkalien und alkalischen Erden (§ 20) sämmtlich noch positiver als das Zink verhalten, so dass das Kalium das äusserste, positive Ende der Spannungsreihe bildet. Andererseits können auch gewisse leitende Metalloxyde, wie Braunstein (Mangansuperoxyd), welche keiner weiteren Oxydation fähig sind, in die Spannungsreihe eingeordnet werden, und zwar zeigen sie ein stark negatives Verhalten. Dasselbe gilt von Kohle und Graphit, welche zwar bei hoher Temperatur brennbar sind, bei gewöhnlicher Temperatur aber gar keine Verwandtschaft zum Sauerstoff zeigen.

2. Zwischen je zwei in der Reihe enthaltenen Substanzen wird durch die Berührung eine bestimmte, elektrische Spannungsdifferenz erzeugt, welche lediglich von ihrer Substanz abhängt, von der Form und Grösse der Berührungsfläche aber unabhängig ist. Diese Spannungsdifferenz ist um so grösser, je weiter die Substanzen in der Reihe von einander entfernt stehen.

Am grössten ist daher unter den Schwermetallen die Spannungsdifferenz zwischen Zink und Platin.

3. Sind a, b, c drei beliebig gewählte Glieder der Spannungsreihe, so ist die Spannungsdifferenz zwischen a und c gleich der Summe der Differenzen zwischen a und b und zwischen b und c, oder wenn (a, b) die Grösse der Spannungsdifferenz der Substanzen a und b bezeichnet, so ist

$$(a, c) = (a, b) + (b, c).$$

Ist z. B. die Spannung der durch Berührung von Zink und Kupfer erzeugten Elektricität gleich 7, die Spannung zwischen Kupfer und Platin gleich 2, so ergiebt sich die Spannung zwischen Zink und Platin gleich 9.

Aus diesem Satz folgt ferner, dass wenn zwei Metalle a und c durch ein Zwischenglied b in leitende Verbindung gesetzt werden, die Spannungsdifferenz der Endglieder dieselbe ist, als ob sie einander unmittelbar berührten. Dieser wichtige Satz bleibt für eine aus beliebig vielen Gliedern der Spannungsreihe gebildete Reihenfolge gültig.

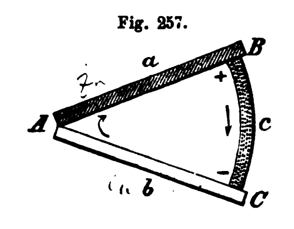
§ 307. Elektromotorische Kraft. Die Ursache, welche die Elektricitätsentwickelung bei Berührung zweier verschiedener, leitender Substanzen hervorruft und andererseits die sofortige Wiedervereinigung der getrennten Elektricitäten hindert, muss in einer besonderen Kraft gesucht werden, welche an der Berührungsstelle beider Substanzen in Wirkung tritt und elektromotorische Kraft genannt wird. Die Wirkung dieser Kraft besteht darin, zwischen beiden Substanzen eine bestimmte, elektrische Spannungsdifferenz zu erzeugen, und wenn diese auf irgend eine Weise aufgehoben wird, sie sofort wieder herzustellen.

Es werde die elektrische Differenz zweier Metalle, z. B. des Kupfers und Zinks, mit $2e$ bezeichnet. Bringt man zwei unelektrische und isolirte Platten aus beiden Metallen in Berührung, so erhält das Kupfer negative Elektricität von der Spannung $-e$, das Zink positive Elektricität von der Spannung $+e$, so dass die algebraische Differenz beider $2e$ beträgt. Würde jetzt die Kupferplatte durch Ableitung zum Erdboden unelektrisch gemacht, so dass ihre Spannung $= 0$ wäre (vergl. § 279), so würde die Zinkplatte die Elektricität $+2e$ erhalten; würde

hingegen die Zinkplatte zum Boden abgeleitet, so erhielte die mit ihr in Berührung stehende Kupferplatte durch die zwischen beiden thätige, elektromotorische Kraft die Elektricität — $2e$, so dass in jedem Fall die algebraische Spannungsdifferenz $2e$ beträgt. Wird der Kupferplatte durch irgend eine äussere Elektricitätsquelle die elektrische Spannung $+5e$ ertheilt, so müsste die Zinkplatte $+7e$ erhalten, und wenn umgekehrt der Zinkplatte die Spannung $-3e$ mitgetheilt wird, so wird durch die elektromotorische Kraft auf der Kupferplatte die Spannung $-5e$ erzeugt.

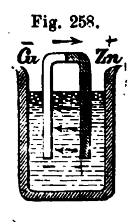
§ 308. Elektrischer Strom, galvanische Kette. Es seien AB und AC (Fig. 257) zwei Streifen aus verschiedenen Metallen a und b, welche bei A in leitender Verbindung stehen, so werden in Folge der an der Berührungsstelle wirkenden, elektromotorischen Kraft beide Metalle entgegengesetzte Elektricitäten erhalten. Es mögen nun die beiden Enden B und C durch einen dritten, nicht metallischen Leiter c verbunden sein, und es soll der Einfachheit halber angenommen werden, dass durch die Berührung von c mit a und b keine neuen elektromotorischen Kräfte hervorgerufen werden. Es werden sich dann die entgegengesetzten Elektricitäten beider Metalle durch den Leiter c hindurch zu neutraler Elektricität vereinigen, indem die $+E$ in der Richtung des Pfeiles von B nach C, die $-E$ aber in entgegengesetzter Richtung strömt. Sobald aber durch diese Vereinigung die elektrische Spannungsdifferenz beider Metalle verringert wird, tritt die elektromotorische Kraft an der Berührungsstelle A in Wirksamkeit und strebt die ursprüngliche Spannungsdifferenz wieder herzustellen (§ 307). Es findet in Folge dessen bei A eine fortdauernde Scheidung und innerhalb des Leiters c eine fortwährende Wiedervereinigung der beiden Elektricitäten statt, oder in dem aus den Leitern a, b, c gebildeten Kreise strömt die positive Elektricität fortdauernd in der Richtung der Pfeile ABC, die negative Elektricität aber in der entgegengesetzten Richtung ACB, so lange die aus den drei Leitern gebildete, galvanische Kette geschlossen bleibt. Dieser elektrische Doppelstrom hört auf, sobald entweder die Berührung bei A aufgehoben oder die Leitung zwischen B und C unterbrochen wird.

Fig. 257.



Derartige elektrische Ströme entstehen beispielsweise, so oft die Enden zweier in Berührung befindlicher Metallstreifen durch einen flüssigen nicht metallischen Leiter verbunden werden, indem man z. B. die Enden eines aus Kupfer und Zink zusammengelötheten, gebogenen Metallstreifens (Fig. 258) in ein Gefäss taucht, das mit Wasser gefüllt ist, dessen Leitungsvermögen zweckmässig durch einen Zusatz von einigen Tropfen Schwefelsäure oder Auflösung von Kochsalz erhöht wird.

Fig. 258.



Würde man die Enden der Metallstreifen AB und AC (Fig. 257) durch einen dritten, ebenfalls metallischen Leiter c verbinden, welcher in die elektrische Spannungsreihe (§ 306, 1) gehört, so könnte in dem aus den drei Metallen a, b, c gebildeten Kreise kein elektrischer Strom entstehen. Ausser der elektromotorischen Kraft bei A würden nämlich durch die Berührung der Metalle bei B und C ebenfalls elektromotorische Kräfte in Wirksamkeit treten. Denkt man sich anfänglich den Kreis, etwa bei B, unterbrochen, so würden die Metalle a und c nach § 306, 3 durch die bei A und C wirkenden, elektromotorischen Kräfte dieselbe Spannungs-

differenz erhalten, als ob sie einander unmittelbar berührten, es wäre $(a, b) + (b, c) = (a, c)$. Wird daher bei *B* die Kette geschlossen, so ist die zwischen *a* und *c* wirksame elektromotorische Kraft gerade hinreichend, um die Ausgleichung der Spannungsdifferenz zu verhindern. Die Elektricität ist also auf einem aus drei metallischen Leitern gebildeten Kreise im Gleichgewicht, und dasselbe gilt, wie leicht ersichtlich, von jeder aus beliebig vielen, metallischen Leitern gebildeten Kette. (Inwiefern dieser Satz eine Beschränkung erfährt, s. unten § 337.)

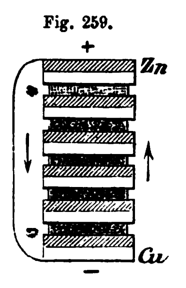
Es ist vorhin der Einfachheit wegen angenommen worden, dass durch Berührung des nichtmetallischen Leiters *c* mit *a* und *b* keine neuen elektromotorischen Kräfte erzeugt werden, sondern dass der Leiter *c* lediglich zur Ausgleichung der auf *a* und *b* angesammelten Elektricitäten dient. Es ist jedoch nach den obigen Betrachtungen klar, dass auch, wenn bei *B* und *C* neue elektromotorische Kräfte in Wirksamkeit treten, ein Strom jedesmal eintreten muss, so oft der Leiter *c* nicht in die Reihe derjenigen gehört, welche dem Gesetz der elektrischen Spannungsreihe (§ 306, 3) unterworfen sind. Dies ist aber bei allen nichtmetallischen, flüssigen Leitern der Fall. Volta nannte diese Leiter zweiter Klasse, im Gegensatz zu den in der Spannungsreihe enthaltenen Leitern erster Klasse, zu welchen alle Metalle, auch das flüssige Quecksilber, gehören. Es wird unten (§ 339 ff.) gezeigt werden, dass die Leiter zweiter Klasse die Eigenthümlichkeit besitzen, den elektrischen Strom nicht zu leiten, ohne durch denselben eine chemische Zersetzung zu erfahren.

In Wirklichkeit werden nicht nur durch die Berührungen der Metalle unter einander, sondern auch durch ihre Berührung mit Flüssigkeiten, elektromotorische Kräfte erzeugt, und zwar sind die letzteren zum Theil viel beträchtlicher als die ersteren. Im Allgemeinen verhalten sich die Metalle, den Flüssigkeiten gegenüber, elektronegativ und zwar um so stärker, je leichter sie oxydirbar sind. Auch hier sind die Metalle wegen ihres elektromotorischen Verhaltens gegen Flüssigkeiten in eine Reihe geordnet worden, welche im Besonderen für verdünnte Schwefelsäure nach Poggendorff die folgende ist: Zink, Cadmium, Eisen, Zinn, Blei, Aluminium, Nickel, Antimon, Wismuth, Kupfer, Silber, Platin.

Die elektromotorische Kraft einer aus drei Leitern gebildeten Kette findet man, indem man die an den drei Berührungsstellen wirksamen, elektromotorischen Kräfte, in einer bestimmten Richtung fortschreitend, summirt. So ist z. B. in einem aus *Zn*, *Cu* und *Ag* gebildeten Kreise $(Ag, Cu) = 18$, $(Cu, Zn) = 100$, woraus nach dem Spannungsgesetz $(Ag, Zn) = 118$, mithin $(Zn, Ag) = -118$ folgt. Die gesammte elektromotorische Kraft ist also $(Ag, Cu) + (Cu, Zn) + (Zn, Ag) = 100 + 18 - 118 = 0$. Dagegen hat man in einer Kette aus *Cu*, *Zn* und verdünnter Schwefelsäure etwa $(Cu, Zn) = 100$, $(Zn, Schw) = 260$, $(Schw, Cu) = -75$, woraus sich die Summe der elektromotorischen Kräfte in diesem Kreise $= + 285$ ergeben würde. Es würde also in einer solchen Kette ein Strom positiver Elektricität in der Richtung *Cu*, *Zn*, *Schw* und ein Strom negativer Elektricität in der entgegengesetzten Richtung circuliren.

§ 309. Volta'sche Säule; offene und geschlossene Säule. Die durch Berührung einer Kupfer- und Zinkplatte erzeugte, elektrische Spannungsdifferenz ist so gering, dass sie nur durch äusserst empfindliche Elektroskope nachgewiesen werden kann. Durch Uebereinanderschichten einer grösseren Zahl von Platten aus verschiedenen Metallen kann dieselbe nicht verstärkt werden, da (§ 306, 3) der Spannungsunterschied der ersten und letzten Platte immer nur so gross ist, als ob dieselben einander unmittelbar berührten. Volta erreichte aber eine Verstärkung der Wirkung dadurch, dass er je zwei metallische Plattenpaare durch einen nicht metallischen Leiter, z. B. durch eine mit verdünnter Schwefelsäure oder Kochsalzlösung getränkte Tuchplatte, trennte. Stellen wir uns der Einfachheit halber wieder, wie oben (§ 308), vor, dass die Flüssigkeit nur zur Leitung dient, und bezeichnen die elektrische Spannungsdifferenz (Cu, Zn) mit $2e$, so erhält, wenn die unterste Kupferplatte zum

Fig. 259.



oden abgeleitet, also unelektrisch ist, die erste Zinkplatte die elektrische pannung + $2e$; durch die darauf liegende, feuchte Tuchplatte wird diese lektricität der zweiten Kupferplatte mitgetheilt, die also ebenfalls die pannung + $2e$ erhält. Durch Berührung mit dieser Kupferplatte erhält e zweite Zinkplatte + $4e$ u. s. f. Sind überhaupt n Plattenpaare vorinden, so erhält die letzte Zinkplatte die Spannung + $2ne$, oder die pannungsdifferenz an beiden Enden der Säule ist der Anzahl er Plattenpaare proportional. Würde umgekehrt das obere Ende r Säule zum Erdboden abgeleitet, das untere isolirt, so würde man an tzterem die Spannung — $2ne$ erhalten. Wird endlich, während beide nden isolirt sind, die Mitte der Säule ableitend berührt, so zeigen beide nden oder Pole der Säule die gleichen, aber dem Vorzeichen nach entgengesetzten Spannungen + ne und — ne. — Verbindet man beide Pole r Säule durch einen leitenden Metalldraht, so findet, wie bei der einchen Kette (§ 308), durch den Draht hindurch eine fortwährende Auseichung der Spannungsdifferenz und in Folge der im Innern der Säule irksamen, elektromotorischen Kräfte eine fortwährende Wiedererzeugung rselben statt, und es circulirt in Folge dessen in der geschlossenen ule ein fortdauernder Doppelstrom positiver und negativer Elektricität entgegengesetzten Richtungen. Die Richtung des positiven Stromes in Fig. 259, wie immer, durch die Pfeile bezeichnet. Schliesst man e aus zahlreichen Plattenpaaren gebildete Säule durch den menschhen Körper, so empfindet man im Augenblick des Schliessens und s Oeffnens eine Erschütterung, ähnlich der durch den Entladungslag einer schwach geladenen Leydener Flasche erzeugten.

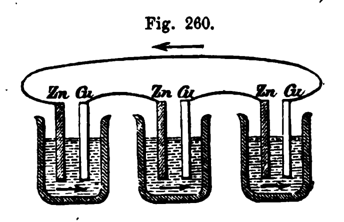
n Wirklichkeit dienen die mit Säure oder Salzlösung angefeuchteten Tuchppen in der Säule nicht nur als Leiter der Elektricität, sondern es werden durch e Berührung der Metalle mit der Flüssigkeit neue, elektromotorische Kräfte erugt, welche, wie aus den oben (§ 308) mitgetheilten Thatsachen folgt, wesentlich r Verstärkung der Wirksamkeit der Säule beitragen.

Bleibt eine frisch zusammengesetzte Volta'sche Säule während einiger Zeit schlossen, so macht sich eine ziemlich schnelle Abnahme ihrer Wirkungen berkbar, und um die ursprüngliche Wirkung wieder herzustellen, ist es erforderlich, e Säule auseinanderzunehmen und nach sorgfältiger Reinigung wieder aufzubauen. r Grund der Abnahme der Wirkung liegt in chemischen Vorgängen im Innern r Säule, welche erst später (§ 343) genauer erörtert werden können, und durch lche eine Veränderung der Oberfläche der Metallplatten herbeigeführt wird, die t dem Namen der galvanischen Polarisation bezeichnet wird.

Theils um das lästige Auseinandernehmen und Wiederaufbauen der Säule zu leichtern, theils um die Polarisation überhaupt zu vermeiden, oder doch ihren nfluss möglichst zu verringern, hat man der galvanischen Kette verschiedene dere Formen gegeben, von denen einige der wichtigsten im nächsten Paragraphen gegeben werden sollen.

§ 310. **Verschiedene Formen der galvanischen Kette.** Unter n verschiedenen Formen, welche man den galvanischen Ketten zur Erichterung ihres praktischen Gebrauches d Erzielung grösserer und andauernder irkung gegeben hat, sind zunächst die rog- und Becherapparate zu erwähnen. etztere bestehen aus einer Reihe nebennander gestellter Glasgefässe, welche mit rdünnter Schwefelsäure gefüllt sind. In des dieser Gefässe taucht eine Kupfernd eine Zinkplatte. Jede Zinkplatte ist

Fig. 260.

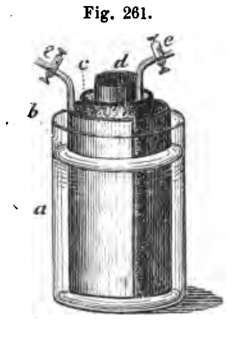


mit der Kupferplatte des benachbarten Gefässes entweder durch Löthung oder durch mittelst Klemmschrauben befestigte Drähte in metallisch leitende Verbindung gesetzt. Je zwei so verbundene Metallplatten entsprechen einem Plattenpaar der Volta'schen Säule, während die in den Gefässen enthaltene Flüssigkeit die Stelle der feuchten Tuchlappen vertritt. Der positive Strom geht hier, wie bei allen folgenden Ketten, vom Zink durch die Flüssigkeit zum Kupfer oder überhaupt zum negativen Metall, im Schliessungsdraht der Kette dagegen strömt dieselbe vom Kupfer zum Zink zurück. — Bei dem Trogapparat sind die Glasgefässe durch einen rechteckigen Holztrog ersetzt, welcher durch parallele Scheidewände in Zellen getheilt ist, die ausgepicht und mit Säure gefüllt werden. Die Plattenpaare werden dann zweckmässig an einem über dem Trog angebrachten Querstab so befestigt, dass alle gleichzeitig aus der Flüssigkeit gehoben oder in dieselbe hinabgesenkt werden können. Zu manchen Versuchen werden zweckmässig Platten von sehr grosser Oberfläche angewendet (vergl. § 318). Um nicht zu grosse Gefässe anwenden zu müssen, kann man ein solches Plattenpaar spiralförmig zusammenwinden, wobei die metallische Berührung der Platten durch zwischengelegte Tuchstreifen verhindert wird. Man kann so ein Plattenpaar von mehr als einem Quadratmeter Oberfläche in ein cylindrisches Gefäss von mässiger Grösse bringen — sogenannte Hare'sche Spirale.

Sehr praktisch zum Gebrauch in Laboratorien sind die sogenannten Flaschenelemente, die im Wesentlichen aus Zink und Kohle bestehen, welche sich in eine Lösung von doppelt-chromsaurem Kali tauchen lassen.

§ 311. Constante Ketten. Die bisher erwähnten Ketten haben den gemeinsamen Uebelstand, dass ihre Wirksamkeit in Folge der bereits oben (§ 309) erwähnten Polarisation schnell abnimmt und auf einen kleinen Bruchtheil ihrer ursprünglichen Stärke herabsinkt. Dieser Uebelstand wird vermieden bei den sogenannten constanten Ketten, deren äusserliches Merkmal darin besteht, dass dieselben aus zwei Metallen und zwei verschiedenen Flüssigkeiten zusammengesetzt sind. Inwiefern es durch diese Combination möglich wird, die Polarisation zu vermeiden oder wenigstens ihren Einfluss zum grössten Theil zu beseitigen, kann erst unten (§ 344) erläutert werden. Die wichtigsten Formen der constanten Kette sind folgende:

Fig. 261.



1. Die Daniell'sche Kette — Kupfer in gesättigter Kupfervitriollösung und Zink in verdünnter Schwefelsäure. In dem Glasgefäss *a* (Fig. 261) steht der oben und unten offene Zinkcylinder *b*, in diesem die becherförmige, aus porösem, schwach gebranntem Thon gebildete Zelle *c*, welche in sich den Kupferblechcylinder *d* aufnimmt. Der Raum innerhalb der Thonzelle wird mit einer gesättigten Lösung von Kupfervitriol, der äussere, das Zink enthaltende Raum mit verdünnter Schwefelsäure (1 Th. engl. Schwefelsäure auf 10 Th. Wasser) gefüllt.

Die Klemmschrauben *e* dienen zur Verbindung mit den benachbarten Elementen der Säule oder mit dem Schliessungsdraht. Die Kupfervitriollösung, welche sich durch die Wirkung des Stromes allmählich zersetzt (§ 341), muss stets concentrirt erhalten werden. Es ist deshalb zweckmässig, einen Ueberschuss ungelösten Salzes

in die Zelle zu bringen. Die Zinkcylinder werden vor der schnellen, auflösenden Einwirkung der Schwefelsäure zweckmässig dadurch geschützt, dass man sie amalgamirt, d. h. ihre Oberfläche mit einer anhaftenden Quecksilberschicht versieht. Nachdem der Zinkcylinder in verdünnte Säure getaucht worden ist, breitet sich das Quecksilber mit grosser Leichtigkeit in einer dünnen Schicht auf seiner Oberfläche aus, welche durch Bürsten gleichmässig vertheilt werden kann.

2. Die Grove'sche Kette — Platin in concentrirter Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Dieselbe gleicht in ihrer Einrichtung völlig der Daniell'schen Kette, nur ist das Kupfer durch das negativere Platin, die Kupfervitriollösung durch Salpetersäure ersetzt.

Die Grove'sche Kette hat vor der Daniell'schen den Vorzug einer grösseren elektromotorischen Kraft, während letztere sich durch eine constantere Stromstärke auszeichnet.

3. Die Bunsen'sche Kette — Kohle in concentrirter Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure.

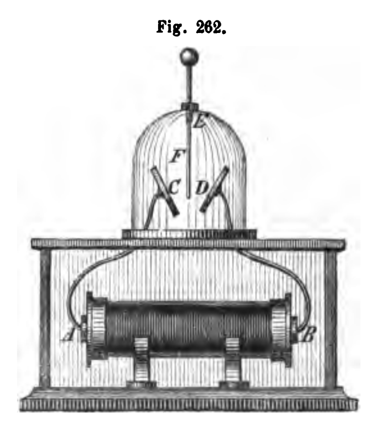
Dieselbe unterscheidet sich von der Grove'schen nur dadurch, dass das theure Platin durch ein weit wohlfeileres Material, die Kohle, ersetzt ist, welche sich fast ebenso negativ verhält, wie Platin (s. oben § 306). Nicht alle Arten von Kohle sind leitend und deshalb zur Verwendung in der Kette geeignet. Am besten eignet sich der Graphit oder die bei der Leuchtgasbereitung an den Wänden der thönernen Retorten sich absetzende, sogenannte Gaskohle.

Die constanten Ketten sind von Becquerel erfunden worden, dessen Kette von der Daniell'schen nur dadurch verschieden war, dass er einen Beutel aus thierischer Blase an Stelle der porösen Thonzelle anwendete. — In neuerer Zeit sind mannigfaltige, besonders für technische Zwecke — Telegraphie, Galvanoplastik u. s. w. — geeignete Formen der Kette in Anwendung gekommen, unter denen namentlich die von Meidinger angegebene, verbesserte Form der Daniell'schen Kette Erwähnung verdient, welche einen sehr lange Zeit hindurch annähernd constanten Strom liefert und nur selten eine Erneuerung der Flüssigkeiten erfordert.

An Stelle des Platins oder der Kohle kann als negatives Metall, nach dem Vorschlag von Hawkins, Gusseisen verwendet werden. Das Eisen hat nämlich die Eigenschaft, in Berührung mit concentrirter Salpetersäure in den sogenannten passiven Zustand überzugehen, in welchem es von der Säure nicht gelöst wird und sich wie ein stark negatives Metall verhält. Diese Eigenschaft beruht darauf, dass sich das Eisen durch Einwirkung der Säure mit einer fest anhaftenden, unlöslichen Schicht von Eisenoxyd überzieht, welches nicht weiter oxydirbar ist und deshalb ein elektronegatives Verhalten zeigt (vergl. § 344).

§ 312. Trockene, Zamboni'sche Säule. Säulenelektroskop. Man hat sich bestrebt, wegen der Unbequemlichkeiten, welche die Anwendung der Flüssigkeiten in der Volta'schen Säule mit sich bringt, dieselben ganz zu vermeiden und durch trockene Leiter zu ersetzen. Zamboni wendete zu diesem Zweck kreisrunde Blättchen aus unechtem Gold- und Silberpapier an. Je zwei solcher Blättchen wurden mit den metallischen — mit Tombak und Zinn überzogenen — Flächen auf einander gelegt. Aus einigen Tausenden solcher Paare wurde eine Säule aufgeschichtet, in welcher das Papier die Stelle des feuchten Leiters vertrat. Die ganze Säule wurde dann durch Seidenschnüre möglichst fest zusammengepresst, zum Schutz gegen die atmosphärische Feuchtigkeit äusserlich mit Firniss überzogen und in eine beiderseits mit Metallkappen versehene Glasröhre eingeschlossen. Eine solche Säule ist wegen des geringen Leitungsvermögens des Papiers, welches dasselbe nur der darin enthaltenen, hygroskopischen Feuchtigkeit verdankt, zur Erzeugung elektrischer Ströme

Fig. 262.



nicht geeignet. Dagegen können die Spannungserscheinungen an den Polen der offenen Säule mittelst des Elektroskops leicht nachgewiesen werden. Eine besondere Anwendung hat dasselbe bei der Construktion des von Behrens angegebenen, später von Bohnenberger, Fechner u. A. verbesserten Säulenelektroskops erfahren. In einem hölzernen, zweckmässig mit Glasscheiben versehenen Kasten liegt die Zamboni'sche Säule *AB* (Fig. 262), deren beide Pole isolirt sind und durch Metalldrähte mit den Messingplatten *C*, *D* in Verbindung stehen. Von dem mit dem Knopf des Elektroskops verbundenen Metalldraht *E* hängt das Goldblattstreifchen *F* herab, welches zwischen den Polplatten *C*, *D* schwebt. Wird dem Elektroskop ein elektrischer Körper genähert, so wird das Goldblättchen vom positiven oder negativen Pol angezogen, je nachdem der Körper negative oder positive Elektricität besitzt.

§ 313. Uebersicht der Wirkungen des elektrischen Stromes.

1. Wärme- und Lichterscheinungen. Verbindet man die Pole einer aus einem oder mehreren Elementen gebildeten, galvanischen Kette durch einen Metalldraht, so wird dieser durch den elektrischen Strom erwärmt. Wenn der Draht dünn und die Kette kräftig genug ist, so kann die Erwärmung bis zum Glühen und Schmelzen des Drahtes gesteigert werden (§ 335).

Im Augenblick, wo die metallische Leitung an einer Stelle unterbrochen und dadurch der Schliessungskreis der Kette geöffnet wird, zeigt sich an der Unterbrechungsstelle ein Oeffnungsfunke (§ 336).

2. Chemische Wirkungen. Taucht man zwei mit den Polen einer aus mehreren Elementen gebildeten Kette verbundene Platindrähte in ein Gefäss mit verdünnter Schwefelsäure, so findet an beiden Poldrähten eine Gasentwickelung statt. Die nähere Untersuchung lehrt, dass an dem positiven Poldraht Sauerstoffgas, am negativen Wasserstoffgas abgeschieden wird, und zwar stehen die Mengen der beiden abgeschiedenen Gase in demselben Verhältniss, in welchem sie im Wasser chemisch vereinigt sind (1 Vol. O und 2 Vol. H). Aehnliche chemische Einwirkungen erfahren alle anderen flüssigen, chemischen Verbindungen, welche den Strom zu leiten im Stande sind und welche oben (§ 308) als Leiter zweiter Klasse bezeichnet wurden (§§ 339—344).

3. Magnetische Wirkungen. Eine in der Nähe des Schliessungsdrahtes einer galvanischen Kette aufgehängte Magnetnadel wird durch die Wirkung des Stromes von ihrer ursprünglichen Richtung in der Weise abgelenkt, dass sie sich senkrecht zur Richtung des Stromes zu stellen strebt (§§ 314—317).

Umgiebt man einen Stab von weichem Eisen mit einer Drahtspirale, deren Windungen durch einen Ueberzug von Seide von einander isolirt sind, so wird der Eisenstab in einen kräftigen Magnet verwandelt, wenn man durch die Windungen der Drahtspirale einen galvanischen Strom leitet. Derselbe verliert seinen Magnetismus wieder bei Unterbrechung des Stromes. — Elektromagnetismus (§§ 321—329).

4. Induktionswirkungen. Im Augenblick des Entstehens oder Verschwindens eines elektrischen Stromes werden in benachbarten geschlossenen Stromleitern ebenfalls elektrische Ströme erzeugt, welche als Induktionsströme bezeichnet werden. Aehnliche Induktionsströme werden hervorgerufen, indem einem geschlossenen Stromleiter ein Magnetstab angenähert oder von ihm entfernt wird (§§ 330—334).

5. Physiologische Wirkungen. Die galvanischen Ströme üben auf den menschlichen und thierischen Organismus Wirkungen aus, welche den durch Reibungselektricität erzeugten im Allgemeinen analog sind, und welche namentlich im Augenblick des Entstehens und Verschwindens eines elektrischen Stromes hervortreten. Besonders sind die Induktionsströme zur Erzeugung kräftiger, physiologischer Wirkungen geeignet (§§ 334, 345).

A. Magnetische Wirkungen des elektrischen Stromes.

§ 314. Wir beginnen mit der näheren Betrachtung der magnetischen Wirkungen des Stromes, weil dieselben das beste Hilfsmittel zur Messung der Stromstärke und zur Untersuchung der Gesetze, welchen die Entstehung elektrischer Ströme unterworfen ist, darbieten.

a. Ablenkung der Magnetnadel durch den elektrischen Strom. Messung und allgemeine Gesetze der Stromstärke.

§ 315. Ablenkung der Magnetnadel; Oersted's Versuch; Ampère'sche Regel. Die Ablenkung der Magnetnadel durch den galvanischen Strom wurde i. J. 1820 von Oersted (1777—1851) zu Kopenhagen entdeckt. Ueber einen horizontal und in der Richtung des magnetischen Meridians ausgespannten Kupferdraht $A\ B$ (Fig. 263) sei eine Magnetnadel an einem Seidenfaden horizontal schwebend aufgehängt. Durch den Einfluss des Erdmagnetismus wird dieselbe dem Drahte parallel gerichtet. Wird jetzt durch den Draht AB ein elektrischer Strom geleitet, so dass der positive Strom in der Richtung der Pfeile von N nach S fliesst, so beobachtet man, dass die Magnetnadel aus ihrer Ruhelage abweicht und zwar so, dass das Nordende der Nadel nach Westen in der Figur nach rechts, das Südende nach Osten links, abgelenkt wird. Wird die Richtung des Stromes umgekehrt, so erfolgt die Ablenkung der Nadel im entgegengesetzten Sinne. Ist der Strom stark genug, so stellt sich die Nadel senkrecht zur Richtung des Drahtes, bei geringerer Stromstärke oder bei grösserer Entfernung vom Draht nimmt dieselbe eine mittlere, unter einem mehr oder minder grossen, spitzen Winkel gegen den Draht geneigte Lage an. Wird die Nadel nicht über, sondern unter dem Draht aufgehängt, so weicht bei der durch die Pfeile bezeichneten Stromrichtung der Nordpol nach Osten (links), der Südpol nach Westen (rechts) ab. Wird die Nadel in gleicher Höhe mit dem Draht auf der Ostseite aufgehängt, so erfährt das Nordende eine Ablenkung nach oben, auf der Westseite des Drahtes nach unten. Durch Wechsel der Stromesrichtung geht in jedem Fall die Ablenkung in die entgegengesetzte über. Ampère hat folgende, leicht zu merkende Regel angegeben, durch welche in jedem Fall die Richtung der Ablenkung bestimmt wird: Man denke sich selbst in den Strom versetzt, so dass der positive Strom bei den Füssen eintritt und am Kopfe austritt, das Gesicht sei dem Nordende der Magnetnadel zuge-

Fig. 263.

wendet, so wird dieses jederzeit nach der linken Seite des Beobachters abgelenkt.

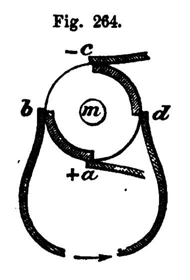


Fig. 264.

Zum schnellen und bequemen Wechsel der Stromesrichtung im Schliessungskreise einer galvanischen Kette bedient man sich des sogenannten **Stromwenders** oder **Commutators**. Von den mannigfaltigen Formen, welche man diesem gegeben hat, soll hier nur eine der einfachsten erwähnt werden; *abcd* (Fig. 264) stellt den Querschnitt eines aus nichtleitender Substanz gebildeten Cylinders vor, der um seine Axe *m* gedreht werden kann. In die Oberfläche desselben sind die leitenden Metallstreifen *ab* und *cd* eingelegt. Bei *a*, *b*, *c* und *d* schleifen auf der Oberfläche der Walze vier elastische Federn aus gehärtetem Messingblech, von denen zwei gegenüberstehende, *a* und *c*, mit den Polen der Kette, die beiden anderen aber mit dem Schliessungsbogen verbunden sind. Bei der gezeichneten Stellung der Walze steht *b* mit *a*, *d* mit *c* in leitender Verbindung und der positive Strom durchläuft den Schliessungsbogen in der Richtung des Pfeiles. Wird die Walze um 90° um ihre Axe gedreht, so werden die Verbindungen aufgehoben, dagegen tritt *d* mit *a* und *c* mit *b* in leitende Verbindung, der Strom circulirt daher im Schliessungsbogen in umgekehrter Richtung.

Eine wichtige Bemerkung über die **Richtung** der von einem elektrischen Strom auf einen Magnetpol ausgeübten Kraft mag hier Platz finden. Alle Kräfte, deren Wirkungen bisher erläutert worden sind, zerfallen in **Anziehungs- und Abstossungskräfte**, welche die auf einander wirkenden Körper in der Richtung der Verbindungslinie einander zu nähern oder von einander zu entfernen streben — so z. B. die allgemeine Massenanziehung oder Gravitation, die zwischen elektrischen Körpern oder Magnetpolen wirkenden Anziehungs- und Abstossungskräfte. Die Wirkung dagegen, welche ein geradliniger, von einem elektrischen Strom durchflossener Leitungsdraht *AB* (Fig. 265) auf einen in *C* befindlichen Magnetpol ausübt, ist weder eine anziehende, noch eine abstossende. Dieselbe steht senkrecht zu den von *C* nach den Punkten der Geraden *AB* gezogenen Verbindungslinien oder ihre **Richtung ist senkrecht auf der durch den geradlinigen Stromleiter** *AB* **und den Magnetpol** *C* **gelegten Ebene**. Könnte man die beiden Pole einer Magnetnadel von einander trennen, so würden beide den Draht in immer gleicher Entfernung (abgesehen vom Beharrungsvermögen) zu **umkreisen** streben. Auf welche Weise man dazu gelangt, solche Kreisbewegungen der Magnetpole um Stromleiter wirklich hervorzubringen, wird unten (§ 327) erläutert werden.

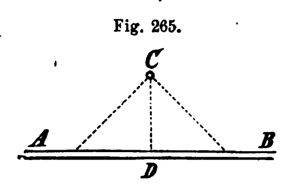


Fig. 265.

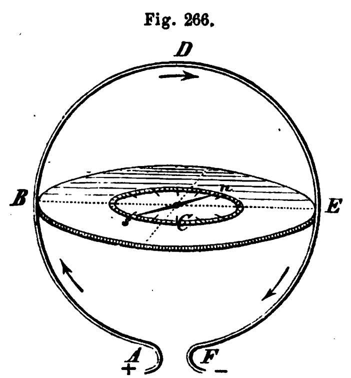


Fig. 266.

§ 316. **Tangentenboussole.** Auf der ablenkenden Wirkung, welche der elektrische Strom auf die Magnetnadel ausübt, beruht der Gebrauch eines der wichtigsten Instrumente zur Messung der **Stärke** oder **Intensität** elektrischer Ströme, der **Tangentenboussole**. Ein **kreisförmig** gebogener Metalldraht *ABDEF* (Fig. 266) sei so aufgestellt, dass die Ebene des Kreises vertikal ist und mit der Ebene des magnetischen Meridians (§ 299) zusammenfällt. Die von einander isolirten Drahtenden *A* und *F* können mit den Polen einer galvanischen Kette in Verbindung gesetzt werden. Inmitten des

Drahtkreises schwebt die in horizontaler Richtung frei drehbare Magnetnadel sn, deren Axe in ihrer Ruhelage in der Ebene des magnetischen Meridians, also in der Ebene des Drahtkreises, liegt. Ein durch den Draht geleiteter Strom wirkt ablenkend auf die Nadel, und zwar ist, wenn man sie sich nach der Ampère'schen Regel (§ 315) im Strom herumschwimmend denkt, leicht ersichtlich, dass alle Theile des Kreisstromes in gleichem Sinne ablenkend wirken. Der Winkel, um welchen die Magnetnadel aus ihrer Ruhelage abgelenkt wird, kann an einer unter derselben angebrachten Gradeintheilung abgelesen werden. Derselbe wächst mit der Stromstärke und kann daher dazu dienen, die Stärke verschiedener Ströme, welche nach einander durch den Kreisdraht geleitet werden, zu vergleichen oder die Stromintensitäten zu messen. Zu diesem Zweck ist es erforderlich, das Gesetz zu kennen, nach welchem die Grösse des Ablenkungswinkels von der Stärke des elektrischen Stromes abhängt: Die Stromstärke ist, wie durch einfache Betrachtungen gezeigt werden kann, der trigonometrischen Tangente des Ablenkungswinkels proportional. Von diesem Umstande hat das wichtige Messinstrument den Namen der Tangentenboussole erhalten.

Ein elektrischer Strom besitzt um so grössere Stärke oder Intensität, je grösser die Elektricitätsmenge ist, welche in einer bestimmten Zeit, z. B. in einer Sekunde, durch den Leitungsdraht fliesst. Ein Strom ist 2, 3 ... n mal so stark als der andere, wenn diese Elektricitätsmenge 2, 3 ... n mal so gross ist. Man wird annehmen dürfen, dass die ablenkenden Kräfte, welche zwei verschiedene Ströme auf einen in der Nähe befindlichen Magnetpol ausüben, unter übrigens gleichen Umständen in demselben Verhältniss stehen, wie die Stromintensitäten, oder wenn diese Kräfte mit S_1 und S_2, die Stromintensitäten mit i_1 und i_2 bezeichnet werden, so wird $S_1 : S_2 = i_1 : i_2$ sein.

Es stelle nun AB (Fig. 267) den Horizontaldurchschnitt der Ebene des Stromkreises einer Tangentenboussole vor und DE sei die Richtung der um C drehbaren Magnetnadel in ihrer durch den Strom abgelenkten Lage. Die Nadel kann als ein um C drehbarer Hebel betrachtet werden, welcher sich unter Einfluss zweier Kräftepaare im Gleichgewicht befindet, die denselben in entgegengesetzter Richtung zu drehen streben. Die ablenkende Kraft des Stromes steht senkrecht auf der Ebene des Stromkreises AB und strebt die Nadel in die Richtung von Ost nach West zu stellen, während die richtende Wirkung des Erdmagnetismus dieselbe in die Ebene des Stromkreises zurückzuführen strebt. Wir betrachten zunächst die auf den Nordpol D der Nadel wirkenden Kräfte. Es stelle $DG = T$ die richtende Kraft des Erdmagnetismus, $DF = S$ die ablenkende Kraft des Stromes vor. Die gemeinschaftliche Wirkung beider kann durch die Resultirende DK ersetzt werden. Ebenso stellt EL die Resultirende der auf den Südpol wirkenden Kräfte dar, welche der Resultirenden DK der Grösse nach gleich, der Richtung nach parallel und entgegengesetzt ist. Damit der Hebel unter der Einwirkung des von beiden Resultirenden gebildeten Kräftepaares (§ 50) im Gleichgewicht sei, ist erforderlich, dass das Moment des Paares gleich Null sei was nur möglich ist, wenn die Richtungen beider Kräfte mit der der magnetischen Axe der Nadel DE in eine gerade Linie fallen. Ist $\alpha = ACD$ der Ablenkungswinkel der Nadel, so ist im Dreieck GDK Winkel $GDK = \alpha$, mithin $S = T \operatorname{tang} \alpha$. Leitet man nach einander zwei Ströme durch den Kreisdraht der Tangentenboussole, deren Intensitäten i_1 und i_2, und deren ablenkende Kräfte S_1 und S_2 sind, so ist, da T denselben Werth behält:

Fig. 267.

A, G, K, F, D, C, E, L, B

$$i_1 : i_2 = S_1 : S_2 = \operatorname{tang} \alpha_1 : \operatorname{tang} \alpha_2,$$

oder die Intensitäten beider Ströme sind, wie oben behauptet wurde, den trigonometrischen Tangenten der Ablenkungswinkel proportional.

Bezeichnet man mit a die Intensität desjenigen Stromes, welcher eine Ablenkung von 45° hervorbringt, so hat man für einen beliebigen anderen Strom

$$i : a = \text{tang}\ \alpha : \text{tang}\ 45^0,$$

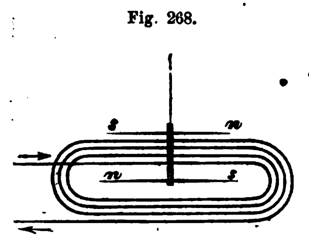
oder, da tang $45^0 = 1$ ist,

$$i = a.\ \text{tang}\ \alpha.$$

Bei obiger Entwickelung ist vorausgesetzt worden, dass die ablenkende Kraft S der Stromstärke i proportional sei. Dies ist jedoch, streng genommen, nur dann der Fall, wenn die Lage des Magnetpols gegen den Stromkreis in beiden Fällen dieselbe ist, während sich in Wirklichkeit die Entfernung der Pole von den einzelnen Theilen des Stromkreises mit der Grösse des Ablenkungswinkels ändert. Der Einfluss dieses Umstandes kann jedoch ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden, wenn die Länge der Nadel nicht mehr als etwa den sechsten Theil vom Durchmesser des Stromkreises beträgt.

§ 317. Multiplikator, Galvanometer. Zur Wahrnehmung und Messung sehr schwacher elektrischer Ströme dient der von Schweigger und Poggendorff erfundene Multiplikator. Man verstärkt nämlich die Wirkung des Stromes auf die Magnetnadel dadurch, dass man denselben nicht nur in einfachem Umkreise, sondern in zahlreichen Windungen um die Magnetnadel laufen lässt und diese der Nadel möglichst nahe bringt. Der Leitungsdraht wird zu diesem Zweck in mehr oder minder zahlreichen Windungen um ein rechteckiges Holzrähmchen gewunden, in dessen Innerem die Nadel schwebt (Fig. 268). Damit der Strom den Draht der ganzen Länge nach durchlaufe und nicht von einer Windung unmittelbar zur benachbarten übergehen könne, müssen die Drahtwindungen durch Umspinnung mit Seide von einander isolirt sein. Die Empfindlichkeit des Apparates wurde noch beträchtlich erhöht, seitdem Nobili an Stelle der einfachen Magnetnadel eine sogenannte astatische Nadel zur Anwendung brachte. Dieselbe besteht aus einem System von zwei mit einander fest verbundenen Magnetnadeln mit parallelen Axen, deren Pole nach entgegengesetzten Richtungen gekehrt sind. Sind beide Nadeln gleich stark magnetisirt, so wird dadurch die richtende Wirkung des Erdmagnetismus auf das Nadelsystem aufgehoben. Die Wirkungen des Stromes auf beide Nadeln dagegen verstärken einander, wenn das System so aufgehängt ist, dass, wie in Fig. 268 angedeutet, die untere Nadel im Inneren des Drahtgewindes, die obere dagegen über demselben schwebt.

Fig. 268.



Das Gesetz, nach welchem der Ablenkungswinkel der Magnetnadel mit wachsender Stromstärke zunimmt, ist beim Galvanometer complicirter, als bei der Tangentenboussole, und muss für jedes Instrument durch besondere Versuche ermittelt werden. Bei Ablenkungen von wenigen Graden darf man die Stromstärke dem Ablenkungswinkel proportional annehmen, dann aber wächst die Ablenkung in geringerem Verhältniss als die Stromstärke. Man hat Multiplikatoren von 30—40,000 Windungen construirt. — In neuerer Zeit sind für genauer messende Versuche die Spiegelgalvanometer in Anwendung gekommen, deren Gebrauch auf der von Poggendorff angegebenen Spiegelablesung (§ 302) beruht. Im Innern des Multiplikatorgewindes ist dabei ein magnetisirter Stahlspiegel aufgehängt, in welchem man mittelst eines in geeigneter Entfernung aufgestellten Fernrohrs das Spiegelbild einer in Millimeter getheilten Skala beobachtet.

§ 318. Gesetze der Stromstärke. Ohm'sches Gesetz. Die Tangentenboussole kann dazu dienen, die Gesetze, von welchen die Intensität elektrischer Ströme abhängt, zu ermitteln. Schaltet man in den

Schliessungsbogen der galvanischen Kette eine Tangentenboussole ein, so ist die Ablenkung der Magnetnadel einerseits von der Beschaffenheit der Kette selbst, nämlich von der Art und Anzahl ihrer Elemente, andererseits von der Beschaffenheit des Schliessungsbogens abhängig. Je länger und dünner nämlich der Schliessungsdraht gewählt wird, desto kleiner wird die Ablenkung der Magnetnadel, woraus man schliessen muss, dass der elektrische Strom bei seinem Durchgang durch den Draht einen Widerstand zu überwinden hat, welcher mit der Länge des Drahtes wächst und um so grösser ist, je geringer der Querschnitt des Drahtes. Ohm hat das Gesetz aufgestellt, dass die Stromintensität der Summe aller in der Kette wirksamen, elektromotorischen Kräfte direkt, der Summe aller Leitungswiderstände aber umgekehrt proportional ist. Wird die Stromintensität mit J, die elektromotorische Kraft der Kette mit E, der Gesammtwiderstand mit W bezeichnet, so wird das Gesetz durch die Formel ausgedrückt

$$1. \qquad J = \frac{E}{W}.$$

Die elektromotorische Kraft jedes einzelnen Elementes einer zusammengesetzten Kette hängt, wie oben (§ 308) erläutert, sowohl von der Stellung der zu der Kette verwendeten Metalle in der elektrischen Spannungsreihe, als von der Beschaffenheit der Flüssigkeiten der Kette ab. Besteht die Kette aus n gleichen Elementen, deren jedes die elektromotorische Kraft e besitzt, so ist die gesammte elektromotorische Kraft $E = n e$.

Der Leitungswiderstand rührt theils von dem Schliessungsbogen, theils von den Elementen der Kette selbst her. Der Widerstand in der Kette heisst der innere oder wesentliche, der Widerstand im Schliessungsbogen der äussere oder ausserwesentliche Widerstand. Wird der innere Widerstand eines Elementes der Kette mit w, der Widerstand des Schliessungsbogens mit L bezeichnet, und besteht die Kette aus n Elementen, so geht die obige Formel für die Stromstärke über in

$$2. \qquad J = \frac{n e}{n w + L} \quad \text{oder auch} \quad 3. \quad J = \frac{e}{w + \frac{1}{n} L}.$$

Von dem Widerstand der Theile des Schliessungsbogens wird unten (§ 319) ausführlicher die Rede sein. Der innere Widerstand der Kette rührt hauptsächlich von den flüssigen Leitern derselben her, welche, wie unten (§ 320) gezeigt wird, ein sehr viel geringeres Leitungsvermögen besitzen als die Metalle. Durch Vergrösserung der Oberfläche der in die Flüssigkeit eingetauchten Metallplatten wird der Querschnitt der vom Strom durchflossenen Flüssigkeitssäule vergrössert und dadurch der wesentliche Widerstand in demselben Verhältniss vermindert.

Um bei gegebenem Widerstand des Schliessungsbogens L die Stromstärke J zu vergrössern, stehen, wie aus der Betrachtung der Formeln 2) und 3) hervorgeht, zwei verschiedene Mittel zu Gebote, nämlich entweder durch Vermehrung der Anzahl der Elemente die elektromotorische Kraft der Kette zu vergrössern, oder durch Vergrösserung der Plattenoberfläche den wesentlichen Widerstand der Kette zu vermindern. Aus der Betrachtung der Formeln ergiebt sich auch, welches von beiden Mitteln in jedem Fall das zweckmässigere ist. Ist nämlich der äussere Widerstand L sehr gross, wie z. B. bei Telegraphenleitungen, so dass in Formel 2) das Glied $n w$ gegen L verschwindet, so würde die Verminderung des inneren Widerstandes geringen Nutzen gewähren, dagegen würde durch Vermehrung der Anzahl der Elemente die Stromstärke in demselben Verhältniss vermehrt werden. Man wendet also bei Telegraphenleitungen möglichst zahlreiche Elemente mit mässiger Oberfläche der Platten an. — Ist umgekehrt der äussere Widerstand L so klein, dass er gegen den inneren Widerstand der Kette verschwindet, wie z. B., wenn ein kurzer Metalldraht zum Glühen oder Schmelzen

gebracht werden soll, so würde eine vermehrte Anzahl der Elemente keinen wesentlichen Nutzen gewähren, indem die Stromstärke dadurch nie über das Maximum $\frac{e}{w}$ gesteigert werden kann (Formel 3). Dagegen wird die Stromstärke nahe in demselben Verhältniss wachsen, in welchem der Widerstand w der einzelnen Elemente vermindert, also ihre Plattenoberfläche vergrössert wird. Man wendet also in diesem Fall wenige Elemente mit sehr grosser Plattenoberfläche an (Hare's Spirale § 310).

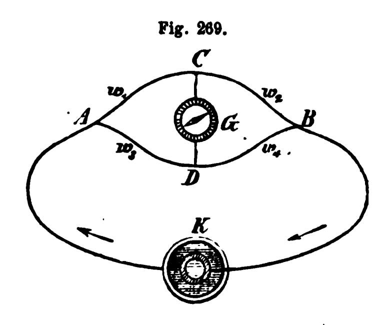
Mehrere einzelne Elemente können entweder, wie in § 310 angegeben, hinter einander geschaltet werden, indem man das negative Metall jedes Elementes mit dem positiven des folgenden verbindet, oder man kann dieselben parallel schalten, indem sämmtliche positive (Zink-) Platten unter sich und sämmtliche negative (Kupfer-) Platten unter sich in leitende Verbindung gesetzt werden. Im letzteren Fall wirken alle verbundenen Elemente zusammen wie ein einziges Element mit n mal vergrösserter Plattenoberfläche, also mit n mal kleinerem innerem Widerstand, während im ersten Fall sowohl die elektromotorische Kraft als der innere Widerstand n mal grösser ist, als bei einem einzelnen Element. — Zwölf Elemente können auf mannigfaltige Weise, z. B. zu 12×1, zu 6×2, zu 4×3, zu 3×4 u. s. w. gruppirt werden. Es lässt sich erweisen, dass man bei gegebener Gesammtoberfläche der Platten und gegebenem Widerstand des Schliessungsbogens die möglichst grosse Stromstärke erhält, indem man die Elemente so mit einander verbindet, dass der gesammte innere Widerstand der Kette gleich ist dem gesammten äusseren Widerstand des Schliessungsbogens.

§ 319. Leitungswiderstand der Metalle. Der Schliessungsbogen der Kette ist in der Regel aus mehreren auf einander folgenden metallischen oder auch flüssigen Leitern von verschiedener Beschaffenheit zusammengesetzt. Der gesammte äussere Widerstand ist dann gleich der Summe der Widerstände seiner Bestandtheile. Der Leitungswiderstand eines Metalldrahtes ist seiner Länge direkt, seinem Querschnitt aber umgekehrt proportional. Ausserdem aber ist derselbe von der Beschaffenheit des Metalles abhängig, indem sich die verschiedenen Metalle durch ihr specifisches Leitungsvermögen unterscheiden. Schaltet man z. B. in den Schliessungsbogen derselben Kette nach einander gleich lange und gleich dicke Drähte aus Silber, Eisen und Platin ein, so bewirkt der Silberdraht die geringste, der Platindraht aber die grösste Verminderung der Stromstärke, woraus folgt, dass Silber ein grösseres Leitungsvermögen als Eisen und dieses ein grösseres als Platin besitzt.

Um die Leitungswiderstände verschiedener Drähte zu vergleichen und das specifische Leitungsvermögen der Metalle zu bestimmen, kann man sich folgender Methode bedienen: Man schaltet in den Schliessungsbogen einer Kette eine Tangentenboussole und ausserdem den Draht ein, dessen Leitungswiderstand gemessen werden soll, und beobachtet den Ablenkungswinkel. Nachdem man sodann den zu messenden Widerstand aus dem Schliessungsbogen entfernt hat, ersetzt man denselben durch einen Neusilber- oder Platindraht, dessen Länge beliebig abgeändert werden kann. Man regulirt nun diese Länge so, dass die Ablenkung wieder ebenso gross ist, wie im ersten Falle. Der Widerstand des Drahtes, dessen Leitungsvermögen bestimmt werden soll, ist dann gleich dem des Platindrahtes, durch welchen er ersetzt wird, und die Länge des eingeschalteten Platindrahtes giebt ein Mass für den Widerstand. Um die Länge des zur Vergleichung dienenden Platin- oder Neusilberdrahtes leicht abändern und messen zu können, dient der Rheostat von Wheatstone. Der zur Vergleichung dienende Draht ist in einer Schraubenlinie um eine nichtleitende Walze aus Marmor oder gefirnisstem Holz gewunden, welche um ihre Axe gedreht werden kann. An derselben befindet sich eine Vorrichtung, durch welche bei jeder Umdrehung der Walze eine Windung des Schraubendrahtes in den Stromkreis eingeschaltet oder aus demselben herausgenommen wird. Am

Umfang der Walze ist eine Theilung angebracht, an welcher noch die Hundertel einer Umdrehung abgesehen werden können. Sind z. B., um die Widerstände zweier Metalldrähte zu ersetzen, beziehungsweise 7,2 und 12,6 Windungen des Rheostatendrahtes erforderlich, so stehen ihre Widerstände im Verhältniss von 7,2 : 12,6 oder 4 : 7. Um die Resultate der mit verschiedenen Apparaten angestellten Messungen unter einander vergleichbar zu machen, kann man, nach dem Vorschlag von Siemens, als gemeinsame Widerstandseinheit den Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 Meter Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt wählen.

Fig. 269.



Die genauere und jetzt allgemein übliche Methode der Widerstandsmessung mittelst der Wheatstone'schen Brücke beruht auf folgendem Princip. Der Schliessungsbogen der Kette K (Fig. 269) ist in die beiden Zweige ACB und ADB getheilt, welche durch den Querdraht CD verbunden sind. Es entstehen dadurch die 4 Abschnitte AC, CB, AD, DB, deren Widerstände der Reihe nach mit w_1, w_2, w_3, w_4 bezeichnet werden. Es kann nun erwiesen werden, dass in dem Querdraht CD kein Strom stattfindet, wenn $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$ ist. Wird also z. B. $w_1 = w_3$ gemacht, so muss auch $w_2 = w_4$ sein. Schaltet man nun in den Stromzweig CD ein empfindliches Galvanometer ein, so wird dieses keine Ablenkung zeigen, sobald die angegebene Bedingung erfüllt ist. Bringt man also in den Zweig BC einen Rheostaten, in den Zweig DB den Draht, dessen Widerstand gemessen werden soll, und regulirt die Stellung des ersteren, so dass das Galvanometer keine Ablenkung zeigt, so giebt die Anzahl der eingeschalteten Windungen des Rheostaten ein Mass für den Widerstand des Drahtes.

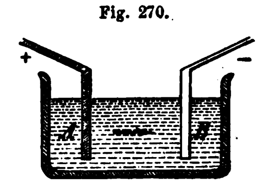
Vergleicht man auf diese Weise die Widerstände gleich langer und gleich dicker Drähte aus verschiedenen Metallen mit demselben Neusilber- oder Platindraht, so kann man das specifische Leitungsvermögen derselben ermitteln. So fand Matthiessen, wenn das Leitungsvermögen des Silbers = 100 gesetzt wird, folgende Zahlen:

Silber	100	Eisen	14,44	Blei	7,77
Kupfer	77,43	Palladium	12,64	Antimon	4,29
Gold	55,19	Zinn	11,45	Quecksilber	1,63
Zink	27,39	Platin	10,53	Wismuth	1,19.

Bezeichnet l die Länge, q den Querschnitt, s das specifische Leitungsvermögen eines Drahtes, so wird sein Widerstand durch die Formel $\frac{l}{qs}$ ausgedrückt. — Mit wachsender Temperatur nimmt der Leitungswiderstand der Metalldrähte beträchtlich zu; es muss daher bei Vergleichung der Leitungsfähigkeit der Metalle die Temperatur berücksichtigt werden (vergl. auch § 232).

§ 320. Um die Widerstände flüssiger Leiter zu bestimmen, bringt man dieselben in einen Trog von rechteckigem Querschnitt (Fig. 270), in welchem die zur Zuleitung des Stromes dienenden Metallplatten A und B, welche den ganzen Querschnitt des Troges ausfüllen, einander genähert oder von einander entfernt werden können. Hat man beide Platten anfänglich in eine gemessene Entfernung gebracht und vergrössert dieselbe um eine bestimmte Grösse, so wird dadurch die Länge der eingeschalteten Flüssigkeitssäule um ebensoviel vergrössert, während ihr Querschnitt gleich ist dem eingetauchten Theil der Plattenoberfläche. Das Leitungsvermögen der nicht metallischen Flüssigkeiten ist im Allgemeinen sehr gering im Vergleich mit dem der Metalle; so fand Becquerel, wenn das Leitungsvermögen des Silbers

Fig. 270.



= 100 000 000 gesetzt wird, das der verdünnten Schwefelsäure (1 Vol. Schwefelsäurehydrat + 11 Vol. Wasser) = 88,68, der gesättigten Kochsalzlösung 31,52, der gesättigten Kupfervitriollösung 5,42. Verdünnte Schwefelsäure leitet am besten bei einem Gehalt von etwa $^1/_3$ Schwefelsäurehydrat und $^2/_3$ Wasser. Das Leitungsvermögen des ganz reinen, destillirten Wassers ist, verglichen mit dem der Metalle und selbst der Salzlösungen, so gering, dass dasselbe fast als ein Nichtleiter für den galvanischen Strom zu betrachten ist.

b. Elektromagnetismus und Elektrodynamik.

§ 321. **Magnetisirung des Eisens durch den elektrischen Strom.** Der elektrische Strom wirkt nicht nur ablenkend auf die Magnetnadel, sondern er vermag auch in seiner Nähe befindliche Theilchen von unmagnetischem Eisen zu magnetisiren. Legt man über den horizontal ausgespannten Schliessungsdraht einer Kette ein Blatt steifen Papiers und streut auf dieses Eisenfeilspähne, so ordnen sich die Eisentheilchen in Reihen, welche quer über den Draht laufen und auf seiner Richtung senkrecht stehen (vergl. § 297). Ein quer über den Draht gelegtes Eisenstäbchen wird in einen Magnet verwandelt, dessen Polarität nach der Ampère'schen Regel (§ 315) bestimmt werden kann. Stärkere magnetische Wirkungen werden erzielt, indem man einen geraden oder hufeisenförmig gebogenen Stab von weichem Eisen mit einer Kupferdrahtspirale umgiebt, deren Windungen behufs der Isolirung mit Seide umsponnen sind. So lange ein elektrischer Strom durch den Draht fliesst, wird der Eisenstab in einen Elektromagnet verwandelt, welcher alle Eigenschaften eines Stahlmagnets besitzt. Beim Aufhören des magnetisirenden Stromes verschwindet der Magnetismus des Stabes, bis auf einen mehr oder minder beträchtlichen Rest, der von der Coërcitivkraft des Eisens (§ 294) herrührt. Hufeisenförmige Elektromagnete können wie Stahlmagnete mit einem beide Pole verbindenden Anker von weichem Eisen armirt werden. Die Stärke des erregten Magnetismus ist (innerhalb gewisser Grenzen) der Intensität des magnetisirenden Stromes und der Anzahl der Drahtwindungen proportional. Der Grad des Magnetismus, welchen ein Elektromagnet aus weichem Eisen anzunehmen fähig ist, übertrifft bei weitem den der kräftigsten Stahlmagnete. Ein Stahlstab wird kräftig und dauernd magnetisirt, indem man denselben mehrmals in gleichem Sinne durch eine vom elektrischen Strom durchflossene Kupferdrahtspirale hindurchzieht.

Die besten Logemann'schen hufeisenförmigen Stahlmagnete vermochten bei 500^{gr} Gewicht $12-13^{kgr}$ zu tragen, grössere Magnete von $30-50^{kgr}$ trugen etwa das Fünffache ihres eigenen Gewichts. Henry und Ten Eyck construirten einen Elektromagnet, welcher bei 27^{kgr} Gewicht 935^{kgr}, also das 34fache seines Gewichts zu tragen vermochte. Ein kleiner, hufeisenförmiger Elektromagnet von 25^{mm} Länge und 15^{mm} Breite trug das 420fache seines Gewichts.

Die magnetische Erregung eines hufeisenförmigen Elektromagnets ist verhältnissmässig sehr viel stärker, wenn beide Pole durch einen Anker verbunden sind, als wenn die Tragkraft jedes Poles einzeln geprüft wird. Unterbricht man den magnetisirenden Strom, während die Pole des Hufeisens durch den Anker verbunden sind, so bleibt letzterer an den Polen haften, indem auch nach dem Aufhören des Stromes in dem geschlossenen Elektromagnet ein beträchtlicher Grad von Magnetismus zurückbleibt, welchen man den remanenten Magnetismus nennt. Reisst man jetzt den Anker los, so verschwindet dieser remanente Magnetismus bis auf eine geringe Spur von permanentem Magnetismus, welcher von der auch im weichen Eisen vorhandenen, geringen Coërcitivkraft herrührt.

Auch der Entladungsstrom der Leydener Batterie vermag die Magnetnadel abzulenken und Stahlnadeln zu magnetisiren, doch sind hier die Gesetze der Magneti-

strung, namentlich auch was die Richtung der Polarität betrifft, weniger einfach, weil der Entladungsstrom der Batterie aus einer Reihenfolge abwechselnd entgegengesetzter Ströme zusammengesetzt ist (§ 280).

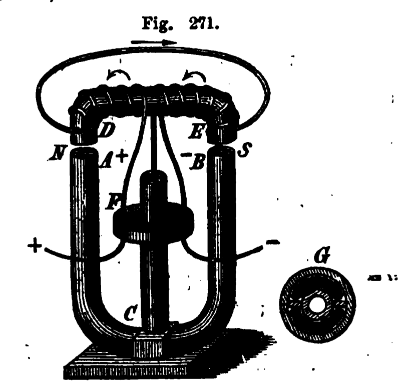
§ 322. **Magnetismus und Diamagnetismus der Körper.** Mittelst der durch den elektrischen Strom erzeugten, kräftigen Elektromagnete ist es Faraday gelungen, nachzuweisen, dass der Magnetismus eine viel allgemeiner verbreitete Eigenschaft der Materie ist, als man früher angenommen hatte (vergl. § 294). Faraday machte die merkwürdige Entdeckung, dass ausser Eisen, Nickel und Kobalt und den Verbindungen dieser Metalle auch die meisten anderen metallischen und nichtmetallischen Substanzen, unter Einwirkung hinreichend kräftiger Elektromagnete, magnetische Eigenschaften zeigen, und dass dieselben in zwei Gruppen zerfallen, indem die einen von den Magnetpolen angezogen, die anderen abgestossen werden. Faraday nannte die letzteren diamagnetische Substanzen. Man prüft das magnetische oder diamagnetische Verhalten der Körper am besten, indem man dieselben in Form kleiner Stäbchen an einem Seidenfaden zwischen den einander genäherten Magnetpolen aufhängt. Bei Erregung des Magnetismus nehmen die Stäbchen entweder die axiale Stellung, d. h. die Richtung der Verbindungslinie beider Pole, oder die äquatoriale Stellung, nämlich senkrecht zu jener Verbindungslinie an, je nachdem ihre Substanz magnetisch oder diamagnetisch ist. Unter den Metallen sind, ausser den oben genannten, magnetisch Mangan, Palladium, Platin u. s. w., dagegen diamagnetisch vorzüglich Wismuth, nächstdem Antimon, Zink, Zinn, Blei, Silber, Kupfer, Gold u. s. w.

Flüssigkeiten bringt man in kleinen Quantitäten in flache, uhrglasförmige Schälchen, welche auf die einander zugewendeten Spitzen der Magnetpole gesetzt werden. Wasser, Alkohol, Schwefelsäure u. s. w. sind diamagnetisch. Auch die gasförmigen Körper erleiden magnetische Einwirkungen. Sauerstoffgas ist magnetisch, die meisten anderen Gase mehr oder minder diamagnetisch. Merkwürdig ist das magnetische Verhalten der Krystalle, indem die Richtung, welche ein zwischen den Magnetpolen aufgehängter Krystall annimmt, nicht nur von dem Magnetismus oder Diamagnetismus der Substanz, sondern auch von der molekularen Struktur, namentlich von der Richtung der Blätterdurchgänge des Krystalls (§ 22), abhängt.

Tyndall hat unzweifelhaft nachgewiesen, dass die diamagnetischen Körper, ähnlich wie die magnetischen, zwischen den Magnetpolen eine Polarität annehmen, welche aber der des Eisens entgegengesetzt ist, so dass der Nordpol im Wismuth einen Nordpol, der Südpol aber einen Südpol hervorruft.

§ 323. **Anwendung des Elektromagnetismus als bewegender Kraft. Ritchie's rotirender Magnet; Stromunterbrecher.** Man hat zahlreiche Vorrichtungen construirt, welche dazu dienen, die Anziehungskraft der Elektromagnete zur Erzeugung andauernder Bewegungen zu benutzen. Als Beispiel dient der rotirende Magnet von Ritchie. Vor den Polen eines hufeisenförmigen Stahlmagnets *ABC* (Fig. 271) ist ein Anker von weichem Eisen *DE* um eine vertikale Axe drehbar. Der Anker ist mit einer Spirale von mit Seide besponnenem Kupferdraht umgeben. Die Enden des Drahtes tauchen in ein ringförmiges Näpfchen *F* aus Holz,

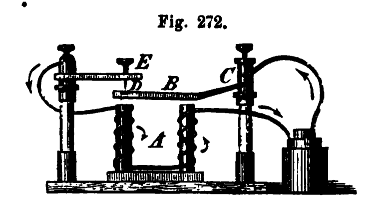
Fig. 271.



welches, wie bei *G* angedeutet, durch Scheidewände in zwei Halbringe getheilt ist. Das Näpfchen ist soweit mit Quecksilber gefüllt, dass die convexe Oberfläche des Quecksilbers etwas über die Scheidewand emporragt und die in das Quecksilber tauchenden Drahtenden bei der Umdrehung des Ankers ungehindert über die Scheidewand weggehen können. Die beiden halbkreisförmigen Abtheilungen des Näpfchens werden mit den Polen einer galvanischen Kette in Verbindung gesetzt. Der durch die Drahtspirale des Ankers *DE* geschlossene Strom verwandelt diesen in einen Elektromagnet, dessen Pole von den ungleichnamigen Polen des Stahlmagnets *ACB* angezogen werden. Die Scheidewand des Näpfchens ist aber so gestellt, dass in dem Augenblick, wo die Pole des Ankers denen des Stahlmagnets gegenüberstehen, die Enden der Drahtspirale über die Scheidewände hinweggleiten, so dass das Ende, welches vorher in die positive Abtheilung des Näpfchens tauchte, in die negative übergeht und umgekehrt. Dadurch wird die Richtung des Stromes in der Drahtspirale und in Folge dessen die Polarität des Elektromagnets umgekehrt, die vorher angezogenen Pole werden jetzt abgestossen, und der Anker dreht sich um 180°, worauf von Neuem eine Umkehrung des Stromesrichtung und ein Wechsel der Polarität eintritt u. s. f. Auf diese Weise wird eine continuirliche Rotation des Ankers hervorgebracht, welche so lange andauert, als die Kette in Wirkung bleibt, und welche, wenn der magnetisirende Strom kräftig genug ist, auf ein leichtes Räderwerk übertragen oder selbst zum Emporwinden eines Gewichts oder zur Erzeugung anderer mechanischer Arbeitsleistungen verwendet werden kann. Der Stahlmagnet *ACB* kann mit Vortheil ebenfalls durch einen Elektromagnet ersetzt werden.

Eine andere Anwendung des Elektromagnetismus, von welcher später (§ 333) ein wichtiger Gebrauch gemacht werden wird, bildet der selbstthätige Stromunterbrecher, welcher auch unter dem Namen des Wagner'schen oder Neef'schen Hammers bekannt ist. Dem Elektromagnet *A* (Fig. 272) steht der Anker *B* aus weichem Eisen gegenüber, welcher am Ende der elastisch federnden, bei *C* befestigten Stahllamelle *BC* angebracht ist. Diese trägt bei *D* ein Platinblättchen, welches mit der Platinspitze der Schraube *E* in leitender Berührung steht. Der Strom geht vom positiven Pol der Kette über *CBDE* durch die Drahtspiralen des Elektromagnets *A* und kehrt von da nach dem negativen Pol der Kette zurück. Sobald die Kette geschlossen wird, wird der Magnetismus in *A* erregt und der Anker *B* angezogen. Dadurch wird aber die leitende Berührung zwischen *D* und *E* aufgehoben und der Strom unterbrochen. Der Elektromagnet *A* wird in Folge dessen unwirksam, durch die Elasticität der Stahllamelle *BC* wird der Anker wieder emporgehoben, sobald aber dadurch die Berührung bei *D* wieder hergestellt wird, beginnt die Wirksamkeit des Stromes von Neuem, der Anker wird wieder angezogen u. s. f. Dadurch wird die Lamelle *BC* in fortdauernde Oscillationen versetzt, und man erhält einen discontinuirlichen, fortwährend sich selbst unterbrechenden Strom. Die Häufigkeit der Unterbrechungen kann durch Verstellung der Schraube *E*, so wie durch Abänderung der bei *B* angebrachten Masse des Ankers regulirt werden.

Fig. 272.



Auf ähnliche Weise ist es möglich, mittelst des elektrischen Stromes die Schwingungen einer Stimmgabel während unbegrenzter Zeit ungeschwächt zu erhalten oder, wie es bei den elektrischen Uhren geschieht, die Schwingungen des Uhrpendels, anstatt durch Federn oder Gewichte, durch den elektrischen Strom zu unterhalten. Die Bewegungen eines Uhrwerks können ferner durch isolirte Drahtleitungen an beliebig viele, an verschiedenen Orten aufgestellte Uhrwerke übertragen werden. Da bei jeder Unterbrechung und Wiederherstellung des Stromes die Elektromagnete sämmtlicher durch die Drahtleitung verbundener Uhren genau gleichzeitig ihre Anker anziehen und deren Bewegung auf das Räderwerk in gleicher Weise übertragen wird, so ist der Gang sämmtlicher durch die Drahtleitung verbundener Uhren genau übereinstimmend mit der ihre Bewegung regulirenden Normaluhr.

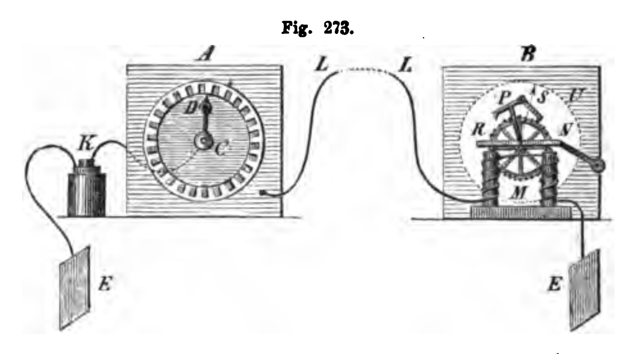
Die früher gehegten Erwartungen, dass man den Elektromagnetismus als Triebkraft im Grossen zum Ersatz der Dampfmaschinen werde anwenden können, sind nicht in Erfüllung gegangen. Die zu überwindende Schwierigkeit liegt einerseits darin, dass die Anziehungskraft der Elektromagnete mit wachsender Entfernung des Ankers sehr schnell abnimmt, andererseits in dem Umstand, dass aus später (§ 331) zu erläuternden Gründen durch die Bewegung der Maschine selbst eine beträchtliche und mit der Bewegungsgeschwindigkeit wachsende Schwächung des erregenden Stromes stattfindet, endlich aber darin, dass in der Kette ein der erzielten Arbeitsleistung proportionaler Verbrauch von Zink und von den Erregungsflüssigkeiten der Kette (§ 344) stattfindet, welcher im Verhältniss zur gewonnenen Arbeit weit kostspieliger ist, als das Feuerungsmaterial der Dampfmaschinen.

§ 324. Telegraphie. Schon vor Entdeckung der galvanischen Ströme sind im vorigen Jahrhundert Vorschläge gemacht worden, die Fortpflanzung der Elektricität in Metalldrähten zur Mittheilung von Signalen auf grössere Entfernungen anzuwenden. Nach Entdeckung der galvanischen Elektricität schlug Sömmering vor, die Zersetzung des Wassers durch den galvanischen Strom zu telegraphischen Zeichen zu benutzen, indem er beide Stationen durch 24 Paar isolirte Drähte verbinden wollte, den 24 Buchstaben des Alphabets entsprechend. Gauss und Steinheil wendeten zuerst die Ablenkung der Magnetnadel zu telegraphischen Zwecken an. Auf demselben Princip beruht der Nadeltelegraph von Wheatstone. An der zeichenempfangenden Station B sind zwei Magnetnadeln, von Multiplikatorgewinden umgeben, aufgestellt. Die Drahtwindungen stehen durch einen isolirten Leitungsdraht in Verbindung mit der zeichengebenden Station A. Sobald der Strom der in A aufgestellten Kette mittelst einer Commutatorvorrichtung (§ 315) in entgegengesetztem Sinne durch die Drahtleitung gesendet wird, erleiden die Magnetnadeln in B Ablenkungen nach der entgegengesetzten Seite. Durch Combination mehrerer auf einander folgender Zeichen lassen sich verschiedene, den einzelnen Buchstaben des Alphabets entsprechende Signale zusammensetzen.

§ 325. Der ebenfalls von Wheatstone angegebene und namentlich durch Siemens vervollkommnete Zeigertelegraph beruht auf folgendem Princip. An der zeichengebenden Station A (Fig. 273) sei eine Scheibe aufgestellt, welche an ihrem Umfang 24 Metallblättchen trägt, die mit den 24 Buchstaben des Alphabets bezeichnet und durch abwechselnde Stücke aus isolirender Kautschukmasse von einander getrennt sind. Um den Mittelpunkt C der Kreisscheibe ist die metallische Kurbel CD mittelst des bei D angebrachten Handgriffes drehbar. Stehen nun die 24 am Umfang angebrachten Metallblättchen sämmtlich mit dem positiven, die Umdrehungsaxe C aber mit dem negativen Pol der Kette K in Verbindung, so wird der Strom so oft geschlossen und wieder unterbrochen werden, als bei Drehung der Kurbel das Ende D über ein Metallblättchen weg-

gleitet. Der Strom wird nun durch die Drahtleitung LL nach der zeichenempfangenden Station B geleitet, wo er die Drahtspiralen des Elektromagnets M durchläuft, vor dem der Anker N aufgestellt ist. Eine elastische Feder hält den Anker in einer gewissen Entfernung vom Elektromagnet, so lange dessen Magnetismus nicht erregt wird. Bei jeder Schliessung und Oeffnung des Stromes wird der Anker einmal angezogen und wieder

Fig. 273.

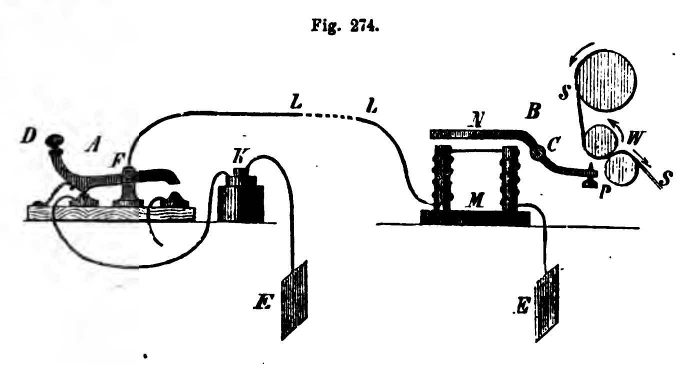


losgelassen. Mittelst eines Hebels P, dessen Enden in die Zähne eines Rades R eingreifen, wird die Bewegung des Ankers auf das Zahnrad so übertragen, dass dasselbe bei jeder Oscillation des Ankers um einen Zahn vorwärts gedreht wird. Das Rad trägt 24 Zähne, und auf der Axe desselben ist ein Zeiger befestigt, dessen Ende S bei jeder Umdrehung den Umfang der Zeichenscheibe U durchläuft. Dieser Umfang ist in 24 gleiche Abschnitte getheilt, die mit den 24 Buchstaben des Alphabets bezeichnet sind. So oft der elektrische Strom einmal unterbrochen und wiederhergestellt wird, rückt der Zeiger um ein Buchstabenzeichen weiter, so dass seine Bewegung der des Hebels CD an der zeichengebenden Station A genau entspricht. Stehen anfänglich beide Zeiger auf demselben Buchstaben, z. B. A, so werden dieselben auch bei Drehung der Kurbel stets genau correspondiren, so dass, wenn der Telegraphist bei A seinen Zeiger, z. B. nach einander auf die Buchstaben TEL u. s. w., stellt, die entsprechenden Buchstaben auf der Zeichenscheibe bei B abgelesen werden können.

§ 326. Das gegenwärtig am allgemeinsten verbreitete System ist das des Morse'schen Schreibtelegraphen. An der zeichenempfangenden Station B (Fig. 274) ist der Elektromagnet M aufgestellt, dessen Anker N an dem um die Axe C drehbaren Hebel NP befestigt ist. So oft der Anker angezogen wird, wird der am anderen Ende des Hebels befestigte Schreibstift P gegen den Papierstreif SS gedrückt, welcher durch ein Uhrwerk mit gleichförmiger Geschwindigkeit zwischen zwei sich drehenden Walzen W hindurchgezogen wird. Durch den Schreibstift P wird auf dem Papierstreif ein vertiefter Eindruck, oder, wenn der Stift mit einem Farbstoff versehen ist, ein farbiger Strich hervorgebracht, so lange der Elektromagnet in Thätigkeit bleibt. Bei Oeffnung des Stromes wird durch eine Feder der Anker gehoben und der Schreibstift vom Papierstreif entfernt. Bleibt der Strom nur während eines Augenblicks geschlossen, so entsteht auf dem Papierstreif nur ein Punkt, bei längerer Schliessung ein Strich, dessen Länge von der Dauer des Stromes abhängt. Aus einer Combination solcher Punkte und Striche lässt sich nun leicht ein Alphabet

zusammensetzen, indem z. B. der Buchstabe *a* durch das Zeichen .—, *b* durch —..., *c* durch —.—. u. s. w. bezeichnet wird, wobei für die am häufigsten vorkommenden Buchstaben die einfachsten Zeichen gewählt werden. Die Schliessung und Oeffnung des Stromes geschieht mittelst des an der zeichengebenden Station *A* befindlichen Schlüssels. Wird der um

Fig. 274.



F drehbare Metallhebel *DF* mittelst des Knopfes *D* niedergedrückt, so wird dadurch der Strom der Kette *K* geschlossen. Beim Aufhören des Druckes wird der Hebel durch eine elastische Feder gehoben und dadurch der metallische Contakt bei *D* aufgehoben und der Strom unterbrochen*). Der Telegraphist bei *A* kann also durch momentanes oder während kurzer Zeit andauerndes Niederdrücken des Knopfes *D* nach Belieben auf dem Papierstreif der Station *B* Punkte oder Striche erzeugen, durch deren Combination die zu telegraphirenden Buchstaben zusammengesetzt werden. Nach jedem Buchstaben wird eine kurze, nach jedem Wort eine etwas längere Pause gemacht.

Die Drahtleitung zwischen den beiden telegraphisch verbundenen Stationen muss wohl isolirt sein. Die durch die Luft ausgespannten Drähte werden zu diesem Zweck an den Telegraphenstangen durch isolirende, glockenförmige Träger aus Glas oder Porzellan befestigt. Unterirdische oder unterseeische Leitungen werden mittelst einer Umhüllung von Guttapercha isolirt. Zur Leitung wird entweder Kupferdraht oder bei längeren Luftleitungen in der Regel, der grösseren Billigkeit wegen, verzinkter Eisendraht verwendet. Zur Hin- und Rückleitung des Stromes würden für jedes Signal zwei Leitungsdrähte erforderlich sein, und in der That wendete man anfänglich solche Doppelleitungen an, bis Steinheil zeigte, dass eine einfache Drahtleitung hinreichend sei, indem man zur Rückleitung des Stromes den Erdkörper benutzen könne. Es ist zu diesem Zweck nur erforderlich, die Enden des Leitungsdrahtes mit den in das feuchte Erdreich vergrabenen oder in das Wasser eines Brunnenschachtes versenkten Metallplatten *EE* zu verbinden.

Beim Beginn einer Depesche muss die Aufmerksamkeit des zeichenempfangenden Beamten durch ein Glockensignal erregt werden. Dieses wird erzeugt, indem man entweder den Ankerhebel eines Elektromagnets unmittelbar gegen eine kleine Metallglocke schlagen lässt, oder indem durch die Oscillationen desselben ein zu diesem Zweck aufgestelltes Läutewerk in Bewegung gesetzt wird.

§ 327. **Rotationen von Magnetpolen um Stromleiter und von Stromleitern um Magnetpole.** Oben (§ 315) ist gezeigt worden, dass die Kraft, welche ein von einem Strom durchflossener Draht auf einen

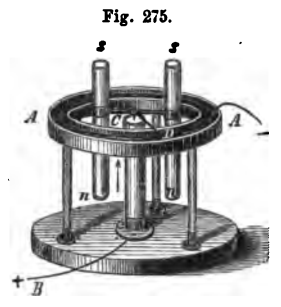
*) Durch den in der Fig. 274 als abgebrochen dargestellten Leitungsdraht lässt sich alsdann der Schlüssel mit einem Schreibapparat der Station A in Verbindung bringen und diese Station dadurch zur zeichenempfangenden machen.

Magnetpol ausübt, von allen früher betrachteten Kräften sich durch den merkwürdigen Umstand unterscheidet, dass ihre Richtung **senkrecht auf der durch Stromleiter und Magnetnadel gelegten Ebene steht**, und dass dieselbe, wenn man einen Magnetpol isoliren könnte, eine continuirliche Rotation des Magnetpols um den Stromleiter hervorbringen würde. Da jeder Wirkung in der Natur eine gleiche Gegenwirkung entspricht, so übt einerseits ein feststehender Magnetpol auf einen in seiner Nähe befindlichen Stromleiter eine Wirkung aus, vermöge deren der Stromleiter, wenn er beweglich ist, eine continuirliche Drehung um den Magnetpol vollführt.

Beide Arten von elektromagnetischen Rotationsbewegungen sind von **Faraday** auf folgende Weise verwirklicht worden:

1. **Drehung des Magnetpols um den Stromleiter.** Zwei parallele, mit ihren gleichnamigen Polen, z. B. den Nordpolen, nach abwärts gerichtete Magnetstäbchen (*ns*, *ns* Fig. 275) sind durch einen Querdraht in Form eines H verbunden und mittelst einer Stahlspitze bei *C* frei drehbar aufgehängt. Die Spitze taucht in ein Quecksilbernäpfchen, welches das obere Ende des vertikalen Leitungsdrahtes *BC* bildet. Das System der Magnetstäbe ist ferner von einer ringförmigen, hölzernen, mit Quecksilber gefüllten Rinne *AA* umgeben, in welche die Platinspitze eines von *C* ausgehenden Querdrahtes *CD* taucht. Die Quecksilberrinne steht mit dem negativen, der Leitungsdraht *B* mit dem positiven Pol der Kette in Verbindung, so dass der positive Strom von *B* über *CDA* zur Kette zurückkehrt. Der in *BC* aufsteigende Strom wirkt auf die Magnetpole *nn* und versetzt das System der Magnetstäbe in Rotation, deren Richtung, wie sich aus der **Ampère**'schen Regel (§ 315) ergiebt, umgekehrt wie die Drehung eines Uhrzeigers stattfindet. Wenn entweder die Richtung eines Stromes oder die Polarität der Magnetstäbe umgekehrt wird, geht die Rotationsrichtung in die entgegengesetzte über.

Fig. 275.



2. **Drehung des Stromleiters um den Magnetpol.** Auf dem oberen Ende des feststehenden Magnetstabes *NS* (Fig. 276) schwebt, mittelst einer Spitze frei drehbar, der Kupferdrahtbügel *ABA*, dessen Enden mit Platinspitzen versehen sind, die in die ringförmige Quecksilberrinne *AA* tauchen. Diese ist mit dem negativen Pol der Kette verbunden, während der positive Poldraht in ein bei *B* angebrachtes Quecksilbernäpfchen taucht. Der positive Strom theilt sich von *B* aus und strömt in beiden Armen des Drahtbügels abwärts in der Richtung *BA*. Die Wirkung des näheren Magnetpols *N* überwiegt über die schwächere des entfernteren Poles *S* und dreht den Drahtbügel im Sinne eines Uhrzeigers. Beim Wechsel der Stromesrichtung oder bei Umkehrung der Magnetpole geht die Richtung der Rotation in die entgegengesetzte über.

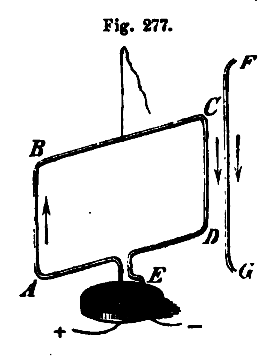
Fig. 276.

§ 328. **Anziehung und Abstossung zweier elektrischer Ströme.** Durch die Betrachtung der Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen und Magnetpolen wurde **Ampère** zu der Vermuthung geführt, dass auch zwei bewegliche Stromleiter eine mechanische Wirkung auf einander ausüben möchten. In der That erwies sich diese Vermuthung als richtig und die von **Ampère** in Betreff dieser Wirkung ermittelten Gesetze lassen sich in folgende Sätze zusammenfassen: **Zwei parallele Stromleiter ziehen einander an, wenn sie von gleichgerichteten, stossen einander ab, wenn sie von entgegen-**

setzt gerichteten Strömen durchflossen werden. — Kreuzen sich zwei benachbarte Stromleiter unter einem beliebigen Winkel, so sind die anziehenden und abstossenden Wirkungen zwischen ihren einzelnen Theilen so beschaffen, dass sie die Stromrichtungen parallel und gleich zu stellen streben.

Der in Form eines Rechtecks gebogene Leitungsdraht *ABCD* (Fig. 277) sei an einem Seidenfaden frei drehbar aufgehängt. Die beiden Drahtenden sind von einander isolirt. Das eine Ende taucht bei *E* in ein mittleres Quecksilbernäpfchen, das mit dem positiven Pol der Kette in Verbindung steht, das andere Ende taucht in ein ringförmiges Näpfchen, welches jenes umgiebt und mit dem negativen Pol verbunden ist. In Folge dieser Einrichtung kann sich das Drahtrechteck ringsum frei drehen, ohne dass die leitende Verbindung mit den Polen der Kette unterbrochen wird. Nähert man der Rechtecksseite *CD* einen zweiten parallelen Leitungsdraht *FG*, so beobachtet man eine Anziehung oder Abstossung, je nachdem die Stromrichtung in beiden die gleiche oder entgegengesetzte ist. Nähert man dem Rechteck einen anderen, ebenfalls rechteckig gebogenen Draht, so streben sich die Ebenen beider Rechtecke parallel, mit übereinstimmenden Stromrichtungen zu stellen. Auch die Wirkungen von Magnetpolen auf Stromleiter lassen sich an dem beweglich aufgehängten Leitungsdraht leicht nachweisen. Wie der elektrische Strom eine bewegliche Magnetnadel zu seiner Ebene senkrecht zu stellen strebt, so stellt sich umgekehrt die Ebene des beweglichen Stromleiters senkrecht zur Axe eines hindurchgesteckten Magnetstabes, so dass der Strom den Magnetstab in der durch die Ampère'sche Regel bestimmten Richtung umkreist.

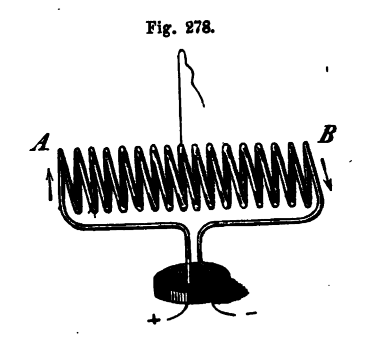
Fig. 277.



Auch der Erdmagnetismus wirkt richtend auf den Stromleiter, indem er dessen Ebene, wenn er hinreichend frei beweglich aufgehängt ist, senkrecht zur Richtung der Deklinationsnadel stellt.

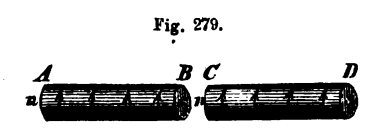
§ 329. Solenoïdströme. Ampère's Theorie des Magnetismus. Die im vorhergehenden Paragraphen erläuterten Wechselwirkungen zwischen elektrischen Strömen und Magnetpolen treten in verstärktem Masse hervor, wenn man an Stelle einer Drahtwirkung ein System von Drahtwindungen anwendet, deren Ebenen unter einander parallel sind. Einen spiralförmig gewundenen Leitungsdraht *AB* (Fig. 278), dessen Windungen sämmtlich in gleichem Sinne vom Strome durchlaufen werden, nannte Ampère ein Solenoïd (σωλήν, Röhre). Wird ein solches Solenoïd in ähnlicher Weise, wie das Drahtrechteck (§ 328), frei drehbar aufgehängt, so stellt sich dasselbe unter Einfluss des Erdmagnetismus so, dass die Ebenen sämmtlicher Kreiswindungen zur Richtung der Deklinationsnadel senkrecht, die Axe des Solenoïds also der Deklinationsnadel parallel ist. Ueberhaupt zeigt das vom Strome durchflossene Solenoïd in jeder Beziehung ein analoges Verhalten wie die Magnetnadel, indem der Ampère'schen Regel gemäss dasjenige Ende dem Nordpol entspricht, welches, wenn man es sich nach oben gekehrt denkt, vom Strom im umgekehrten Sinne eines Uhrzeigers, dasjenige

Fig. 278.



den Südpol, welches in Richtung des Uhrzeigers umkreist wird. Werden zwei Solenoïde *AB*, *CD* (Fig. 279) mit ihren Polen einander genähert, so findet Anziehung oder Abstossung statt, je nachdem die Stromrichtungen in beiden gleich oder entgegengesetzt sind. Daher findet, wie aus der Figur ersichtlich, wie bei Magnetnadeln, zwischen ungleichnamigen Polen Anziehung, zwischen gleichnamigen aber Abstossung statt. Ebenso wird ein Solenoïdpol von dem gleichnamigen Pol einer Magnetnadel abgestossen, von dem ungleichnamigen aber angezogen.

Fig. 279.

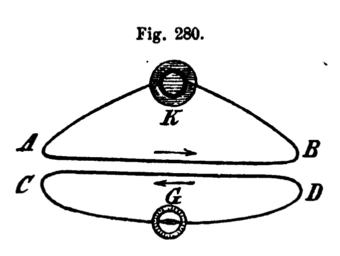


Auf dieses Verhalten der Solenoïdströme gründete Ampère eine neue Theorie der magnetischen Erscheinungen, durch welche die Annahme besonderer magnetischer Fluida (§ 293) überflüssig gemacht und die magnetischen Wirkungen auf das Vorhandensein elektrischer Strömungen im Inneren der magnetischen Körper zurückgeführt werden. Ampère geht nämlich von der Vorstellung aus, dass die Moleküle des Eisens auch im unmagnetischen Zustande von kreisförmigen, elektrischen Molekularströmen umflossen werden, deren Wirkungen nach Aussen hin einander aber vollständig aufheben, weil die Ebenen der Kreisströme regellos nach allen Richtungen gekehrt sind. Der Vorgang der Magnetisirung besteht darin, dass die Molekularströme sämmtlich übereinstimmend gerichtet werden. Dies kann nach § 328 entweder durch einen galvanischen Strom, am zweckmässigsten durch einen spiralförmig den Eisenstab umkreisenden Solenoïdstrom geschehen, der die Ebenen sämmtlicher Molekularströme seinen eigenen Windungen parallel zu stellen strebt — oder durch Annäherung eines Magnets, dessen Molekularströme bereits parallel gerichtet sind. Im weichen Eisen sind die Moleküle mit grosser Leichtigkeit drehbar; deshalb wird dasselbe leicht magnetisch, die Ordnung der Moleküle dauert aber nur so lange, als die magnetisirende Ursache wirksam ist. Die Coërcitivkraft des Stahles dagegen erklärt sich daraus, dass die Moleküle desselben eine minder freie Beweglichkeit besitzen, so dass eine stärker magnetisirende Kraft erforderlich ist, um die Molekularströme parallel zu richten, dass dieselben aber auch nach Aufhören der magnetisirenden Ursache ihre parallele Richtung beibehalten.

B. Induktionsströme.

§ 330. Elektrische Induktionsströme. Durch das Entstehen oder Verschwinden eines elektrischen Stromes werden in einem dem Schliessungsbogen der Kette benachbarten Stromleiter elektrische Bewegungen erzeugt, welche mit dem Namen Induktionsströme bezeichnet werden. a) Wenn dem Schliessungsdraht *AB* (Fig. 280) einer galvanischen Kette *K* ein zweiter Draht *CD* parallel gegenübersteht, dessen Enden durch ein Galvanometer *G* zu einer in sich selbst zurücklaufenden, geschlossenen Leitung verbunden sind, so wird in letzterem ein Induktionsstrom erzeugt, so oft ein Strom in dem inducirenden Draht *AB* entsteht oder verschwindet, und zwar ist der durch Schliessen der Kette erzeugte Induktionsstrom oder der Schliessungsstrom seiner Richtung nach dem inducirenden Strom entgegengesetzt, der durch Verschwinden des inducirenden Stromes erzeugte Oeffnungsstrom mit dem inducirenden Strom gleich gerichtet, wie aus der Richtung der Ablenkung des Galvanometers *G*

Fig. 280.



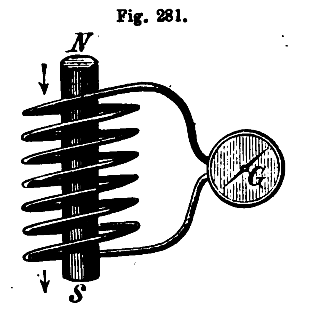
erkannt wird. So lange der Strom in AB mit gleichförmiger Stärke fortdauert, findet im Induktionsdrahte CD keine Elektricitätsbewegung statt. Dagegen wird durch jede Zu- oder Abnahme der Stromstärke im inducirenden Draht ein Induktionsstrom im Induktionsdraht hervorgerufen, dessen Stärke und Dauer von der Grösse und Dauer der Stromesschwankung im inducirenden Draht abhängt. Die durch Oeffnen und Schliessen der Kette erzeugten Induktionsströme sind von unmessbar kurzer Dauer. Da die Intensität des Induktionsstromes mit der Länge der einander gegenüberstehenden Drahtstrecken AB, CD wächst, so giebt man denselben zweckmässig die Form zweier parallel neben einander aufgewundener Spiralen von mit Seide besponnenem Kupferdraht. — Auch durch den Entladungsstrom einer Leydener Batterie kann in einem benachbarten Draht ein Induktionsstrom hervorgerufen werden (s. oben § 284).

b) Wenn der von einem constanten Strom durchflossene Draht AB dem geschlossenen Stromleiter CDG genähert oder von demselben entfernt wird, so entsteht in letzterem ein Induktionsstrom, welcher beim Annähern dem inducirenden Strom entgegengesetzt, beim Entfernen aber mit demselben gleich gerichtet ist.

Die Induktionsströme wurden von Faraday im Jahre 1831 entdeckt.

§ 331. Magnetoelektrische Induktionsströme. Beim Einschieben eines Magnetstabes NS (Fig. 281) in eine geschlossene Drahtspirale wird in den Windungen derselben ein Induktionsstrom erregt; beim Herausziehen entsteht ein zweiter Strom von entgegengesetzter Richtung. Dasselbe findet statt, wenn ein in der Spirale steckender Stab von weichem Eisen magnetisirt wird oder seinen Magnetismus wieder verliert. Die Erregung des Magnetismus kann durch Annäherung an die Pole eines Stahlmagnets oder durch einen galvanischen Strom geschehen. Die Richtung der in diesen Fällen erzeugten Induktionsströme ergiebt sich, indem man sich den Magnetstab NS nach der Ampère'schen Theorie (§ 329) durch ein Solenoïd oder durch ein System von Molekularströmen ersetzt denkt. Der beim Hineinstecken des Magnets in die Spirale oder bei Erregung des Magnetismus erzeugte Induktionsstrom ist den Molekularströmen entgegengesetzt, der beim Herausziehen oder beim Verschwinden des Magnetismus erzeugte Induktionsstrom mit ihnen gleich gerichtet. Da z. B. um den nach oben gekehrten Nordpol des Magnetstabes die Molekularströme umgekehrt wie ein Uhrzeiger kreisen, so würde in den Windungen der Spirale (Fig. 281) der Induktionsstrom beim Hineinstecken des Magnetstabes im Sinne eines Uhrzeigers, beim Herausziehen im entgegengesetzten Sinne fliessen.

Fig. 281.



Im Allgemeinen werden Induktionsströme erzeugt, so oft ein Magnetpol in der Nähe eines geschlossenen Leiters oder ein Leiter in der Nähe eines Magnetpols bewegt wird. Nach einer von Lenz aufgestellten Regel ist die Richtung der durch gegenseitige Bewegungen von Leitern und Magnetpolen erzeugten Induktionsströme immer so beschaffen, dass die durch den Induktionsstrom erzeugten elektromagnetischen Anziehungs- oder Abstossungskräfte auf die Bewegung hemmend einwirken. So wird

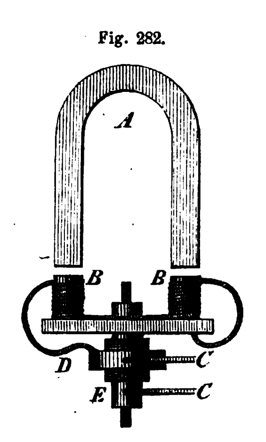
z. B. durch Annäherung der parallelen Drähte *AB*, *CD* (Fig. 280) ein entgegengesetzter Strom inducirt. Da aber entgegengesetzt gerichtete Ströme einander abstossen (§ 328), so wirkt die Abstossung der Bewegung entgegen, ebenso bei Entfernung der Drähte die durch den gleichgerichteten Induktionsstrom erzeugte Anziehung. Wird der Magnetstab *NS* (Fig. 281) von oben her in die Spirale gesteckt, so wirkt der erzeugte Induktionsstrom auf die entgegengesetzten Molekularströme des Magnetstabes abstossend u. s. w.

Durch die Entstehung magnetoelektrischer Induktionsströme erklärt sich die dämpfende Wirkung, welche eine Kupferscheibe auf die Schwingungen einer über derselben schwebenden Magnetnadel ausübt, und durch welche Arago (1825) zur Entdeckung des von ihm sogenannten Rotationsmagnetismus geführt wurde. Wird eine Kupferscheibe unter einer in horizontaler Ebene frei beweglichen Magnetnadel in Rotation versetzt, so erfährt die Magnetnadel eine Ablenkung im Sinne der Rotation und wird bei hinreichend schneller Rotation endlich ganz mit im Kreise herumgeführt. Umgekehrt kann eine kreisrunde, auf einer Spitze schwebende Kupferscheibe dadurch in Rotation versetzt werden, dass man unter derselben einen Hufeisenmagnet mit aufwärts gekehrten Polen schnell rotiren lässt. Mit anderen Metallen als Kupfer gelingt der Versuch ebenfalls, nur sind die Wirkungen um so schwächer, je geringer das Leitungsvermögen der Metalle (§ 319).

Die Bewegung eines zwischen den Polen eines Elektromagnets an einem Faden aufgehängten und in schnelle Umdrehung versetzten Kupferwürfels wird plötzlich gehemmt, sobald der Magnetismus durch Schliessung des Stromes erregt wird.

§ 332. Magnetoelektrische Induktionsapparate. Die zur Erzeugung möglichst intensiver Induktionsströme dienenden Induktionsapparate können in magnetoelektrische und elektromagnetische eingetheilt werden, je nachdem man sich der Stahlmagnete oder der Elektromagnete zur Erzeugung der Induktionswirkungen bedient. Der magnetoelektrische Induktionsapparat (Fig. 282) besteht im Wesentlichen aus einem kräftigen, gewöhnlich aus mehreren Lamellen gebildeten Hufeisenmagnet *A*, vor dessen Polen ein Anker *B* von weichem Eisen mittelst einer Kurbel in schnelle Rotation versetzt werden kann. Der Anker besteht aus zwei durch ein Querstück verbundenen Eisencylindern, welche mit Induktionsspiralen umgeben sind. Indem die Schenkel des Ankers bei der Rotation vor den Polen des Stahlmagnets abwechselnd entgegengesetzte Polarität annehmen, werden bei jeder Umdrehung in den Drahtspiralen zwei Induktionsströme von abwechselnd entgegengesetzter Richtung erzeugt. Die Enden der Drahtspiralen stehen mit zwei auf der Rotationsaxe befindlichen, gegen einander isolirten Metallringen *D*, *E* in Verbindung. Von diesen aus können die Ströme mittelst zweier auf denselben schleifender Federn *C* weiter geleitet werden.

Fig. 282.

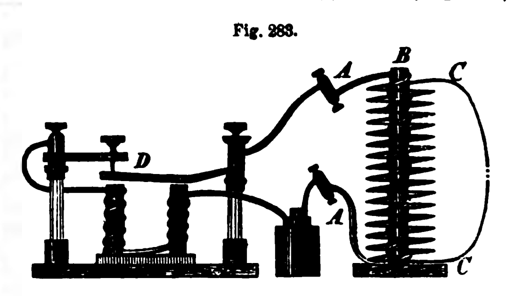


Zur Erzeugung kräftiger, physiologischer Wirkungen (§ 334) ist es erforderlich, dass dem Induktionsstrom bis zum Augenblick seiner stärksten Entwickelung eine gute metallische Leitung dargeboten werde. Indem diese plötzlich unterbrochen wird, findet der durch die Unterbrechung erzeugte Extrastrom (s. § 333) eine Leitung durch den menschlichen Körper und bewirkt eine kräftige Erschütterung. Die Unterbrechung der metallischen Leitung im geeigneten Zeitpunkt kann dadurch bewerkstelligt werden, dass einer der Metallringe *D*, auf welchen die Metallfedern schleifen, an der passenden Stelle durch ein nichtleitendes Stück Holz oder Kautschuk unterbrochen ist. Für viele Versuche ist es wünschenswerth, den Induktions-

strömen, welche in den Spiralen in abwechselnd entgegengesetzter Richtung laufen, gleiche Richtung zu geben. Dies wird am einfachsten durch die von Stöhrer angegebene Commutatorvorrichtung erreicht, deren Beschreibung hier aus Mangel an Raum nicht gegeben werden kann.

§ 333. Der elektromagnetische Induktionsapparat (Fig. 283) ist folgendermassen eingerichtet. Eine Spirale aus einer mässigen Anzahl von Windungen starken, besponnenen Kupferdrahtes A enthält in ihrem Innern ein Bündel dünner, weicher Eisendrähte B, welche zweckmässig durch Firniss von einander isolirt sind. Diese Spirale, welche die primäre oder inducirende Spirale genannt wird, ist umgeben von einer sekundären oder Induktionsspirale C aus sehr zahlreichen und sorgfältig isolirten Windungen eines sehr langen, dünnen Drahtes. Von der Anzahl dieser Windungen*) und der Vollkommenheit ihrer Isolirung wird vorzugsweise der Grad der Wirksamkeit des Apparates bedingt. Endlich ist ein wesentlicher Theil des Apparates der in den Strom der primären Spirale eingeschaltete Selbstunterbrecher D (§ 323), welcher den inducirenden Strom in kurzen Zeitintervallen öffnet und schliesst, wodurch der Eisenkern der Spirale abwechselnd magnetisirt und entmagnetisirt wird, und in der Induktionsspirale Induktionsströme von abwechselnd entgegengesetzter Richtung entstehen.

Fig. 283.



Auch ohne Vorhandensein des Eisenkerns würden durch Oeffnen und Schliessen des Hauptstromes in der sekundären Spirale abwechselnd entgegengesetzte Induktionsströme erzeugt werden. Die magnetoelektrischen Induktionsströme, welche durch Entstehen und Verschwinden des Magnetismus im Eisenkern hervorgerufen werden, übertreffen aber an Intensität bei Weitem die durch den Hauptstrom allein erzeugten Induktionsströme. Man wählt ein Drahtbündel anstatt eines massiven Eisenkernes, weil dünne Drähte den Magnetismus viel schneller annehmen und wieder verlieren, als eine massive Eisenmasse, und deshalb kräftigere Induktionsströme erzeugen.

Wie der Strom der primären Spirale und der entstehende und verschwindende Magnetismus des Eisenkerns auf die Windungen der sekundären Spirale inducirend wirken, so entsteht auch in den Windungen der Hauptspirale selbst im Augenblick des Oeffnens und Schliessens der Kette ein Induktionsstrom, welcher Extrastrom genannt wird. Der Schliessungsextrastrom ist dem inducirenden Strom entgegengesetzt, er schwächt daher seine Intensität im Augenblick der Schliessung oder bewirkt, dass derselbe nicht plötzlich, sondern erst innerhalb eines gewissen, allerdings sehr kurzen Zeitraumes zu seiner vollen Stärke anwachsen kann. Der Oeffnungsextrastrom umgekehrt ist dem Hauptstrom gleich gerichtet, er verlängert daher seine Dauer beim Oeffnen der Kette, oder bewirkt, dass die Stromstärke nicht plötzlich, sondern erst innerhalb einer kurzen Zeit auf Null herabsinkt. Beide Extraströme sind der Entwickelung des eigentlichen Induktionsstromes in der sekundären Spirale schädlich, da dessen Intensität wesentlich von der Geschwindigkeit des Entstehens und Verschwindens des inducirenden Stromes bedingt wird. Es muss jedoch bemerkt werden, dass der Schliessungsstrom dieser schwächenden Wirkung in viel höherem Grade unterworfen

*) In Fig. 283 sind absichtlich nur wenig Windungen gezeichnet.

ist, als der Oeffnungsstrom. Der Schliessungsextrastrom findet nämlich in der Hauptspirale eine vollkommen geschlossene Leitung, kann also vollständig zur Entwickelung kommen, während beim Oeffnen der Kette der Extrastrom nur so lange andauern kann, als der Oeffnungsfunke, welcher an der Unterbrechungsstelle des Hauptstromes entsteht. An der Beschaffenheit dieses Funkens kann man den Einfluss des Extrastromes erkennen. Derselbe erscheint nämlich sehr viel stärker und massiger, wenn eine mit einem Eisenkern versehene Drahtspirale in die Strombahn eingeschlossen ist, als ohne dieselbe, obgleich im letzteren Fall die Stromstärke in Folge des geringeren Widerstandes grösser ist. — Wegen der kürzeren Dauer des Oeffnungsextrastromes ist auch der Oeffnungsinduktionsstrom kürzer, aber weit intensiver als der Schliessungsinduktionsstrom. Um die Intensität des Oeffnungstromes mehr noch zu verstärken, sucht man die Dauer des Unterbrechungsfunkens im Hauptstrom möglichst zu verringern. Dies geschieht am besten durch den Fizeau'schen Condensator. Dieser besteht aus zwei durch Wachstaffet getrennten Stanniolblättern von grosser Oberfläche, welche mit den beiden Theilen des Stromunterbrechers in leitender Verbindung stehen, zwischen denen die Unterbrechung stattfindet. Es wird dadurch bewirkt, dass die entgegengesetzten Elektricitäten des Extrastromes, welche sich im Oeffnungsfunken auszugleichen streben, sich auf den Stanniolblättern des Condensators gegenseitig binden, wodurch ihre Spannung an der Unterbrechungsstelle vermindert und die Dauer des Unterbrechungsfunkens verkürzt wird.

§ 334. Wirkungen der Induktionsströme. Durch Induktionsströme können im Allgemeinen alle Wirkungen hervorgebracht werden, welche den galvanischen Strömen zukommen, wie Ablenkung der Magnetnadel, Magnetisirung von weichem Eisen und Stahl, Glühen und Schmelzen von Drähten, Lichterscheinungen, chemische Zersetzungen, physiologische Wirkungen. Ihren besonderen Charakter aber erhalten die Induktionsströme einerseits durch ihre kurze Dauer, andererseits durch ihre grosse Intensität. In dieser doppelten Beziehung bilden dieselben gewissermassen ein Mittelglied zwischen dem galvanischen Strom und dem Entladungsstrom der Leydener Batterie. Namentlich sind die beschriebenen Induktionsapparate wegen der schnellen Aufeinanderfolge discontinuirlicher Ströme zur Erzeugung starker, physiologischer Wirkungen (vergl. §§ 273, 283) auf den thierischen und menschlichen Körper geeignet, welche vielfach zu Heilzwecken benutzt werden. — Sind die Drahtenden der Induktionsspirale in gut leitender Verbindung, so gleichen sich die durch den Induktionsstrom getrennten Elektricitäten ohne Weiteres in der geschlossenen Spirale aus. Ist dagegen die Leitung zwischen den Drahtenden durch eine Luftstrecke unterbrochen, so erlangen, bei grosser Länge der Induktionsspirale, die auf den Drahtenden angesammelten, entgegengesetzten Elektricitäten eine hinreichende Spannung, um den Zwischenraum in Form eines Induktionsfunkens zu überspringen, ja sogar Nichtleiter, wie z. B. Glasplatten von beträchtlicher Dicke, zu durchbrechen.

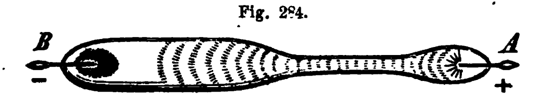
Am Induktionsfunken sind zwei Theile zu unterscheiden, der eigentliche Funke, der als hell leuchtender, bei grösserer Länge zickzackförmig gebrochener, scharf begrenzter Lichtstreif von einem zum andern Poldraht übergeht und am meisten der Funkenentladung der Elektrisirmaschine entspricht, und die diesen Funken umgebende, röthlich gefärbte Lichthülle oder Aureole, an welche hauptsächlich die erwärmenden und zündenden Wirkungen des Induktionsfunkens gebunden sind. Bläst man einen Luftstrom auf den Funken, so folgt die Aureole seiner Einwirkung und wird seitwärts abgelenkt, während der eigentliche Funke nicht beeinflusst wird. In der Aureole scheint gleichsam eine Leitung des elektrischen Stromes durch die Luft stattzufinden, während der Funke eine gewaltsame Durchbrechung derselben bildet. Verbindet man die Drahtenden, zwischen denen der Induktionsfunke übergeht, mit den Belegungen einer Leydener Flasche, so verschwindet die Aureole, und die Funken werden kürzer, aber massiger und

sind mit stärkerem Geräusch verbunden. — Beim Uebergehen der Induktionsfunken erwärmt sich besonders stark der negative Poldraht. Dünner Eisendraht wird leicht bis zum Glühen und Verbrennen erhitzt.

Rühmkorff u. A. haben Induktionsapparate von ausserordentlicher Wirkung construirt, welche bei einer Länge des Induktionsdrahtes von 60 Km. Funken von 30—40cm Länge erzeugten. (Um mittelst der Spannung an den Polen einer galvanischen Kette einen Luftraum von 0,2mm zu überspringen, brauchte Gassiot eine Säule von mehr als 3000 Elementen.)

Von vorzüglicher Schönheit sind die Lichterscheinungen, welche beim Durchgang des Induktionsstromes durch sehr verdünnte Gase und Dämpfe erzeugt werden. Die Gase zeigen im verdünnten Zustand ein sehr viel grösseres Leitungsvermögen als unter dem Druck der Atmosphäre; der absolut luftleere Raum dagegen vermag die elektrische Entladung nicht zu leiten. Am schönsten zeigen sich die Entladungserscheinungen des Induktionsapparats in den sogenannten Geissler'schen Röhren, d. i. Glasröhren von verschiedener Gestalt, welche mit sehr verdünnten Gasen oder Dämpfen gefüllt, an beiden Enden *A* und *B* zugeschmolzen und zur Zuleitung des Stromes mit eingeschmolzenen Platindrähten versehen sind. Nur der Oeffnungsinduktionsstrom vermag, in Folge seiner grösseren Intensität, den Widerstand des Luftraumes zu überwinden. Die beiden Pole unterscheiden sich durch die an ihnen stattfindenden Lichterscheinungen. Der negative Poldraht *B* nämlich erscheint ganz von einem Lichtmantel umhüllt, und das in der Regel bläuliche Licht erstreckt sich am negativen Pol durch die ganze Weite der Röhre. Am positiven Pol dagegen geht das in der Regel mehr röthliche Licht von einem Punkte an der Spitze des Poldrahtes in Form eines Büschels aus. Der grösste Theil der Röhre erscheint von Licht erfüllt, welches aber in der Regel nicht gleichförmig zusammenhängend ist, sondern aus einer Reihenfolge abwechselnd heller und dunkler Schichten besteht, die namentlich bei Gegenwart gewisser Dämpfe (von ätherischen Oelen, Alkohol, Holzgeist u. dergl.) deutlich hervortreten In weiteren Röhren erscheinen die hellen Schichten uhrglasförmig gekrümmt, so dass sie sämmtlich die Convexität ihrer Krümmung dem negativen Ende der Röhre zukehren. Zwischen dem geschichteten Licht und dem bläulichen Licht, welches den negativen Poldraht umhüllt, ist in der Regel ein dunkler Zwischenraum bemerkbar. Das elektrische Licht der Geissler'schen Röhren ist sehr reich an chemisch wirksamen und Fluorescenz erzeugenden, ultravioletten Strahlen (s. §§ 152 und 153), durch welche in dem Glase der Röhren schöne Fluorescenzerscheinungen hervorgerufen werden. Mit dem Prisma analysirt zeigt das Spektrum des elektrischen Lichts gewisse helle, glänzende Linien, welche je nach der chemischen Beschaffenheit der in den Röhren enthaltenen Gase oder Dämpfe verschieden sind, und aus denen man schliessen muss, dass das Licht in der That von den materiellen Theilchen dieser Stoffe ausgesendet wird (vergl. §. 149).

Fig. 284.



C. Wärme- und Lichtentwickelung durch galvanische Ströme, Erzeugung elektrischer Ströme durch Wärme.

§ 335. Erwärmung und Schmelzung von Metalldrähten. Ein von einem elektrischen Strom durchflossener Metalldraht wird erwärmt und zwar um so stärker, je grösser die Stromintensität, je dünner der Draht und je schlechter leitend das Metall ist, aus welchem er besteht. Nach einem von Joule aufgestellten Gesetz ist die während der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge dem Widerstand des Drahtes und dem Quadrat der Stromstärke direkt proportional (Vergl. § 282).

Bei Versuchen über das Glühen und Schmelzen von Metalldrähten ist es zweckmässig, Ketten aus einer geringen Anzahl von Elementen, aber mit möglichst grosser Plattenoberfläche anzuwenden (§ 318).

Drähte aus leicht schmelzbaren oder leicht oxydirbaren Metallen werden durch starke Ströme leicht bis zum Schmelzen oder Verbrennen erhitzt. Selbst dünne und nicht zu lange Platindrähte werden wegen des geringen specifischen Leitungsvermögens dieses Metalls (§ 319) leicht geschmolzen. Man benutzt die Erhitzung dünner Drähte durch den elektrischen Strom zur Zündung von Minen durch Patronen, welche dazu auf geeignete Weise vorgerichtet und mit den isolirten Leitungsdrähten einer galvanischen Batterie in Verbindung gesetzt werden. Die Funken des Induktionsapparates (§ 334) sind neuerdings mit Vortheil zu demselben Zweck benutzt worden. Auch in flüssigen Leitern wird durch den Strom eine ihrem Widerstand proportionale Wärmemenge erzeugt.

§ 336. Unterbrechungsfunke; Davy'scher Lichtbogen, elektrisches Kohlenlicht. Bei Unterbrechung des metallischen Schliessungsbogens einer galvanischen Kette zeigt sich an der Trennungsstelle ein Funke, welcher besonders lebhaft ist, wenn in den Stromkreis Drahtspiralen eingeschaltet sind, in denen magnetisirbare Eisenkerne stecken (vergl. § 333). Um dagegen einen Schliessungsfunken zu erhalten, bedarf es, wegen der geringen Spannung der freien Elektricität an den Polen der offenen Kette, einer sehr kräftigen Batterie von mehreren Hundert Elementen. Hat man jedoch die Poldrähte einer Kette von etwa 20—30 Bunsen'schen Elementen bis zur Berührung genähert, so darf man dieselben um eine gewisse geringe Strecke von einander entfernen, ohne die Stromleitung zu unterbrechen. Die durch die intensive Erhitzung an der Unterbrechungsstelle verflüchtigten Metalltheilchen bilden dann einen die Stromleitung vermittelnden glänzenden Lichtbogen zwischen den beiden Poldrähten, welcher der Davy'sche Lichtbogen genannt wird. Besonders glänzend erscheint derselbe, wenn bei einer Kette von 50—60 Elementen an Stelle der metallischen Poldrähte Kohlenspitzen angewendet werden, die dabei zum hellsten Weissglühen erhitzt werden und nebst dem sie verbindenden Lichtbogen ein Licht ausstrahlen, welches an Intensität dem Sonnenlicht vergleichbar ist.

Eine praktische Anwendung hat das elektrische Kohlenlicht vorzugsweise auf Leuchtthürmen gefunden. Die Kohlenspitzen können im Brennpunkt eines parabolischen Reflektors aufgestellt werden, durch welchen die Lichtstrahlen nach der gewünschten Richtung reflektirt werden. Da die Kohlenspitzen, besonders die positive, durch die Hitze des Lichtbogens, und besonders durch eine eigenthümliche, verflüchtigende Wirkung des Stromes selbst ziemlich schnell abgenutzt werden, so muss durch eine geeignete Vorrichtung dafür gesorgt werden, die Kohlenspitzen in unveränderlicher Entfernung zu erhalten, was durch einen selbstthätigen Regulator erreicht werden kann, der durch einen vom Strom erregten Elektromagnet in Thätigkeit gesetzt wird.

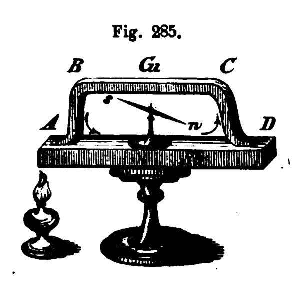
Selbst die feuerbeständigsten Stoffe können im Davy'schen Lichtbogen geschmolzen und verflüchtigt werden, indem man dieselben mit der positiven Elektrode in Berührung bringt. Ausser der Erhitzung, die von dem grossen Leitungswiderstand des Lichtbogens herrührt (§ 335), findet in demselben eine Ueberführung materieller Theilchen vom positiven zum negativen Pol statt, weshalb ersterer stets eine schnellere Abnutzung erleidet. In verdünnter Luft erreicht der Lichtbogen eine viel beträchtlichere Länge, als in der freien Atmosphäre.

Mittelst des Prismas untersucht, zeigt das Licht des Davy'schen Bogens helle Linien, welche von der Beschaffenheit der Metalle oder sonstigen Substanzen abhängen, zwischen denen die Entladung stattfindet, und von den glühenden Dämpfen dieser Substanzen herrühren. Besonders reich ist das elektrische Licht an chemisch wirksamen (ultravioletten) Strahlen (§ 152).

Ueber die Lichterscheinungen bei Entladung des Induktionsstromes in verdünnten Gasen und Dämpfen siehe oben § 334.

§ 337. Thermoelektrische Ströme. Oben (§ 308) ist gezeigt worden, dass eine geschlossene Kette aus zwei oder mehreren Metallen oder anderen Elektricitätsleitern, die das Gesetz der elektrischen Spannungsreihe befolgen, im Allgemeinen keinen galvanischen Strom erzeugen kann, sondern dass zum Zustandekommen eines solchen die Mitwirkung der sogenannten Leiter zweiter Klasse erforderlich ist. Seebeck entdeckte jedoch, dass wenn man in einer solchen aus zwei Metallen, z. B. Kupfer und Antimon, zusammengelötheten Kette *ABCD* (Fig. 285) die eine von beiden Löthstellen, z. B. *A*, erwärmt, während die andere kalt bleibt, in der Kette ein Strom entsteht, welcher eine Magnetnadel abzulenken und andere Wirkungen elektrischer Ströme hervorzubringen vermag. Die Stärke des Stromes wächst mit der Temperaturdifferenz der beiden Löthstellen. Uebrigens ist Intensität und Richtung des Stromes von der Natur der beiden Metalle abhängig. Im oben angeführten Beispiel würde der positive Strom an der warmen Löthstelle vom Kupfer zum Antimon, an der kalten also vom Antimon zum Kupfer gehen. Diese in einem metallischen Schliessungskreis durch ungleiche Erwärmung der Berührungsstellen der Metalle erzeugten Ströme werden thermoelektrische Ströme genannt. Ihre Entstehung erklärt sich durch die Annahme, dass die durch Berührung zweier Metalle erzeugte, elektromotorische Kraft (§ 307) von der Temperatur abhängig ist, so dass die an einer von beiden Berührungsstellen wirksame, elektromotorische Kraft über die andere überwiegt. Hinsichtlich ihres thermoelektrischen Verhaltens lassen sich die Metalle in eine Reihe ordnen, so dass bei Combination irgend zweier Metalle der positive Strom an der wärmeren Löthstelle immer von dem in der Reihe voranstehenden zu dem folgenden Metall übergeht, und der Strom für gleiche Temperaturdifferenzen um so stärker ist, je weiter beide Metalle in der Reihe von einander entfernt sind. Die Reihe ist folgende:

Fig. 285.



+			
Wismuth	Quecksilber	Zinn	Cadmium
Nickel	Platin	Blei	Eisen
Kobalt	Gold	Zink	Antimon.
Palladium	Kupfer	Silber	—

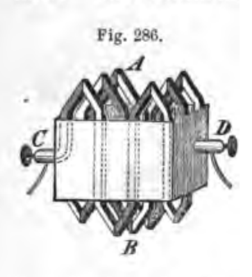
Uebrigens sind der Härtungsgrad der Metalle, ihre krystallinische Beschaffenheit, so wie kleine Beimengungen fremder Metalle von grossem Einfluss auf ihr thermoelektrisches Verhalten. So können z. B. weicher, ausgeglühter und hartgezogener Kupferdraht zu einer thermoelektrischen Kette vereinigt werden. Eine Legirung von 2 Theilen Antimon mit 1 Theil Zinn zeigt noch negativeres Verhalten als das reine Antimon. Markus wendet als positives Metall eine Legirung von 10 Th. Kupfer, 6 Th. Zink, 6 Th. Kobalt, als negatives 12 Th. Antimon, 5 Th. Zink und 1 Th. Wismuth an. Bunsen und Becquerel haben gezeigt, dass gewisse in der Natur vorkommende Schwefelmetalle, namentlich Kupferkies, in thermoelektrischer Hinsicht viel positiver sind als Wismuth.

Die Noë'schen thermoelektrischen Elemente (1871) bestehen aus aneinander gelötheten, 7mm dicken und 27mm langen Stäbchen von verschiedenen Metalllegirungen. Erwärmt werden dieselben an dem einen Ende durch Wärmeleitung vermittelst eines Kupferstäbchens, dagegen an dem andern Ende abgekühlt durch Kupferblech, welches der atmosphärischen Luft eine grosse Oberfläche dar-

bietet. Zwanzig solcher Elemente geben hinter einander geschaltet etwa die elektromotorische Kraft eines Bunsen'schen Elements (§ 311), zugleich aber auch einen inneren Widerstand von ungefähr drei solchen Elementen.

§ 338. Thermoelektrische Säule. Die Intensität der thermoelektrischen Ströme kann verstärkt werden, indem man mehrere Elemente zu einer thermoelektrischen Säule vereinigt. Besonders wichtig ist die Form, welche Nobili und Melloni der thermoelektrischen Säule behufs ihrer Untersuchung über die Gesetze der Wärmestrahlung (§§ 235—238) gegeben haben, und welche in Verbindung mit einem empfindlichen Galvanometer (§ 317) den Thermomultiplikator bildet. Eine Reihe von Wismuth- und Antimonstäbchen sind, wie in Fig. 286 angedeutet, zickzackförmig zusammengelöthet, so dass die Löthstellen abwechselnd auf der einen und auf der anderen Seite der Säule liegen. Eine grössere Zahl solcher Elemente ist in Form eines Würfels verbunden, indem die Zwischenräume zwischen den einzelnen Stäbchen zum Schutz und zur Isolirung mit Harzmasse ausgegossen sind und das Ganze ist in eine Messingfassung eingeschlossen. Die Enden der Kette stehen mit den Klemmschrauben C, D in Verbindung, und von ihnen führen die Leitungsdrähte nach dem Galvanometer. Wird nun eine der beiden gegenüberstehenden Flächen A, B der Thermosäule durch Wärmestrahlen stärker erwärmt als die andere, so entsteht ein thermoelektrischer Strom, welcher die Galvanometernadel ablenkt. Zur besseren Aufnahme der Wärmestrahlen sind die Säulenflächen A und B mit Kienruss geschwärzt (vergl. § 235).

Fig. 286.



Peltier hat entdeckt, dass wie durch ungleiche Erwärmung der Löthstellen zwischen zwei Metallen, z. B. Wismuth und Antimon, ein elektrischer Strom erregt wird, so umgekehrt, wenn der Strom einer galvanischen Kette durch die Verbindungsstelle beider Metalle geleitet wird, eine entsprechende Wärmewirkung eintritt. Es findet nämlich beim Uebergang des positiven Stromes in der Richtung vom Antimon zum Wismuth eine Erwärmung, dagegen beim Uebergang in der Richtung vom Wismuth zum Antimon eine Abkühlung der Löthstelle statt. Im ersteren Fall wird also Wärme erzeugt, im letzteren dagegen wird Wärme verbraucht (§ 344).

D. Chemische Wirkungen des galvanischen Stromes.

§ 339. Elektrolyse, Wasserzersetzung, Voltameter. Leitet man den Strom einer aus mehreren Elementen gebildeten, galvanischen Kette durch Wasser, welches, um es besser leitend zu machen (§ 320), mit etwas Schwefelsäure versetzt worden ist, so beobachtet man an den in das Wasser tauchenden metallischen Leitungsdrähten oder Elektroden eine Gasentwickelung. Das Wasser wird nämlich durch den galvanischen Strom in seine chemischen Elementarbestandtheile, Wasserstoff und Sauerstoff, zerlegt und zwar scheidet sich Wasserstoffgas am negativen, Sauerstoffgas am positiven Poldraht aus. Man nennt den Vorgang der chemischen Zersetzung einer Flüssigkeit durch den galvanischen Strom Elektrolyse, die durch die Wirkung des Stromes sich zersetzenden Körper heissen Elektrolyten. Die in der Regel metallischen Leiter, durch welche der Strom in die Flüssigkeit geleitet wird, werden Elektroden genannt, und zwar die positive Anode und die negative Kathode. Die an den Elektro-

den ausgeschiedenen Bestandtheile heissen Ionen (richtiger Ionten) und zwar der am positiven Pol abgeschiedene der elektronegative Bestandtheil oder das Anion, der am negativen Pol abgeschiedene der elektropositive Bestandtheil oder das Kation. Bei der Zersetzung des Wassers ist also das Anion Sauerstoff, das Kation Wasserstoff.

Man wählt als Elektroden am besten Platinplatten, wenigstens muss die Anode aus einem edlen Metall bestehen, da sich sonst der Sauerstoff nicht gasförmig abscheidet, sondern sich mit dem Metall der Elektrode zu Oxyd verbindet, welches sich in der Säure auflöst. Will man beide Gase von einander getrennt auffangen, so leitet man die Elektroden am besten von unten in das mit verdünnter Säure gefüllte Gefäss *A* (Fig. 287) und stülpt über dieselben die oben zugeschmolzenen und vorher ebenfalls mit Säure gefüllten Glasröhrchen *H*, *O*. Die von den Elektroden aufsteigenden Gasbläschen sammeln sich dann in diesen Glasröhren an, und man beobachtet, dass die abgeschiedenen Volumina beider Gase in demselben Verhältniss stehen, in welchem sie in Wasser vereinigt sind, nämlich 2 Vol. Wasserstoffgas auf 1 Vol. Sauerstoffgas. Werden beide Gase gemeinschaftlich aufgefangen, so erhält man Knallgas. Die Menge des in einer bestimmten Zeit abgeschiedenen Gases ist der Stromstärke proportional, von der Gestalt und Grösse der Elektroden aber unabhängig. Leitet man also denselben Strom durch mehrere hinter einander eingeschaltete Wasserzersetzungsapparate, so werden in allen gleiche Gasvolumina ausgeschieden. Die Menge des in einer gewissen Zeit abgeschiedenen Gases kann daher zur Messung der Stromstärke dienen. Ein zu diesem Zweck vorgerichteter Apparat heisst Voltameter. Um den Leitungswiderstand möglichst zu verringern, giebt man den Elektroden zweckmässig die Gestalt von zwei einander nahe gegenübergestellten Platinplatten *A* (Fig. 288). Das weithalsige Gefäss *B* ist bis nahe an den Hals mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt. Durch den luftdicht schliessenden Stöpsel gehen zwei Drähte, an welchen die Platinplatten befestigt sind, und eine gebogene Glasröhre *C*, durch welche die Gase entweichen und in einer graduirten Glocke *D* aufgefangen werden können.

Fig. 287.

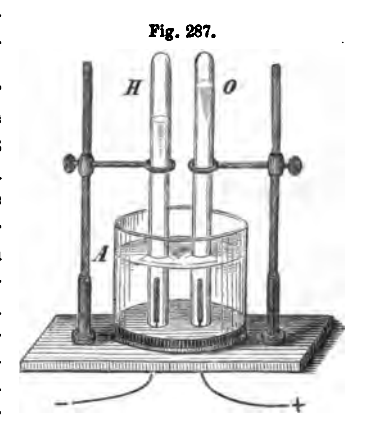
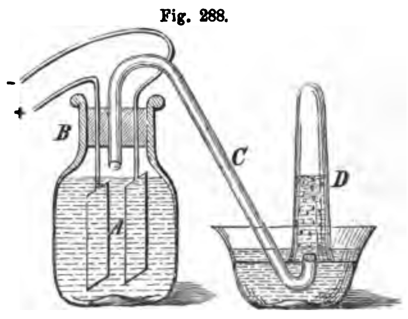


Fig. 288.



Die Zerlegung des Wassers durch die Volta'sche Säule wurde zuerst i. J. 1800 von Nicholson und Carlisle beobachtet. — Der Sauerstoff scheidet sich bei der Elektrolyse nicht als gewöhnlicher Sauerstoff, sondern theilweise in derjenigen Modifikation aus, welche von Schönbein den Namen Ozon erhalten hat (§ 273) und durch einen eigenthümlichen Geruch, sowie durch lebhafter oxydirende Eigenschaften ausgezeichnet ist. Geschieht die Zersetzung bei niedriger Temperatur, so

verbindet sich leicht ein Theil des Sauerstoffs mit dem Wasser zu Wasserstoffsuperoxyd ($H_2O + O = H_2O_2$): in Folge dessen ist das abgeschiedene Sauerstoffvolumen oft etwas kleiner als die Hälfte des Wasserstoffvolumens.

Nach Grothuss kann man sich den Vorgang der Elektrolyse auf folgende Weise erklären. In jedem Wassermolekül sind die darin enthaltenen Wasserstoff- und Sauerstoffatome durch gegenseitige Berührung entgegengesetzt elektrisch, nämlich die Wasserstoffatome besitzen $+E$, die Sauerstoffatome $-E$. Durch die von den Elektroden auf die zunächst befindlichen Moleküle ausgeübte elektrische Anziehung und Abstossung werden diese zunächst so geordnet, dass sie ihre positive (H-) Seite der negativen, ihre negative (O-) Seite der positiven Elektrode zukehren. Indem sich die anziehende Wirkung von Molekül zu Molekül fortpflanzt, werden sämmtliche zwischen den Elektroden befindlichen Moleküle in der Weise, wie es in Fig. 289 angedeutet ist, in Reihen angeordnet. Ist die elektrische Anziehung von Seiten der Elektroden stark genug, um die chemische Anziehung der Bestandtheile eines Moleküls zu überwinden, so wird an der Anode das erste Sauerstoffatom, an der Kathode das letzte Wasserstoffatom abgeschieden, während gleichzeitig alle dazwischenliegenden Moleküle durch gegenseitige Zersetzung ihre Bestandtheile austauschen, wie dies durch die darüber geschriebenen Buchstaben angedeutet ist, worauf sich die Moleküle durch die fortdauernde Anziehung der Elektroden wieder in der ursprünglichen Weise ordnen u. s. f., so lange die Kette geschlossen bleibt.

Fig. 289.

§ 340. Zerlegung anderer binärer Verbindungen, elektrolytisches Gesetz von Faraday. Wie das Wasser, so werden die meisten anderen binären chemischen Verbindungen zerlegt, wenn sie im flüssigen oder gelösten Zustande der Wirkung des Stromes ausgesetzt werden, ja es scheint, dass flüssige Verbindungen überhaupt den Strom nur zu leiten vermögen, indem sie von ihm zersetzt werden. Aus Oxyden, Chloriden, Bromiden, Sulfiden wird O, Cl, Br, S als elektronegativer Bestandtheil an der Anode, dagegen der Wasserstoff oder das Metall, welches mit diesen Grundstoffen verbunden ist, als elektropositiver Bestandtheil an der Kathode abgeschieden. Faraday fand, dass die Gewichtsmengen der durch denselben Strom aus verschiedenen Elektrolyten ausgeschiedenen Bestandtheile im Verhältniss ihrer chemischen Aequivalentgewichte stehen, oder dass gleiche Aequivalente der verschiedenen Verbindungen zersetzt werden.

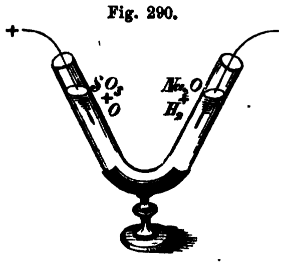
Leitet man z. B. denselben Strom durch drei hinter einander eingeschaltete Zersetzungszellen, von denen die erste Chlorwasserstoffsäure, die zweite verdünnte Schwefelsäure, die dritte geschmolzenes Chlorsilber enthält, so werden in gleicher Zeit in der ersten Zelle 1 Gewth. H und 35,5 Gew. Cl, in der zweiten Zelle 1 Gew. H und 8 Gew. O, in der dritten 108 Gew. Ag und 35,5 Gew. Cl ausgeschieden (§ 16).

Mit Hilfe der galvanischen Kette gelang es Davy zuerst, die Metalle der Alkalien und Erden (Kalium, Natrium, Calcium u. s. w.) aus ihren Verbindungen auszuscheiden. Zur Abscheidung des Kaliums schmilzt man kaustisches Kali oder Chlorkalium in einem Platintiegel, der mit dem positiven Pol der Kette in Verbindung steht und taucht den negativen Poldraht in die geschmolzene Verbindung. An diesem scheiden sich dann metallische Kügelchen von Kalium ab, die beim Herausziehen des Poldrahtes an der Luft mit violetter Flamme verbrennen. (Davy wendete zu diesem Versuch eine Säule von 100 Plattenpaaren an.) Leichter gelingt der Versuch, wenn man in eine Aushöhlung eines feuchten Stückes Kali- oder Natronhydrat, das mit dem positiven Pol verbunden ist, eine kleine Quantität Quecksilber bringt und in dieses den negativen Poldraht taucht. Das abgeschiedene Alkalimetall amalgamirt sich mit dem Quecksilber, welches dadurch zu einer schwammigen Masse anschwillt. Durch Abdestilliren des Quecksilbers kann aus dem Amalgam das reine Metall gewonnen werden.

§ 341. Elektrolyse der Sauerstoffsalze. Sekundäre Ionen. Leitet man den elektrischen Strom durch eine gesättigte Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd (Kupfervitriol, $CuSO_4$), so wird an der negativen Elektrode metallisches Kupfer, an der positiven dagegen Sauerstoff und Schwefelsäure abgeschieden. Man kann sich also die Zersetzung so vorstellen, als werde die Verbindung $CuSO_4$ in Cu und SO_4 zerlegt, wobei aber letzterer Bestandtheil (Daniell's Oxysulfion) sogleich in $SO_3 + O$ zerfällt. Bestehen beide Elektroden aus Kupfer, so wird an der negativen Elektrode Kupfer ausgeschieden, welches an derselben haftet und ihr Gewicht vermehrt, an der positiven Elektrode dagegen löst sich eine gleiche Kupfermenge auf, indem sie sich mit $O + SO_3$ zu Kupfervitriol verbindet, so dass gleichsam eine Ueberführung des Kupfers von der positiven zur negativen Elektrode stattfindet und die Zusammensetzung der Lösung immer unverändert bleibt. — Auf ähnliche Weise können Silber, Gold und andere Metalle aus ihren Lösungen gefällt werden (§ 342).

Unter gewissen Umständen können, anstatt der direkt durch den Strom abgeschiedenen Bestandtheile, sekundäre Zersetzungsprodukte als Ionen auftreten. Elektrolysirt man z. B. eine Lösung von neutralem schwefelsaurem Natron (Glaubersalz Na_2SO_4), welche in einer Uförmig gebogenen Glasröhre (Fig. 290) enthalten ist, so entwickelt sich an der Anode Sauerstoffgas, an der Kathode Wasserstoffgas. Hat man zuvor die Lösung durch Lackmustinktur violett gefärbt, so wird dieselbe auf der Seite der positiven Elektrode geröthet, auf der der negativen gebläut, die neutrale Lösung ist also am positiven Pol sauer, am negativen alkalisch geworden (§§ 19, 20). An ersterem haben sich nämlich, wie beim vorigen Versuch, Sauerstoff und Schwefelsäure abgeschieden, an letzterem hat das sich ausscheidende Natrium sofort unter Wasserstoffentwickelung das Wasser zerlegt und das gebildete Natron hat sich in der Flüssigkeit aufgelöst.

Fig. 290.



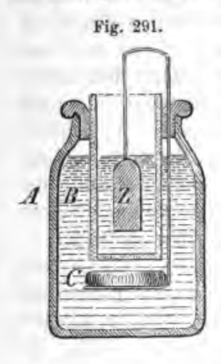
Aus einer Lösung von Bleioxyd in Kalilauge scheidet sich am negativen Pol metallisches Blei ab, der am positiven Pol abgeschiedene Sauerstoff aber verbindet sich sofort mit überschüssigem Bleioxyd zu Bleisuperoxyd, welches sich auf der Anode niederschlägt. Wird diese durch ein blank polirtes Metallblech (am besten Neusilber) gebildet, welchem die Kathode in Form eines spitzen Drahtes gegenübersteht, so erfolgt der Niederschlag in einer dünnen, durchsichtigen Schicht, welche von der Mitte nach den Rändern hin an Dicke abnimmt und aus optischen Gründen (§ 180) lebhafte Farbenringe zeigt, welche die Nobili'schen Ringe genannt werden und die umgekehrte Farbenfolge zeigen wie die Newton'schen Ringe, bei welchen die durchsichtige Schicht von der Mitte nach den Rändern an Dicke zunimmt. — Aehnliche Färbungen können durch Mangansuperoxyd u. s. w. erzeugt werden (Galvanochromie).

§ 342. Galvanoplastik; galvanische Vergoldung und Versilberung. Auf der galvanischen Abscheidung des Kupfers an der negativen Elektrode (§ 341) beruht die von Jacobi (in St. Petersburg) erfundene Galvanoplastik. Der Kupferniederschlag lässt sich nämlich, wenn er langsam und gleichmässig erfolgt ist, in zusammenhängender Form von der Elektrode, auf welcher er sich gebildet hat, ablösen und giebt deren Gestalt auf das genaueste wieder.

Um eine galvanoplastische Nachbildung einer Münze, Medaille, eines Kunstwerkes u. s. w. zu erhalten, verschafft man sich einen Abdruck oder Abguss des

zu copirenden Gegenstandes in Gyps, Wachs, Stearin, Guttapercha oder einem anderen geeigneten Material, dessen Oberfläche durch einen Ueberzug von feingeschlämmtem Graphit leitend gemacht wird, und benutzt diesen als negative Elektrode. Die Fällung des Kupfers kann entweder in der Kette selbst oder ausser der Kette in einer besonderen Zersetzungszelle geschehen. Im ersteren Fall bedient man sich folgender Vorrichtung. In einem weiten Glasgefäss *A* (Fig. 291) ist eine poröse Thonzelle *B* aufgehängt. Diese enthält verdünnte Schwefelsäure, während der äussere Raum mit gesättigter Kupfervitriollösung gefüllt ist, welcher, um dieselbe stets concentrirt zu erhalten, noch überschüssige Krystalle des Salzes hinzugefügt sind. Die zu copirende Form *C* ist durch einen mit nichtleitendem Firniss überzogenen Kupferdraht mit dem Zinkblock *Z* in Verbindung gesetzt, welcher in der Thonzelle enthalten ist. Das Ganze stellt also eine galvanische Kette, ähnlich der Daniell'schen (§ 311) dar, in welcher der positive Strom vom Zink zur Form *C* übergeht, deren leitenden Ueberzug das negative Metall vertritt. Auf der Form wird daher Kupfer niedergeschlagen, während das Zink sich durch den ausgeschiedenen Sauerstoff oxydirt und auflöst.

Fig. 291.

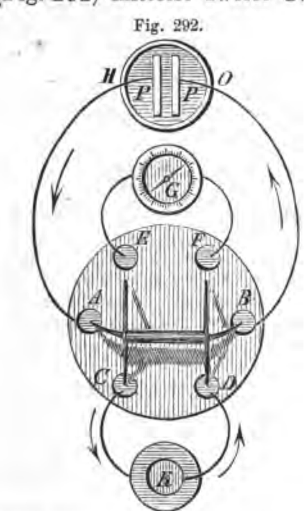


Bei Abformung grösserer Objekte und namentlich im Fabrikbetrieb ist es vortheilhafter, die Fällung des Kupfers in einer besonderen Zersetzungszelle vorzunehmen, in welcher eine Kupferplatte als Anode, die nachzubildende Form als Kathode dient. In demselben Masse wie das Kupfer an der Kathode ausgefällt wird, löst sich dasselbe an der Anode, so dass die Lösung immer neutral und concentrirt erhalten wird, während man gleichzeitig die Regulirung der Stromstärke besser als bei der Fällung in der Kette in der Gewalt hat.

Ganz analog ist das Verhalten bei der galvanischen Versilberung und Vergoldung. Zur Versilberung bedient man sich am besten einer Auflösung von Cyansilber in Cyankalium, in welche der zu versilbernde, vorher erst sorgfältig gereinigte Metallgegenstand als Kathode gebracht wird, während als Anode ein Silberblech dient. Zur Vergoldung dient eine Lösung von Cyangold oder Goldchlorid.

§ 343. Polarisationsstrom. Leitet man den Strom einer Kette *K* (Fig. 292) mittelst zweier Platinelektroden *PP* durch verdünnte Schwefelsäure und verbindet man dann, nachdem der Strom der Kette unterbrochen ist, die beiden Platinelektroden mit einem Galvanometer, so zeigt dieses einen Strom an, welcher in der Flüssigkeit dem ursprünglichen Strom entgegengesetzt gerichtet ist, also von der Kathode zur Anode geht*). Dieser Strom heisst Polarisationsstrom, während der ursprüngliche Strom der polarisirende genannt wird. Der Polarisationsstrom findet seine Erklärung darin, dass in Folge der vorangegangenen Elektrolyse die Anode und Kathode beziehungsweise mit einer Sauerstoff- und Wasserstoffschicht bekleidet sind, und dass das mit Wasserstoff bekleidete Platin durch Berührung mit der Flüssigkeit stärker positiv, das mit Sauerstoff bekleidete stärker negativ erregt wird. Die beiden Platinplatten verhalten

Fig. 292.



*) Die Unterbrechung geschieht durch Umlegen der Wippe *AB* aus den Näpfchen *C* und *D* in die Näpfchen *E* und *F*, welche sämmtlich zur besseren Leitung Quecksilber enthalten. Der neue Strom geht alsdann durch das Galvanometer in der Richtung *EAPPBF*.

sich gegen einander gleichsam wie eine Sauerstoff- und eine Wasserstoffplatte. Da Wasserstoff sich gegen Sauerstoff elektropositiv verhält, so geht der positive Strom durch die Flüssigkeit vom Wasserstoff zum Sauerstoff. — Da durch die Wirkung des Polarisationsstromes an der mit Sauerstoff bekleideten Platinplatte Wasserstoff und an der Wasserstoffplatte Sauerstoff ausgeschieden wird, so vereinigen sich beide in kurzer Zeit wieder zu Wasser. Die Polarisationsströme sind daher nur von vorübergehender Dauer.

Dass der Grund des Polarisationsstromes in den die Platinplatten bekleidenden Gasschichten liegt, hat Grove unzweifelhaft nachgewiesen, indem er solche Ströme auf rein chemischem Wege erzeugte. Er brachte Paare von Platinplatten unter Glocken, welche mit Wasserstoff und mit Sauerstoff gefüllt waren. Das Platin besitzt die Eigenschaft, durch Molekularanziehung eine Schicht des umgebenden Gases auf seiner Oberfläche zu verdichten (§ 107). Bringt man dann zwei solche mit H und O überzogene Platten in verdünnte Schwefelsäure, und verbindet man dieselben durch einen Galvanometerdraht, so zeigt die Ablenkung der Magnetnadel einen Polarisationsstrom an. Aus mehreren solchen Plattenpaaren setzte Grove eine Gasbatterie zusammen.

Aehnliche Polarisationserscheinungen treten bei jedem elektrolytischen Processe ein. Wird in einem galvanischen Strom eine Zersetzungszelle eingeschaltet, so verursacht diese, ausser dem hinzukommenden Leitungswiderstand der Flüssigkeit, auch eine von der Polarisation der Elektroden herrührende, elektromotorische Kraft, welche derjenigen der Kette stets entgegengesetzt gerichtet ist, mithin die Stromintensität vermindert. Ist e die elektromotorische Kraft der Kette, p die entgegenwirkende, elektromotorische Kraft der Polarisation, w der Gesammtwiderstand, so wird die Stromstärke (§ 318) $i = \frac{e-p}{w}$. Ist die Polarisation hinreichend, um die ganze elektromotorische Kraft der Kette aufzuheben, so kann kein dauernder Strom zu Stande kommen. Eine Daniell'sche oder Grove'sche Zelle genügt daher nicht, um Wasser zu zersetzen, vielmehr sind dazu mindestens zwei Elemente erforderlich.

§ 344. Chemische Vorgänge in der Kette, Theorie der constanten Ketten. Wie in einer Zersetzungszelle, so findet stets auch in der Kette selbst ein elektrolytischer Process statt. In den nicht constanten Ketten wird durch die dabei eintretende Polarisation die Stromstärke bald bis auf einen kleinen Bruchtheil ihrer ursprünglichen Grösse vermindert (§ 309). In der Volta'schen Kupfer-Zinkkette bekleidet sich das Kupfer mit einer Wasserstoffschicht, während das Zink sich durch den ausgeschiedenen Sauerstoff oxydirt und auflöst. Diese Polarisation des negativen Metalls durch Wasserstoff wird in den constanten Ketten (§ 311) zum grössten Theil vermieden. In der Daniell'schen Kette scheidet sich auf dem Kupfer an Stelle des Wasserstoffs durch Zerlegung des Kupfervitriols metallisches Kupfer ab (§ 341); bei der Bunsen'schen und Grove'schen Kette wird die Ausscheidung des Wasserstoffs durch die oxydirende Wirkung der Salpetersäure verhindert, welche dadurch zu salpetriger Säure reducirt wird.

Eine besondere polarisirende Wirkung übt die concentrirte Salpetersäure auf das Eisen aus, indem sie dasselbe in den sogenannten passiven Zustand versetzt. Das Eisen bekleidet sich nämlich durch Einwirkung der Säure mit einer unlöslichen Oxydschicht, wodurch es eine ganz andere Stellung in der Spannungsreihe erhält und sich wie ein stark negatives Metall verhält. Darauf beruht die Wirksamkeit der Zink-Eisen- und Eisen-Eisenkette (vergl. § 311).

Becquerel's Säure-Alkalikette besteht aus zwei Platinplatten, von welchen die eine in Salpetersäure, die andere in Kalilösung taucht, und die dadurch entgegengesetzt polarisirt sind.

In jeder geschlossenen Kette findet ein fortdauernder, chemischer Process, insbesondere bei den üblichen Ketten eine Oxydation des Zinks und Vereinigung desselben mit der Schwefelsäure zu schwefelsaurem Zinkoxyd statt. Dieser Zinkverbrauch dient als Arbeitsquelle für alle durch die Kette hervorgebrachten Wirkungen in demselben Sinne, wie der Verbrauch an Brennmaterial für die Dampfmaschine (vergl. § 241). Durch Auflösung eines Pfundes Zink in Schwefelsäure kann eine gewisse Wärmemenge erzeugt werden. Geschieht die Auflösung in der Kette, so wird dabei der Schliessungsdraht der Kette erwärmt, oder es kann durch elektromagnetische Anziehung mechanische Arbeit geleistet werden (§ 323). Umsichtig angestellte Versuche haben nachgewiesen, dass die durch Auflösung des Zinks erzeugte Wärme genau um den Betrag der im Schliessungsdraht erzeugten oder zur Leistung mechanischer Arbeit verbrauchten Wärme vermindert erscheint.

Schaltet man in den Schliessungsbogen eine Zersetzungszelle ein, in welcher z. B. Wasser in seine Bestandtheile zerlegt wird, so wird zur Zerlegung des Wassers Arbeit verbraucht, welche bei der Wiedervereinigung des Wasserstoffs und Sauerstoffs als Wärme wiedergewonnen werden kann. Dieser Arbeitsverbrauch giebt sich durch die verminderte elektromotorische Kraft der Kette kund.

In diesem Sinne kann der in der Kette stattfindende chemische Process als die Quelle der elektromotorischen Kraft der Kette angesehen werden. Bei der thermoelektrischen Kette (§ 337) dient in gleichem Sinne die Wärme als Quelle der elektromotorischen Kraft, indem an der wärmeren von beiden Löthstellen durch den Strom mehr Wärme absorbirt, als an der kälteren erzeugt wird (§ 338).

E. Physiologische Wirkungen des galvanischen Stromes und thierische Elektricität.

§ 345. Der physiologischen Wirkungen elektrischer Ströme ist bereits bei Besprechung der einzelnen Gattungen von Strömen Erwähnung gethan (§§ 273, 283, 290, 304, 309, 332, 334), so dass hier nur noch übrig bleibt, die wesentlichen Ergebnisse zusammenzufassen. Es sind hauptsächlich die Nerven, welche unmittelbar durch den elektrischen Strom gereizt werden, wobei sich die Reizung jedes Nerven in der ihm eigenthümlichen Weise äussert, so dass z. B. die Reizung des Sehnerven eine Lichtempfindung, die des Hörnerven eine Schallempfindung, die der Zungennerven einen eigenthümlichen Geschmack, die der Hautnerven einen örtlichen Schmerz, die Reizung eines Bewegungsnerven aber eine Zuckung oder bei schneller Wiederholung eine krampfhafte Zusammenziehung des Muskels zur Folge hat, in welchem sich die Fasern des Bewegungsnerven verbreiten.

Wiewohl auch ein constanter galvanischer Strom von hinreichender Stärke eine Wirkung auf den menschlichen und thierischen Organismus ausübt, die sich hauptsächlich auf die Empfindungsnerven erstreckt, so äussern sich dagegen die Wirkungen auf die Bewegungsnerven hauptsächlich im Augenblick des Entstehens und des Verschwindens des Stromes, oder bei schnellem Wechsel der Stromstärke. Es sind deshalb die plötzlichen, sehr kurze Zeit andauernden Entladungsströme der

eydener Batterie und die discontinuirlichen Ströme des Induktionsapparats auptsächlich zur Erzeugung heftiger Erschütterungen geeignet.

Die elektrische Reizung der Nerven vermag selbst nach dem Tode, namentlich i kaltblütigen Thieren, noch Muskelzuckungen zu veranlassen, und die Zuckungen s Froschschenkels haben, wie oben (§ 304) gezeigt, die Entdeckung der galvaschen Elektricität herbeigeführt. Nach der Entdeckung der Volta'schen Säule aren die Versuche von Galvani und Alex. v. Humboldt, die Erregung von ektricität im thierischen Organismus nachzuweisen, in Vergessenheit gerathen, s Nobili mit Hilfe des Multiplikators zeigte, dass allerdings in den Muskeln d Nerven des Froschschenkels eine fortdauernde, elektrische Strömung stattfint. Die Gesetze dieser Strömungen sind in neuerer Zeit insbesondere von du Boiseymond auf das Genaueste erforscht und ihr enger Zusammenhang mit dem incip der Nerventhätigkeit im lebenden Organismus unzweifelhaft nachgewiesen rden. Wir müssen jedoch darauf verzichten, auf dieses dem Zweck des vorgenden Grundrisses zu fern liegende Gebiet näher einzugehen.

§ 346. Elektrische Fische. Mehrere Gattungen von Fischen sitzen die merkwürdige Fähigkeit, elektrische Schläge hervorzubringen, ren sie sich als Angriffs- und Vertheidigungswaffe bedienen. Es sind es insbesondere der im Mittelmeer vorkommende Zitterrochen (Torpedo rke), der im Nil und Senegal lebende Zitterwels (Malapterurus elecicus) und der in den süssen Gewässern des tropischen Amerika einimische Zitteraal (Gymnotus electricus L.). Dieselben ertheilen die ektrischen Schläge willkürlich mittelst eines besonderen nervenreichen, ektrischen Organs, welches übrigens bei den verschiedenen Gattungen rschiedenen Bau zeigt. Beim Zitteraal erstreckt sich dasselbe fast durch e ganze Länge des Körpers, vom Kopf bis zum Schwanz, beim Zitterchen liegt es zu beiden Seiten des eiförmigen Körpers und besteht aus hlreichen, nebeneinander stehenden, röhrenförmigen Zellen, deren jede ne grosse Zahl von Querscheidewänden oder auf einander geschichteten lättchen enthält. In jedes dieser Blättchen läuft ein Zweig des elekischen Nerven. Der Entladungsschlag ist dem einer Leydener Flasche ergleichbar, man vermag mittelst desselben Funken, chemische Zersetzungen . s. w. hervorzubringen. Die Fische vermögen mehrere solche Schläge ach einander in kurzen Zwischenräumen zu ertheilen, wobei sich aber re Kraft allmählich erschöpft, so dass zur Wiederherstellung derselben ne Ruhezeit erforderlich ist. Die Zitterfische selbst sind gegen die irkungen elektrischer Schläge von mässiger Stärke unempfindlich.

Elemente

der

Astronomie und mathematischen Geographie.

Erster Abschnitt.

Axenumdrehung der Erde.

§ 347. Anblick des Himmels; Horizont. Der Himmel stellt sich dem Beobachter als ein (abgeflachtes) halbkugelförmiges Gewölbe dar, welches mit seiner kreisförmigen Grundfläche auf der Erde zu ruhen scheint. Denkt man sich das Himmelsgewölbe nach unten zur vollen Himmelskugel erweitert, so nennt man den höchsten und tiefsten Punkt derselben bezüglich Zenith und Nadir. Die gemeinschaftliche Grundfläche der sichtbaren und unsichtbaren Hälfte der Himmelskugel heisst der Horizont (ὁρίζειν, begrenzen) oder Gesichtskreis. Der Horizont ist also derjenige grösste Kreis der Himmelskugel, welcher senkrecht von der durch den Beobachtungspunkt als Mittelpunkt gelegten Vertikalen durchschnitten wird, also gleichweit vom Zenith und Nadir entfernt ist. Unterschieden von diesem, genauer als wahrem oder geometrischem Horizont bezeichneten, ist der scheinbare Horizont, der durch die zufällige Gestalt der Erdoberfläche bestimmt wird.

Der scheinbare Horizont ist ebenso abhängig von der Erhebung des Beobachtungspunktes über der Erde. Als wirklicher Kreis würde er sich nur darstellen, wenn die Erde eine wahre Kugelgestalt hätte und der Standpunkt etwa auf dem freien, unbewegten Meere eingenommen würde. Der wahre Horizont dagegen ist unabhängig von der Höhe des Beobachtungspunktes. Denkt man sich durch den Mittelpunkt der Erde parallel zum scheinbaren Horizont oder zur Tangentialebene der Erde am Fusspunkte des Beobachters eine Ebene gelegt, so wird durch diese und die Tangentialebene, wenn man beide bis zur Region der Fixsterne (§ 398) ausgedehnt denkt, weil gegen die Dimensionen der Himmelskugel die der Erde als verschwindend klein zu erachten sind, auf der Himmelskugel eine Zone von unendlich kleiner Breite, d. h. derselbe Durchschnittskreis bestimmt, der wahre Horizont. Weiterhin ist der wahre Horizont kurzweg als Horizont bezeichnet.

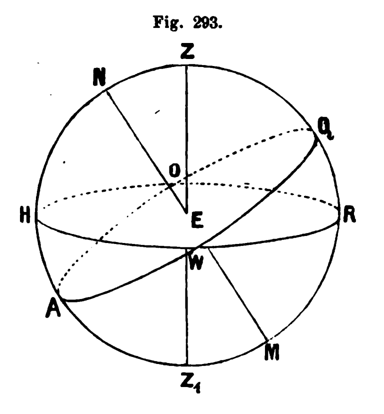
In der Nacht zeigt sich der Himmel mit einer grossen Anzahl von Gestirnen bedeckt, unter denen sich, abgesehen vom Monde, die Fixsterne durch ihr scharfes, funkelndes Licht von den in ruhigem, matterem Glanze leuchtenten Planeten (πλανᾶσθαι, herumschweifen) unterscheiden

lassen. Bei Tage werden die Sterne dem unbewaffneten Auge durch das von der Atmosphäre reflektirte Sonnenlicht verdunkelt.

Bei totalen Sonnenfinsternissen werden die helleren Gestirne sichtbar; ebenso lassen sich dieselben auch bei Tage durch ein Fernrohr auffinden.

§ 348. **Scheinbare tägliche Drehung der Himmelskugel.** Eine kurze Beobachtung genügt zur Wahrnehmung, dass sich der ganze Himmel um eine gegen den Horizont HR (Fig. 293) geneigte Axe NM, die sogenannte Himmels- oder Weltaxe, dreht, so dass einzig die Schnittpunkte dieser Axe mit der Himmelskugel unbeweglich bleiben, die beiden Himmelspole, unterschieden als Nordpol N und Südpol M. Die Bewegung der Gestirne nämlich erfolgt von Osten nach Westen auf parallelen, zur Himmelsaxe senkrechten Kreisen mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit, vermöge deren sie in jeder Stunde einen Bogen von ungefähr 15 Grad beschreiben (§ 354). Ein grosser Theil der Sterne geht dabei am Osthimmel auf und am Westhimmel unter.

Fig. 293.



Zur genaueren Feststellung dieser Bewegung nennt man den Vertikalkreis durch die Weltaxe den Mittagskreis oder Meridian des Ortes und die Schnittpunkte des Meridians mit dem Horizont den Nordpunkt H und den Südpunkt R, von denen auf dem Horizont gleichweit entfernt der Ostpunkt O und der Westpunkt W liegen. Den Meridian erreichen die Gestirne im höchsten und niedrigsten Punkte ihrer Bahn, also zum Theil in der Mitte der Zeit zwischen ihrem Auf- und Niedergange, die Sonne selbst um Mittag. Der Himmelsäquator AQ ist derjenige grösste Kreis der Himmelskugel, welcher durch die Himmelsaxe senkrecht durchschnitten wird. Er geht durch den Ost- und den Westpunkt und wird in diesen Punkten durch den Horizont halbirt. Er theilt die Himmelskugel in zwei Hälften, welche als nördliche und südliche Hemisphäre des Himmels unterschieden werden. Die Lage von Punkten am Himmel lässt sich nunmehr bestimmen, indem man sich durch die beiden Pole ein System von Kreisen gelegt denkt, die Himmelsmeridiane, welche den Aequator senkrecht durchschneiden, und senkrecht zur Himmelsaxe ein zweites System von Kreisen, welche sämmtlich dem Aequator parallel sind und Parallelkreise genannt werden (§ 351).

Die scheinbare Drehung der Himmelskugel (§ 352) ist eine Folge der täglichen Axenumdrehung der Erde. Erdaxe und Weltaxe fallen darum zusammen, ebenso der Aequator der Erde und der Himmelsäquator, sowie auch die Erdmeridiane erweitert mit den Himmelsmeridianen übereinkommen (§ 363).

§ 349. **Circumpolarsterne; Sternbilder.** Die scheinbare tägliche Bewegung der Sterne erfolgt in Parallelkreisen (§ 348), deren höchster und niedrigster Punkt auf dem Meridian des Beobachters liegen und bezüglich als ihr oberer und unterer Culminationspunkt bezeichnet werden, und die verschiedenen Himmelsmeridiane sind als ebensoviele Durchmesser

dieser Bahnen anzusehen. Sterne, deren unterer Culminationspunkt oberhalb des Horizontes liegt, welche also niemals untergehen, heissen Circumpolarsterne. Für den äussersten dieser Sterne ist der untere Culminationspunkt der Nordpunkt (§ 348). Den Bogen, welchen die Gestirne oberhalb des Horizontes beschreiben, nennt man ihren Tagbogen. Der Tagbogen eines Gestirns im Aequator ist demnach ein Halbkreis, der eines Circumpolarsterns ein voller Kreis. Sterne, deren Bahnen unterhalb des Horizontes liegen, bleiben dem Beschauer unsichtbar.

Abgesehen von dieser scheinbaren Bewegung in Parallelkreisen behalten die Fixsterne (vergl. jedoch § 404) ihre gegenseitige Stellung am Himmel bei. Sie werden nach dieser ihrer unveränderlichen Stellung in Gruppen zusammengefasst, die sogenannten Sternbilder, welche sich nach einzelnen heller leuchtenden Repräsentanten leicht unterscheiden lassen.

Zur Orientirung am Nordhimmel dienen in der mittleren Breite von 50° vorzugsweise der grosse Bär (das Siebengestirn), der kleine Bär mit dem Polarstern, die Cassiopeja*), auf deren einer, dem Kopf des grossen Bären zugewandten, ziemlich sternarmen Seite die Giraffe und auf deren anderer Seite sich Cepheus und weiterhin der Drache befinden, der mit seinem Schweife den kleinen Bären umschlingt und sich zwischen diesem und dem grossen Bären der Giraffe zu hinerstreckt.

Nunmehr liegen, vom Polarstern aus gerechnet, jenseits der Cassiopeja, in etwa der doppelten Entfernung wie diese, das Sternbild Andromeda, über die Giraffe hin Perseus und der Fuhrmann mit dem Stern erster Grösse Capella, zwischen beiden weiterhin die Plejaden und Hyaden (mit Aldebaran) und zum Theil bis über den Aequator hinaus der Orion (mit α Orionis [Beteigeuze] und Rigel), noch tiefer der grosse Hund (mit dem Sirius). Weiter kommen zwischen dem Fuhrmann und dem Kopf des grossen Bären das Sternbild der Zwillinge (Castor und Pollux) und nahe am Aequator Procyon; ferner jenseits des Kopfes des grossen Bären der kleine und der grosse Löwe (mit Regulus), und weiterhin jenseits des Schwanzes des grossen Bären die Jagdhunde und am Aequator die Jungfrau (mit Spica); das Sternbild des Bootes (mit Arcturus) liegt in der Verlängerung des kleinen Bären über den Schweif des Drachen hinaus, dann jenseits des Kopfes des Drachen erst die nördliche Krone, (über den Aequator hinaus der Skorpion [mit Antares]) und dann die Leier (mit Wega), (darüber hinaus am Aequator der Adler [mit Atair]), endlich zwischen der Leier und Andromeda der Schwan (mit Deneb).

Aus der oberen und unteren Culmination eines Gestirns lässt sich die Polhöhe (§ 350) des Beobachtungsortes bestimmen, ferner die Lage des Meridians. Das Meridianfernrohr ist nur im Meridian beweglich und dient demnach zur Bestimmung der Culminationszeit der Gestirne und, bei Beobachtung der Sonne, des wahren Mittags (§ 359).

§ 350. Gestalt und Dimensionen der Erde; Polhöhe. Wenn sich ein Beobachter auf demselben Meridian von Süden nach Norden bewegt, so erhebt sich nach Zurücklegung einer Strecke von 15 geographischen Meilen (111 Km.) der Nordpol um einen Grad und verringert sich demnach um ebensoviel die Neigung des Aequators. Die umgekehrte Erscheinung tritt bei der Bewegung nach Süden hin ein, bis am Aequator der Erde selbst der Nordpol mit dem Nordpunkt (§ 348) zusammenfällt und der Aequator ein Vertikalkreis wird. Entsprechende Erscheinungen machen sich auf der Südhälfte der Erde geltend. Allgemein findet sich, dass die Erhebung des Pols über den Horizont, die Polhöhe, übereinkommt mit der

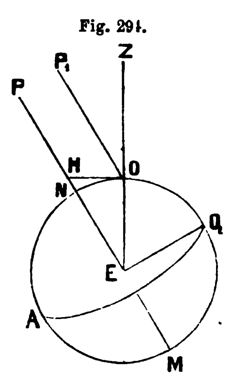
---

*) Die gerade Linie durch die beiden äussersten Sterne des Vierecks im grossen Bären, etwa um das Sechsfache verlängert, führt auf den Polarstern, und dieser liegt wieder ziemlich in der Mitte einer geraden Linie, welche die Mitte des Siebengestirns mit der Cassiopeja verbindet.

ographischen Breite des Ortes, und darum ist die Bestimmung r Polhöhe von so hoher Bedeutung für die geographische Ortsbestimmng (§ 364).

In Fig. 294 ist $OP_1 \parallel MN$, folglich $\measuredangle ZOP_1 = OEN$ d als deren Complementwinkel die Polhöhe P_1OH ich der geographischen Breite OEQ.

Fig. 294.



Aus der Uebereinstimmung der geographischen eite mit der Polhöhe lässt sich ein Schluss auf Kugelgestalt der Erde machen. Bestätigt rd dieser Schluss durch die überall auf der Erde bachtete Kreisform des Horizontes (§ 347), durch bekannte Erscheinung, dass man von entfernhohen Gegenständen beim Annähern zuerst die ren Theile am Horizont auftauchen sieht, durch segelungen der Erde, durch den kreisförmigen atten der Erde bei Mondfinsternissen (§ 384) endlich durch die Beobachtung der Kugelform anderen Himmelskörpern, im Besonderen an der ne, am Monde und an den grösseren Planeten. Gradmessungen der de, genauer zuerst im siebzehnten Jahrhundert durch Picard und Casi ausgeführt, haben ergeben, dass die Meridiangrade mit der geograschen Breite zunehmen, dass also die Erde an den Polen abgeplattet Auf dasselbe Resultat war bereits Newton durch theoretische Unterhungen geführt worden.

Die erste annähernd richtige Bestimmung der Dimensionen der Erde rührt Eratosthenes (276—195 v. Chr.) her, der aus der Höhendifferenz der Sonne Zeit der Sonnenwende in Alexandrien und Syene (Assouan), die etwa $^1/_{50}$ des isumfanges beträgt, während er die Entfernung beider Orte auf 5000 Stadien ätzte, den Umfang eines Erdmeridians auf 250000 Stadien (6250 geogr. Meilen) echnete. Nach den genauesten Berechnungen Bessel's beträgt die Länge des uatorialhalbmessers der Erde 6377,4 Km., die des Polarhalbmessers 6356,08 Km., Unterschied 21,32 Km. — Die Längeneinheit, das Meter, ist ursprünglich als zehnmillionste Theil eines Meridianquadranten der Erde bestimmt worden. ser Bestimmung würden Meridiane vom Halbmesser 6365,5 Km. zugehören, wenn n dieselben als kreisförmig annehmen wollte.

§ 351. Zeit- und Längenunterschiede. Wählt man zu astronoschen Beobachtungen verschiedene Punkte desselben Parallelkreises, so ibt die Polhöhe (§ 350) dieselbe, dagegen ändert sich die Culminationst der Gestirne und im Besonderen auch der Sonne, tritt also eine Zeiterenz ein, welche mit zunehmender Entfernung von Osten nach Westen wächst. Für jeden Längengrad (§ 364) beträgt die Zeitdifferenz den 0. Theil eines Tages, d. h. 4 Minuten, weil bei der scheinbaren Drehung Himmelskugel um ihre Axe ein Gestirn gerade um diese Zeit früher den Meridian gelangt, als für einen um einen Grad mehr westlich geenen Punkt der Erde.

Für alle Punkte also der Erde, welche sich nur in der geographischen Breite, ht in der Länge, unterscheiden, kommt derselbe Stern zu gleicher Zeit, aber verschiedener Höhe in den Meridian; dagegen für alle Punkte gleicher Breite, lche sich also nur in der Länge unterscheiden, gelangt derselbe Stern in gleicher he, aber zu verschiedener Zeit in den Meridian. Darum dienen gute Chronoter zur Bestimmung der geographischen Länge (vergl. § 355), während durch nröhre, welche zur Beobachtung der Höhe der Gestirne dienen, die geograsche Breite eines Ortes festgestellt wird (§ 350).

§ 352. Axenumdrehung der Erde. Die bisher betrachtete Bewegung der Himmelskugel ist Jahrtausende lang als solche aufgefasst worden und es hat langer Forschungen und eines schweren Kampfes gegen Vorurtheile bedurft, ehe sich die Ueberzeugung Geltung verschafft hat, dass die tägliche Umdrehung des Himmels nur eine scheinbare ist, also auf Täuschung beruht und nur die Folge ist einer Bewegung der Erde um ihre Axe, welche in der Richtung von West nach Ost innerhalb eines Tages erfolgt. Obschon der Sprachgebrauch selbst, nach welchem man immer noch die Gestirne auf- und untergehen, die Sonne ihren täglichen Lauf am Himmel beschreiben lässt u. s. w., der Klarlegung dieser Thatsache widerstreitet, so lassen sich, abgesehen vor Allem davon, dass die besprochene tägliche Bewegung der Himmelskugel durch Annahme der Axenumdrehung der Erde als mit den einfachsten Mitteln bewerkstelligt erscheint, für diese Axenumdrehung folgende Gründe vorzugsweise hervorheben:

1. Das Massenverhältniss der Erde und der meisten Himmelskörper, z. B. zur Sonne wie 1 : 355000 (§ 370).

2. Alle Himmelskörper, wie verschieden ihre Entfernung von der Erde sein mag, legen ihren scheinbaren Lauf um die Erde in der gleichen Zeit von 24 Stunden zurück.

3. Die Analogie mit den an anderen Himmelskörpern, vorzugsweise an den Planeten und an der Sonne selbst (§ 372), beobachteten Rotationsbewegungen.

4. Die Abplattung der Erde an den Polen, dargethan durch die Abnahme der Schwerkraft von den Polen zum Aequator (§ 350).

Der Astronom Richer musste im Jahre 1672 sein in Paris regulirtes Sekundenpendel nahezu um 4 Mm. verkürzen, als er mit demselben in Cayenne Beobachtungen anstellte, weil es in 24 Stunden um 148 Sekunden zu spät ging, während er nach seiner Rückkehr in Paris die frühere Pendellänge wiederherzustellen hatte. (Vergl. § 63).

5. Die Luftströmungen in der Erdatmosphäre, im Besonderen die Passat- und Gegenpassatströmungen (§ 252).

6. Die östliche Abweichung von der vertikalen Richtung eines aus grosser Höhe fallenden Körpers. Vermöge der vermehrten Schwungkraft, welche ein Punkt in grösserer Erhebung über der Erdoberfläche, z. B. an der Spitze eines Thurmes, verglichen mit einem Punkte am Fusse desselben besitzt, ergiebt sich für den ersteren eine grössere horizontale Drehungscomponente in der Richtung der Axenumdrehung, d. h. von Westen nach Osten, so dass ein von der Spitze herabfallender Körper in dieser Richtung der Drehung eines Punktes am Fusse voraneilen muss.

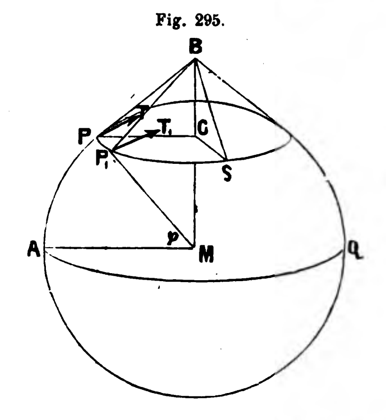
Schon von Newton ist 1679 diese Abweichung vorausgesagt worden, bestätigt wurde sie durch Versuche von Reich in Freiberg, bei denen sich für eine Fallhöhe von 158,5^{m} und die Beschleunigung der Erdschwere $g = 9{,}811^{m}$, in der geogr. Breite 50° 57′ eine östliche Abweichung von 28^{mm} ergab, während die Theorie eine solche von 27,5^{mm} erforderte. Ausser der östlichen zeigt ein fallender Körper auch eine, wenn auch nur sehr geringe südliche Abweichung von der vertikalen Richtung.

7. Der Foucault'sche Pendelversuch. Ein möglichst frei aufgehängtes Pendel zeigt im Sinne der scheinbaren täglichen Drehungsrichtung der Himmelskugel eine Drehung seiner Schwingungsebene. Die Schwingungsebene eines Pendels nämlich, auf welches andere Kräfte als

die Schwere nicht einwirken, muss in der That unveränderlich bleiben; darum ändert sich ihr Winkel mit allen auf der sich unter ihr drehenden Erde fest gegebenen Richtungen und zwar in der Weise, dass an jedem Pol diese Richtungsänderung in 24 Stunden 360^0, also in einer Stunde 15^0 beträgt, während am Aequator dieselbe sich auf Null reducirt. An einem Aufhängungspunkte in der Breite φ dreht sich die Schwingungsebene in einer Stunde um den Winkel $15^0 . \sin \varphi$.

Es sei APQ (Fig. 295) ein Erdmeridian, $AMP = \varphi$ die geographische Breite des Aufhängungspunktes P. In einem sehr kleinen Zeitraum beschreibe, vermöge der Axendrehung der Erde, der Punkt P das Element PP_1 des Parallelkreises, das als geradlinig angesehen werden mag. Schwingt das Pendel anfänglich in der durch die Tangente PT dargestellten Richtung, so ist wegen der Unveränderlichkeit der Richtung der Schwingungsebene durch $P_1T_1 \parallel PT$ die Schwingungsrichtung in P_1 dargestellt; die Richtungen der Meridiane dagegen in P und P_1 sind die der Tangenten PB und P_1B. Im Ganzen wird von PB ein Kegelmantel beschrieben, das Element PBP_1 ist als eben anzusehen, und weil in seiner Ebene die parallelen Linien PT und P_1T_1 enthalten sind, so ist Winkel $PBP_1 = BP_1T_1 - BPT$, also wird durch diesen Winkel die scheinbare Richtungsabweichung der Schwingungsebene in P_1 dargestellt.

Fig. 295.



Allmählich setzt sich im Laufe der Zeit aus den Bogenelementen PP_1 der Bogen PS, aus den Flächenelementen PBP_1 das Mantelstück PBS zusammen: während also in Folge der Axenumdrehung der Erde der Aufhängungspunkt P den Bogen PS beschreibt, summiren sich die scheinbaren Abweichungen der Schwingungsebene des Pendels zu einem Winkel, welcher sich durch Applanirung des Mantelstückes PBS ergiebt. Es sei dieser Winkel durch γ_1, PCS aber durch γ bezeichnet, so verhält sich γ_1 zu γ, wie der Kreisausschnitt PCS zu dem Mantelstück PBS, d. h. wie cos BPC zu 1, und weil BPC das Complement der Breite φ ist, so ist

$$\gamma_1 = \gamma . \sin \varphi.$$

Foucault hat seine Versuche öffentlich zuerst 1851 im Pariser Observatorium und später im Pantheon, die letzteren mit einem 62 Meter langen Pendel, angestellt.

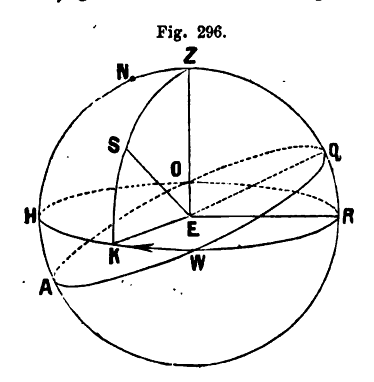
In der Breite von Berlin, d. h. für $\varphi = 52^0\ 30''$ dreht sich die Schwingungsebene eines Pendels in 24 Stunden um $285^0\ 30'$, also in einer Stunde um $11^0\ 54'$.

Die Zeit der Axenumdrehung der Erde kann als unveränderlich angesehen werden; wenigstens hat Laplace den Schluss gemacht, dass sich diese Zeit seit Hipparch, d. h. seit 2000 Jahren, nicht um den hundertsten Theil einer Sekunde geändert hat. Aus neueren Berechnungen jedoch über den hindernden Einfluss der durch Sonne und Mond bewirkten abwechselnden Bildung von Ebbe und Fluth (§ 388) hat sich ergeben, dass die Erde sich vor 10000 Million Jahren etwa doppelt so schnell um ihre Axe gedreht haben mag als jetzt.

§ 353. Das Horizontalsystem, Azimuth und Höhenwinkel. Die Bestimmung der Lage eines Punktes am Himmel geschieht ähnlich wie die eines Punktes in der Ebene, nämlich durch rechtwinklige Coordinaten, welche ihrem jedesmaligen Zwecke entsprechend gewählt werden. Handelt es sich um die Feststellung der augenblicklichen Lage eines Gestirns S bei einer Beobachtung, so bedient man sich des Horizontalsystems. Zu Grunde liegt demselben (Fig. 296) der Horizont HR des Ortes, ent-

sprechend der Abscissenaxe, und die Höhe *SK* des Gestirns über dem Horizont, gemessen auf dem zugehörigen Vertikalkreise, als Ordinate; diese Coordinaten heissen Azimuth und Höhenwinkel. Als Anfangspunkt für das Azimuth gilt der Südpunkt *R*, und von diesem aus rechnet man das Azimuth über Westen, Norden und Osten von 0^0 bis 360^0, so dass also das Azimuth *RK* angiebt, wieviel Grade nach Westen hin von seiner höchsten Stellung im Meridian des Beobachtungsortes das Gestirn vorgerückt ist. Der Höhenwinkel *SK* $= h$ wird von 0^0 bis 90^0 gezählt und ist jedesmal das Complement der Zenithdistanz *SZ* des Gestirns.

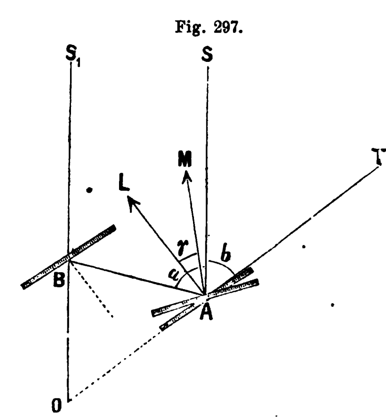
Fig. 296.



Zur Bestimmung des Azimuths und des Höhenwinkels dient vorzugsweise ein Fernrohr (vielleicht ein Theodolit), dessen Stellung zugleich auf einem horizontalen und auf einem vertikalen, genau graduirten Kreise abgelesen werden kann; der nach dem Nullpunkt des horizontalen Kreises gerichtete Radius liegt im Meridian des Beobachtungsortes. — Das einfachste Instrument zu einer Höhenbestimmung ist der Sextant, durch welchen man das Gestirn *S* selbst und sein Bild in einem horizontalen Spiegel, einem künstlichen Horizont, der sich am zweckmässigsten durch Quecksilber herstellen lässt, zur Deckung bringt.

Der Winkel $S_1OT = SAT = b$ (Fig. 297), unter welchem die beiden (unendlich entfernten) Punkte *S* und *T* von *O* aus erscheinen, ist doppelt so gross als der Winkel $\gamma = LAM$, um welchen der Spiegel *A* (die Alhidade) gedreht ist; *LA* und *MA* sind Einfallslothe für die verschiedenen Stellungen des Spiegels. In der That hat man, den Winkel $BAS = a$ gesetzt, $\measuredangle BAT = a + b$, $BAL = \frac{a}{2}$, $MAT = \frac{a+b}{2}$, folglich LAM oder $\gamma = \frac{b}{2}$.

Fig. 297.

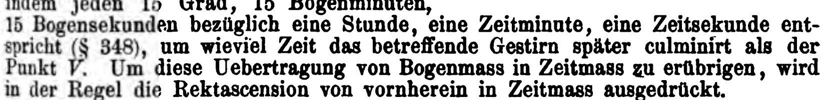


Zur Feststellung der durch Beobachtungen am Himmel gewonnenen Resultate hat man die durch die Brechung der Lichtstrahlen in der Atmosphäre veranlasste Ablenkung derselben von ihrem geradlinigen Wege in Betracht zu ziehen, also eine Correktion wegen der atmosphärischen Strahlenbrechung zu machen, welche um so grösser ist, je flacher gegen den Horizont die Lichtstrahlen in die Atmosphäre eintreten. Die Ablenkung der Lichtstrahlen steigt bis über einen halben Grad und ist ausserdem, weil die Luft nicht immer dieselbe Dichtigkeit besitzt, von dem Stande des Quecksilbers im Thermometer und Barometer abhängig. Um zuverlässige Resultate aus Beobachtungen zu erhalten, dürfen diese sich nicht unter eine Höhe von 25^0 ausdehnen.

§ 354. Das Aequatorialsystem, Rektascension und Deklination. Um die gegenseitige Stellung der Gestirne zu einander zu bestimmen, also vorzugsweise auch um ihre Lage auf einer Sternkarte festzustellen, dient das Aequatorialsystem. Als Fundamentalkreis tritt hier (Fig. 298) der Himmelsäquator *AQ* auf und auf diesen wird der Ort

eines Gestirns S bezogen, einmal durch seine Entfernung vom Aequator SL, die Deklination δ, welche auf dem durch das Gestirn gehenden Meridian nördlich und südlich von 0^0 bis 90^0 gezählt wird, und ferner durch den Abstand dieses Meridians von einem bestimmten Punkte des Aequators dem Frühlings-Tagundnachtgleichenpunkte V (§ 356), durch die Rektascension VL (genauer $VQAL) = \alpha$, welche von Westen durch Süden nach Osten, also entgegengesetzt der durch die Pfeilspitze angedeuteten scheinbaren Drehung der Himmelskugel, gerechnet wird von 0^0 bis 360^0.

Fig. 298.

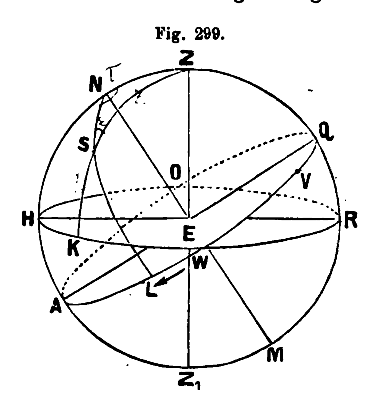


Die Rektascension α eines Gestirns giebt an, um wieviel Grade bei der scheinbaren Umdrehung der Himmelskugel dasselbe hinter dem Aequinoktialpunkte V zurück ist, oder wenn man die Gradanzahl in Zeit überträgt, indem jeden 15 Grad, 15 Bogenminuten, 15 Bogensekunden bezüglich eine Stunde, eine Zeitminute, eine Zeitsekunde entspricht (§ 348), um wieviel Zeit das betreffende Gestirn später culminirt als der Punkt V. Um diese Uebertragung von Bogenmass in Zeitmass zu erübrigen, wird in der Regel die Rektascension von vornherein in Zeitmass ausgedrückt.

Von der Rektascension wohl zu unterscheiden ist der Stundenwinkel eines Gestirns, durch welchen die Grösse der Drehung der Himmelskugel oder die Zeit ausgedrückt wird, welche verflossen ist seit seiner oberen Culmination, so dass der Stundenwinkel mit jeder Stunde um 15^0 wächst, während die Rektascension unverändert dieselbe bleibt.

§ 355. Das Polardreieck. Die Elemente des Horizontal- und des Aequatorialsystems vereinigt dienen zur Beantwortung vieler Fragen, welche vorzugsweise die Bestimmung der Zeit betreffen, und von denen einzelne hervorgehoben werden mögen. In Fig. 299 sei die Himmelskugel dargestellt und zwar sei HR der Horizont, Z das Zenith, ferner AQ der Aequator und N der Nordpol, so sind (§ 348), R, W, H, O bezüglich der Süd-, West-, Nord-, Ostpunkt: legt man jetzt durch S, den Ort eines beliebigen Sternes, den Vertikalkreis ZSK, so ist SK der Höhenwinkel h und SZ, das Complement von h, die Zenithdistanz z, RK das Azimuth a des Sternes (§ 353) und NH die Polhöhe φ, und wenn durch S und NM der Meridian gelegt wird, so ist SL die nördliche Deklination δ und VL (genauer $VQOAL$) die Rektascension α (§ 354), endlich der Winkel QNL, auf dem Aequator durch den Bogen QL gemessen, der Stundenwinkel τ.

Fig. 299.



Von besonderer Bedeutung für den Zusammenhang der eben erwähnten Elemente ist das sphärische Dreieck NSZ, das sogenannte Polardreieck des Sternes, dessen Seiten und Winkel, wie folgt, darzustellen sind:

$$SZ = 90 - h = z \qquad SNZ = \tau,$$
$$NS = 90 - \delta, \qquad NZS = 180^0 - a,$$
$$ZN = 90 - \varphi, \qquad ZSN = \varepsilon,$$

wo ε der parallaktische Winkel des Sternes heisst. Aus jeden drei dieser Bestimmungsstücke sind die übrigen leicht zu berechnen.

Es sei beispielsweise die geographische Breite eines Ortes φ und bei einmaliger Beobachtung Azimuth und Höhe eines Sternes bekannt, so ist durch Rechnung leicht seine Deklination und sein Stundenwinkel zu bestimmen. Gegeben sind

$$NZ = 90 - \varphi, Z = 180 - a, SZ = z,$$

folglich ergiebt sich die Deklination δ aus der Gleichung

$$\cos SN = \cos NZ \, . \cos SZ + \sin NZ \, . \sin SZ \, . \cos Z$$

oder

$$\sin \delta = \sin \varphi \, . \cos z - \cos \varphi \sin z \cos a.$$

Oder ist aus der Polhöhe eines Ortes, der Deklination und dem Höhenwinkel eines Sternes sein Stundenwinkel zu finden, so ergiebt sich

$$\operatorname{tg} \frac{\tau}{2} = \pm \sqrt{\frac{\sin (s - \varphi) \sin (s - \delta)}{\cos s \, . \cos (s - z)}},$$

wo beide Zeichen in Betracht kommen können, weil der Stundenwinkel τ bis 360° gezählt wird (§ 354) und $s = \frac{\varphi + \delta + z}{2}$ zu setzen ist. Ist die Sonne das beobachtete Gestirn, so ergiebt sich als Resultat der Stundenwinkel der Sonne, d. h. die wahre Sonnenzeit (§ 359). Darum wird die Beobachtung der Höhe der Sonne von grosser Bedeutung für die Zeit- und Längenbestimmung, zumal auf offener See, durch Vergleichung mit einem guten Chronometer, welches etwa die mittlere Zeit eines seiner Länge nach bekannten Hafenplatzes zeigt.

Zweiter Abschnitt.

Bewegung der Erde um die Sonne.

§ 356. Scheinbare jährliche Bewegung der Sonne. Gleichzeitig oder nahezu gleichzeitig mit der Sonne culminiren zu jeder Zeit des Jahres bestimmte Fixsterne, unter denen sich während der Zeit der unteren Culmination der Sonne, d. h. um Mitternacht, die Circumpolarsterne (§ 349) der Beobachtung nicht entziehen. Bei dieser Beobachtung findet sich, dass die um Mitternacht culminirenden Sterne allmählich vorrücken und zwar in der Weise, dass im Laufe eines Jahres nach und nach jeder Theil des Fixsternhimmels seine untere (sowie auch obere) Culmination erreicht. Das Gleiche gilt für die Sonne: während aber auf diese bezogen der Fixsternhimmel von Osten nach Westen vorzurücken scheint, bleibt die Sonne selbst scheinbar am Himmel zurück, oder macht an diesem alljährlich in der Richtung von Westen nach Osten, also entgegengesetzt der scheinbaren täglichen Drehung der Himmelskugel, einen Umlauf. Dabei ändern sich zugleich von Tage zu Tage der Höhenwinkel der Sonne, im Besonderen ihre Mittagshöhe (§ 353), und die Punkte ihres Auf- und Unterganges. Wenn man nunmehr die verschiedenen Stellungen der Sonne in eine Sternkarte, oder besser auf einen Himmelsglobus einträgt, so zeigt sich, dass die Sonne während eines Jahres einen grössten Kreis am Himmel beschreibt, die Ekliptik (ἐκλειπτικὸς κύκλος), welcher gegen den Aequator die ungefähre Neigung von $23^1/_2{}^0$ hat. Befindet sich die Sonne in einem der beiden Schnittpunkte von Aequator und Ekliptik, so beträgt ihr Tagbogen (§ 349) 180°, sind also Tag und Nacht einander gleich: diese Schnittpunkte heissen darum auch der Frühlings- und Herbst-Tagundnachtgleichenpunkt (Aequinoktialpunkte) (♌ und ♎). Während

des Sommers befindet sich die Sonne auf der nördlichen Hälfte der Himmelskugel, und zwar in ihrer grössten Entfernung, nämlich $23\frac{1}{2}^0$, vom Aequator zur Sommersonnenwende am 21. Juni, während sie die entgegengesetzte tiefste Stelle am Südhimmel am 21. December im Wintersonnenwendepunkte einnimmt (§ 366). Vom Frühlings-Aequinoktium aus kommt sie dabei im Laufe eines Jahres nach einander in die zwölf Sternbilder des Thierkreises oder Zodiacus:

Widder,	Stier,	Zwillinge, —
Krebs,	Löwe,	Jungfrau, —
Wage,	Scorpion,	Schütze, —
Steinbock,	Wassermann,	Fische,

deren jedes 30^0 des Thierkreises umfasst.

Die Schiefe der Ekliptik schwankt zwischen gewissen Grenzen in Perioden, welche viele Jahrtausende umfassen, im Jahre 1874 war sie $23^0\ 27'\ 20''$ und gegenwärtig wird sie jährlich um $\frac{1}{3}$ Sekunde kleiner. Nach den Untersuchungen von Lagrange hat die Schiefe der Ekliptik im Jahre 29400 v. Chr. ein Maximum von $27^0\ 31'$, 14400 v. Chr. ein Minimum von $21^0\ 20'$, 2000 v. Chr. ein neues Maximum von $23^0\ 53'$ erreicht. Im Jahre 6600 n. Chr. wird ein neues Minimum von $22^0\ 54'$ eintreten. Die Zeichen des Thierkreises,

(Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces)

deren Namen sich auch in der geographischen Bestimmung der Grenzkreise der heissen Zone, der Wendekreise des Krebses und des Steinbocks (§ 367), geltend machen, sind wohl zu unterscheiden von den gleichnamigen Sternbildern des Thierkreises, welche je um ein Zeichen voraus sind, so dass jetzt der Frühlingsnachtgleichenpunkt ♈ am Anfange des Sternbildes der Fische liegt (vergl. § 358).

§ 357. **Das ekliptische System, Länge und Breite.** Die Ekliptik dient als Fundamentalkreis zur Ortsbestimmung eines Punktes am Himmel, zumal bei Untersuchungen über die Bewegung der Planeten, nach einem neuen Coordinatensystem (vergl. §§ 353 und 354). Man denkt sich (Fig. 300) in der Mitte O der Ekliptik EK eine senkrechte Axe errichtet, deren Schnittpunkte mit der Himmelskugel, P und p, der nördliche und südliche Pol der Ekliptik heissen, und nennt dann den Abstand eines Gestirns S von der Ekliptik SR, seine nördliche oder südliche Breite und den Abstand des durch das Gestirn und die Axe der Ekliptik gelegten Kreises PSR von ♈, auf der Ekliptik gemessen, R♈, die Länge des Gestirns, die letztere gemessen in der Richtung von Westen über Süden nach Osten von 0^0 bis 360^0.

Fig. 300.

Die astronomische Breite der Sonne ist stets gleich Null, ihre Länge im April zwischen 10^0 bis 40^0, im Mai zwischen 40^0 bis 70^0 u. s. w., im März zwischen 340^0 und 10^0.

Die Wechselbeziehung des ekliptischen und des Aequatorialsystems (§ 354) wird aus Fig. 300 klar, wo AQ den Aequator, NM die Weltaxe, EK die Ekliptik, P und p den nördlichen und südlichen Pol der Ekliptik bedeuten, also $PN = KQ = i$ die Schiefe der Ekliptik. Ist S wieder das Gestirn, so ist $SR = \beta$ die Breite und R♈ $= \lambda$ die Länge, ferner $SL = \delta$ die Deklination, L♈ $= \alpha$ die Rektascension, und demnach im $\triangle\ PNS$

$$PN = i, \qquad NPS = 90^0 - \lambda,$$
$$NS = 90^0 - \delta, \qquad PNS = AOL = 90^0 + \alpha.$$
$$PS = 90^0 - \beta,$$

§ 358. Siderisches und tropisches Sonnenjahr. Um ihren scheinbaren jährlichen Umlauf am Fixsternhimmel zu vollenden, braucht die Sonne 365 Tage $6^h\ 9^m\ 10^s = 365{,}2564$ Tage: dieser Zeitraum, welcher also erforderlich ist, damit die Sonne die frühere Stellung unter den Fixsternen wiedererreicht oder damit derselbe Fixstern zu derselben Zeit denselben Meridian erreicht, also etwa um Mitternacht culminirt (§ 356), ist ein siderisches Sonnenjahr. Davon zu unterscheiden ist die Zeit, welche verfliesst zwischen zwei auf einanderfolgenden Frühlingsäquinoktien, d. h. zwischen zwei aufsteigenden Durchgängen der Sonne durch den Aequator, welcher Zeitraum als tropisches Sonnenjahr benannt wird. Die ungleiche Dauer des siderischen und tropischen Sonnenjahres ist daraus zu erklären, dass die Aequinoktialpunkte nicht feste Punkte der Ekliptik sind, sondern auf dieser sich langsam rückwärts bewegen. Diese Rückwärtsbewegung erfolgt in der Richtung von Osten nach Westen, also im Sinne der scheinbaren täglichen Bewegung des Himmels, bringt also alljährlich die Sonne den Sternen scheinbar voraus und wird darum als Präcession der Nachtgleichen bezeichnet. Dieselbe beträgt im Jahre 50,21 Bogensekunden, welche die Sonne in etwa 20 Minuten durchläuft. Um diese Zeit also ist das tropische Sonnenjahr kürzer als das siderische. Genauer ist die Dauer des tropischen Sonnenjahres

$$365 \text{ Tage } 5^h\ 48'\ 49{,}5'' = 365{,}24224 \text{ Tage.}$$

In Folge der Präcession der Nachtgleichen wird durch jeden Aequinoktialpunkt die ganze Ekliptik in einer Periode von 25868 Jahren durchlaufen und findet eine fortwährende allmähliche Zunahme der Länge der Gestirne statt (§ 357); es erklärt sich daraus auch das in § 356 erwähnte Vorrücken der Sternbilder des Thierkreises, welches entsprechend dem Zeitraum von ungefähr 2000 Jahren, seitdem diese Sternbilder festgestellt worden sind, mehr als den zwölften Theil der Ekliptik, d. h. mehr als 30^0 beträgt. Mit der Präcession der Nachtgleichen steht ferner in unmittelbarer Verbindung eine allmähliche Aenderung in der gegenseitigen Lage der Erd- oder Himmelsaxe und der Axe der Ekliptik, welche als Nutation der Erdaxe benannt wird und im Wesentlichen darin besteht, dass die Erdaxe um die Axe der Ekliptik in 25868 Jahren unter dem Winkel i, der Schiefe der Ekliptik, einen Kegelmantel beschreibt (§ 64).

§ 359. Sonnen- und Sterntag, Sonnenzeit, Zeitgleichung. Mit Frühlingsanfang, am 21. März, steht die Sonne im Aequinoktialpunkte, geht also gleichzeitig mit diesem durch den Meridian; am folgenden Tage ist sie bereits um nahezu einen Grad auf der Ekliptik von Westen nach Osten weitergerückt, also der ♌ ihr ziemlich um 4 Minuten voraus, so dass die Sonne 4 Minuten später durch den Meridian geht als der ♌, und so nimmt die Verspätung des Durchganges der Sonne durch den Meridian täglich um etwa 4 Minuten zu. Die Zeitdauer zwischen zwei auf einander folgenden Culminationen eines Fixsternes wird ein Sterntag genannt, die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Culminationen der Sonne ein wahrer Sonnentag. Der letztere ist demnach um etwa 4 Minuten länger als der erstere.

Die Astronomen pflegen nach Sternzeit zu rechnen und jeden Sterntag mit dem Moment der Culmination des Aequinoktialpunktes zu beginnen, so dass die Rektascension eines Sternes (§ 354) unmittelbar seine Culminationszeit angiebt. Bei der Unveränderlichkeit der Axendrehung der Erde (§ 352)

ist auch der Sterntag von unveränderlicher Länge; dagegen ist die Dauer eines wahren Sonnentages innerhalb gewisser Grenzen veränderlich, einmal weil dieselbe abhängig ist von dem mit ungleichförmiger Geschwindigkeit erfolgenden Fortrücken der Sonne auf der Ekliptik (§ 362) und ferner weil diese Bewegung der Sonne nicht auf dem Aequator selbst, sondern auf der zu ihm schief gelegenen Ebene der Ekliptik stattfindet. Beispielsweise ist am 21. December der wahre Sonnentag $^1/_2$ Minute länger, am 21. September um ebensoviel kürzer als bei seiner mittleren Länge. Diese Differenzen auszugleichen, rechnet man im bürgerlichen Leben nicht nach wahren, sondern nach sogenannten mittleren Sonnentagen. Man denkt sich nämlich eine mittlere Sonne, welche auf dem Aequator mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortrückt, so dass sie ihren ganzen Umlauf in derselben Zeit zurücklegt wie die wahre Sonne auf der Ekliptik, zwischen zwei auf einanderfolgenden Frühlingsäquinoktien, d. h. innerhalb eines tropischen Jahres. Die mittlere Dauer eines Sonnentages ist dann die Zeit zwischen zwei auf einanderfolgenden Culminationen der mittleren Sonne. Der Unterschied zwischen der Culminationszeit der mittleren und der wahren Sonne heisst die Zeitgleichung.

Tabelle der Zeitgleichungen.

Januar	1 . .	3,8	Minuten	Juli	10 . .	4,9	Minuten
	11 . .	8,2	„		20 . .	5,9	„
	21 . .	11,6	„		30 . .	6,1	„
	31 . .	13,7	„	August	9 . .	5,2	„
Februar	10 . .	14,6	„		19 . .	3,4	„
	20 . .	14,0	„		29 . .	0,8	„
März	2 . .	12,4	„	September	8 . .	— 2,3	„
	12 . .	10,0	„		18 . .	— 5,8	„
	22 . .	7,1	„		28 . .	— 9,3	„
April	1 . .	4,0	„	October	8 . .	— 12,6	„
	11 . .	1,1	„		18 . .	— 14,7	„
	21 . .	— 1,6	„		28 . .	— 16,1	„
Mai	1 . .	— 3,1	„	November	7 . .	— 16,2	„
	11 . .	— 3,9	„		17 . .	— 14,9	„
	21 . .	— 3,8	„		27 . .	— 12,2	„
	31 . .	— 2,8	„	December	7 . .	— 8,4	„
Juni	10 . .	— 1,1	„		17 . .	— 3,7	„
	20 . .	1,0	„		27 . .	1,2	„
	30 . .	3,1	„				

Man hat diese Zeiten in Minuten zu der durch eine Sonnenuhr angezeigten oder aus der Sonnenhöhe berechneten (§ 355) wahren Sonnenzeit zu addiren, um die mittlere Sonnenzeit zu erhalten.

Das tropische Sonnenjahr hat 365,24224 mittlere Sonnentage und 366,24224 Sterntage, also ist die Dauer eines Sterntages $23^h\ 56'\ 4''$ mittlere Sonnenzeit.

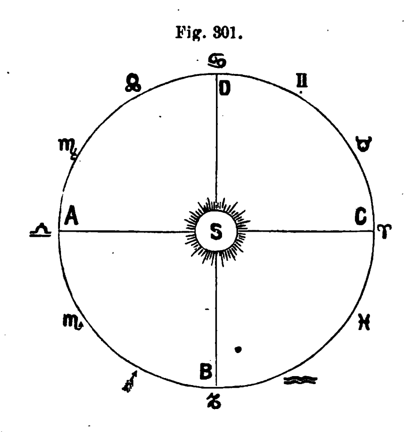
§ 360. Kalender. Die Länge eines mittleren Sonnentages (§ 359) steht zu der Zeitdauer des tropischen Jahres in einem irrationalen Verhältniss, so dass die Feststellung der bürgerlichen Zeitrechnung, welche nach ganzen Tagen und vollen Jahren geschehen muss, nicht ohne Schwierigkeiten ist. Durch Julius Cäsar wurde auf Anweisung des Sosigenes, eines bedeutenden Astronomen von Alexandrien, dem Ueberschuss des tropischen Jahres von 0,24224 über eine volle Tageszahl dadurch Rechnung getragen, dass jedes vierte Jahr einen Tag mehr als 365 Tage enthalten sollte. Dadurch wurde aber ein Fehler begangen von jährlich $0,25 - 0,24224 = 0,00776$ Tagen, der also in 100 Jahren sich auf einen Ueberschuss von 0,776, d. h. ziemlich $^3/_4$ Tagen beläuft. Es sind demnach in

400 Jahren nach dem Julianischen Kalender, der gegenwärtig noch von der griechischen Kirche festgehalten wird, 3 Tage zuviel gerechnet: um diesem Uebelstande abzuhelfen, ist durch den von Papst Gregor XIII. im Jahre 1581 eingeführten Gregorianischen Kalender die Aenderung getroffen worden, dass innerhalb jeder vier Jahrhunderte drei Schalttage ausfallen, nämlich nur diejenigen Vielfachen von hundert Jahren Schaltjahre sein sollten, welche selbst sich durch 4 theilen lassen. Der nunmehr noch übrig bleibende Fehler beläuft sich erst in 4000 Jahren auf nahezu einen Tag, der dann wieder ausfallen muss.

* Die alten Aegypter zählten das Jahr zu 365 Tagen, die Griechen und die Römer vor Cäsar nach Mondjahren von je 354 Tagen, welche nach Bedürfniss zu Sonnenjahren mit bestimmten Jahreszeiten ergänzt wurden, bis sich die Verwirrung nicht mehr schien lösen zu lassen und im Jahre 45 v. Chr. der Julianische Kalender eingeführt wurde. Cäsar sah sich gezwungen, dem Jahre 46 nicht weniger als 67 Tage zuzufügen, so dass dieses Jahr annus confusionis genannt wurde. Dagegen musste Gregor XIII. 1582 zehn Tage fortlassen, so dass dem 4 Oktober sofort der 15. folgte. Der Gregorianische Kalender ist nur allmählich eingeführt worden, im protestantischen Deutschland erst 1700, in England 1752. Den Russen sind wir gegenwärtig im Datum um 12 Tage voraus.

§ 361. Bewegung der Erde um die Sonne. Wie die tägliche Drehung der Himmelskugel nur eine scheinbare ist (§ 352), so ist auch die jährliche Bewegung der Sonne in der Ekliptik nur das Resultat einer Täuschung. Die Erde bewegt sich, wie Copernikus* (Nicolaus Copernikus geb. 19/2. 1473 zu Thorn, gest. 11/6. 1543 zu Frauenburg) gezeigt hat, gleich den übrigen Planeten, in einer kreisähnlichen Ellipse um die Sonne als Centralkörper und zwar in der Richtung von Westen durch Süden nach Osten. Ein auf der Erde befindlicher Beobachter glaubt die Sonne an derjenigen Stelle der Ekliptik zu sehen, welche diametral entgegengesetzt ist derjenigen, die er selbst einnimmt, und während er mit der Erde die Ekliptik in der Richtung *ABCD* durchläuft (Fig. 301), meint er, dass die Sonne nach und nach die Stellungen *C*, *D*, *A*, *B* einnimmt, d. h. die Ekliptik in gleicher Richtung zurücklegt.

Fig. 301.



Die Schiefe der Ekliptik lässt sich aus der Neigung der Erdaxe gegen die Ebene der Erdbahn erklären. Die Fig. 302 verdeutlicht in einer perspektivischen Ansicht der Erdbahn die Stellung der Erde zur Sonne *S* während der vier Jahreszeiten. In *A* und *C*, zur Zeit der Aequinoktien, steht die Sonne im Aequator selbst, in *B* und *D*, zur Zeit der

Fig. 302.

Sonnenwende, nördlich, bezüglich südlich vom Aequator. Wie die verschiedenen Jahreszeiten auf der Erde mit diesen Stellungen zusammenhängen, bleibt einer späteren Darstellung (§ 366) überlassen.

Es liegt nahe an einen mechanischen Zusammenhang zwischen der Rotation der Erde um ihre Axe und ihrer fortschreitenden Bewegung im Weltenraume zu denken, insofern jeder sich um seine Axe drehende Körper, wenn diese Axe selbst nicht befestigt ist, sich räumlich fortbewegt. Weshalb aber diese Bewegung der Erde um die Sonne stattfindet, ist erst mit der Aufstellung des Newton'schen Gravitationsgesetzes (§ 387) klar geworden.

§ 362. Elliptische Gestalt der Erdbahn; ungleichförmige Geschwindigkeit der Erde. Bei genauerer Beobachtung findet sich, dass die Sonne zu verschiedenen Zeiten des Jahres eine verschiedene Grösse zeigt; ihr Durchmesser nämlich erscheint Anfang Januar unter seinem grössten Sehwinkel 32′ 35″, Anfang Juli dagegen unter seinem kleinsten Sehwinkel 31′ 30″. Macht man aus dieser Beobachtung einen Schluss auf verschiedene Abstände der Sonne, so befindet sich, in Bestätigung des Keppler'schen Gesetzes von der Bewegung der Planeten in einer Ellipse, in deren einem Brennpunkte die Sonne steht (§ 379), die Erde am 1. Januar in ihrer Sonnennähe, im Perihelium, am 2. Juli in ihrer Sonnenferne, im Aphelium. Ihre Entfernungen von der Sonne verhalten sich zu diesen Zeitpunkten nahezu wie die zugehörigen Sehwinkel, d. h. wie 29 : 30. Auch ergiebt sich für die Sonne bei ihrer scheinbaren Bewegung um die Erde eine verschiedene Geschwindigkeit, und zwar ist dieselbe im Perihel am grössten, täglich etwa 61′, im Aphel am kleinsten, täglich etwa 57′, in ihrer Bahn auf der Ekliptik. Diese scheinbaren Geschwindigkeiten der Sonne verhalten sich nahezu wie die Quadrate von 30 und 29, sind also nicht bloss eine Folge der verschiedenen Entfernung der Erde von der Sonne, sondern es ergiebt sich daraus, dass zu diesen Terminen auch die Geschwindigkeit selbst eine andere ist, und zwar dass die Geschwindigkeit der Erde zur Zeit des Perihels sich zu ihrer Geschwindigkeit zur Zeit des Aphels umgekehrt wie die jedesmaligen Entfernungen der Erde von der Sonne, d. h. wie 30 : 29 verhält. Und dieses Gesetz bewährt sich für die ganze Umlaufsbewegung der Erde um die Sonne.

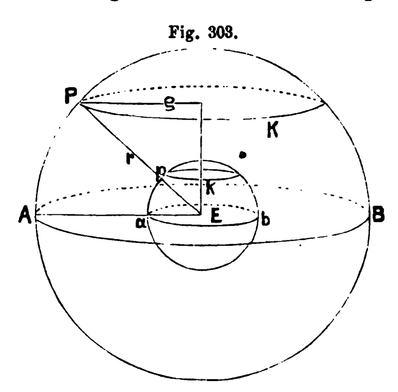
Dass mit abnehmender Entfernung von der Sonne die Geschwindigkeit der Erde, welche durchschnittlich für die Sekunde 4 geographische Meilen oder 29,5 Km. beträgt, zunimmt, dient zur Bestätigung des sogenannten Flächensatzes (§ 379), nämlich dass bei der Bewegung der Planeten um die Sonne vom Radius vector in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume bestrichen werden. Ferner stimmt mit der Beobachtung, dass wir im Januar der Sonne näher sind als im Juli, die bekannte Erfahrung überein, dass auf der südlichen Hemisphäre der Erde, im Besonderen in Australien, wo der Januar in den Sommer, der Juli in den Winter fällt, der Sommer heisser und der Winter kälter ist als auf der nördlichen Hemisphäre.

Dritter Abschnitt.

Mathematische Geographie.

§ 363. Uebertragung astronomischer Ortsbestimmungen auf die Erde. Aequator, Pole, Parallelkreise, Meridiane der Erde. Denkt man sich die Erde und den Himmel als zwei concentrische Kugeln, welcher Vorstellung sich am besten die scheinbare Drehung der Himmelskugel um die Erdaxe anpasst, so lassen sich die in den ersten Abschnitten an der Himmelskugel besprochenen Punkte und Kreise unmittelbar auf die Erde übertragen, indem man jedem Punkte P am Himmel denjenigen Punkt p der Erde entsprechen lässt, in welchem die Verbindungslinie von P mit dem Mittelpunkt E der Erde deren Oberfläche durchschneidet. Es gehört dann ebenso zu jeder Linie am Himmel eine ähnliche Linie auf der ihr zugewandten Seite der Erde, also zu jedem Himmelskreise K ein Kreis k auf der Erde und im Besonderen zu jedem grössten Kugelkreise AB am Himmel ein grösster Kugelkreis ab der Erde.

Fig. 303.

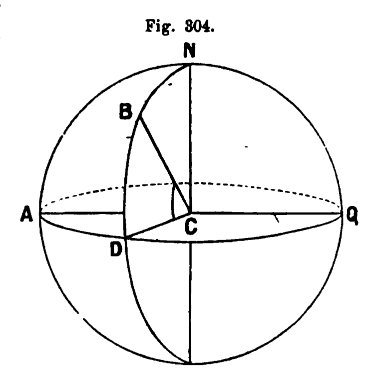


Zur Bezeichnung derjenigen Punkte und Kreise, welche auf der Erdkugel den am Himmel bestimmten Punkten und Kreisen entsprechen, dienen grossentheils auch dieselben Namen. Die Erdaxe ist ein Theil der Himmelsaxe, ihre Schnittpunkte mit der Oberfläche der Erde sind die beiden Pole, der Nordpol und der Südpol der Erde. Demnach ist auch jede Ebene durch die Himmelsaxe zugleich eine Ebene durch die Erdaxe, und es entsprechen den Himmelsmeridianen die Erdmeridiane als Kreise durch einen beliebigen Punkt auf der Erde und die Erdaxe. Ebenso ergiebt der Himmelsäquator als Durchschnitt der Erde den Erdäquator, so dass auch dieser als derjenige grösste Kreis der Erde zu bezeichnen ist, welcher überall gleiche Entfernung von den beiden Polen hat und darum die sämmtlichen Erdmeridiane senkrecht durchschneidet. Der Aequator theilt die Erde in die nördliche und südliche Halbkugel, und als Parallelkreise bezeichnet man auch auf der Erde alle dem Aequator parallelen Kreise. Der Abstand jedes Parallelkreises vom Aequator wird durch den zwischen ihnen liegenden Bogen der Meridiane gemessen, so dass also jedem Parallelkreise auf der Erde ein Kreis von bestimmter Deklination (§ 354) am Himmel zugehört.

Bezeichnet man den Bogen eines Meridians zwischen einem Parallelkreis und dem Aequator oder den zugehörigen Centriwinkel des Meridians durch φ und den Erdradius durch r, so ist der Radius ϱ des Parallelkreises $\varrho = r \cos \varphi$, und demnach ebenso ein Grad des Parallelkreises gleich einem Aequatorialgrade, 15 geogr. Meilen, multiplicirt mit $\cos \varphi$, also z. B. für $\varphi = 60^0$ nur 7,5 Mln. u. s. w.

§ 364. Geographische Breite und Länge. Zur Ortsbestimmung eines Punktes B auf der Erdkugel dienen dieselben Elemente, welche beim Aequatorialsystem (§ 354) zur Anwendung kommen, nämlich der Aequator AQ als Fundamentalkreis und auf ihn bezogen die Entfernung des Punktes, gemessen durch den Bogen BD des ihm zugehörigen Meridians in Graden ausgedrückt, oder der entsprechende Centriwinkel BCD des Meridians, die geographische Breite, und ferner die geographische Länge, d. i. der Aequatorialbogen AD zwischen dem Meridian des Ortes und einem bestimmten Anfangsmeridian, oder der Winkel ACD, welchen diese beiden Meridiane mit einander bilden. Als Anfangsmeridian NA wird entweder der durch eine bestimmte Sternwarte, wie Greenwich, Paris u. s. w. gewählt, oder damit alle Orte Europas auf derselben Seite des Anfangsmeridians liegen, der Meridian durch die Insel Ferro.

Fig. 304.



Die geographische Breite, entsprechend der Deklination im Aequatorialsystem, wird vom Aequator aus nach Norden und Süden von 0° bis 90° gerechnet und werden demnach Orte nördlicher und südlicher Breite unterschieden. Die geographische Länge, entsprechend der Rektascension der Gestirne, rechnet man vom Anfangsmeridian östlich und westlich von 0° bis 180°.

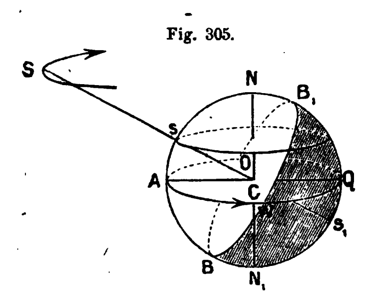
Weil alle Orte auf demselben Parallelkreise (§ 363) dieselbe geographische Breite haben und umgekehrt, bei gleicher Breite demselben Parallelkreise zugehören, so ergiebt sich der Breitenunterschied zweier Orte, auch wenn sie verschiedene Länge besitzen, wenn sie zugleich auf derselben, nämlich der nördlichen oder der südlichen Erdhälfte liegen, durch Subtraction, wenn sie dagegen verschiedenen Erdhälften angehören, durch Addition ihrer entsprechenden Breiten. Das Analoge gilt bei Bestimmung des Längenunterschiedes zweier Orte, jenachdem sie auf derselben durch den Anfangsmeridian bestimmten Erdhälfte liegen oder auf verschiedenen Erdhälften. Dass die geographische Breite mit der Polhöhe eines Ortes übereinkommt, ist bereits in § 350 zum Austrag gekommen, ebenso in § 351, durch welche Mittel die geographische Länge eines Ortes bestimmt wird. Ein Verzeichniss der Länge und Breite einiger Sternwarten folgt am Schluss.

§ 365. Beleuchtung der Erde durch die Sonne; die Tageszeiten. Die Wirkung der Licht- und Wärmestrahlen der Sonne auf die Erde vertheilt sich in eigenthümlicher Weise über deren ganze Oberfläche vermöge der doppelten Bewegung der Erde um ihre Axe und um die Sonne.

Durch die bei der grossen Entfernung der Sonne von der Erde (§ 370) als parallel anzunehmenden Sonnenstrahlen wird jederzeit die eine Hälfte der Erde beleuchtet, während die andere, der Sonne abgewandte Seite dunkel bleibt. Demnach ist stets auf der einen Hälfte der Erde Tag, auf der anderen Nacht. Dabei ergiebt sich als der Mittelpunkt der erleuchteten Erdfläche der dem Mittelpunkt S der Sonne entsprechende Punkt s auf der Erde (§ 363), für welchen die Sonne momentan im Zenith steht. An diesem Punkte s, sowie an allen Punkten desselben Meridians NAN_1

ist alsdann **Mittag** (meridies), weil für alle diese Punkte die Sonne sich im Meridian und zwar in der oberen Culmination befindet (§ 351). Auf gleiche Weise ergiebt sich, dass an dem zweiten Schnittpunkte s_1 der Centrale SC mit der Erdoberfläche und demnach in allen Punkten des zugehörigen Meridians NQN_1 **Mitternacht** ist, weil für alle diese Punkte die Sonne sich in ihrer unteren Culmination befindet.

Fig. 305.



In den Punkten B und B_1 der Meridiane durch s und s_1, welche an der Grenze der von der Sonne beschienenen Erdhälfte liegen, bietet sich dabei die eigenthümliche Erscheinung dar, dass die Sonne in B um Mittag, in B_1 um Mitternacht im Horizonte steht; sie hat dabei in B ihre höchste, in B_1 ihre niedrigste Stellung erreicht. In B_1 also ist das Phänomen der **Mitternachtssonne** eingetreten, während in B selbst um Mittag die Nacht nicht aufhört.

Es finde nunmehr in der Richtung von AWQ die Drehung der Erde um ihre Axe NN_1 statt, so scheint sich die Sonne in der entgegengesetzten Richtung, nämlich AOQ, zu bewegen und zwar auf einem bestimmten Parallelkreise zum Aequator, ihrem Tagbogen (§ 349), welchem auf der Erde der Parallelkreis ST entspricht. Alle Punkte dieses Kreises, d. h. von gleicher Breite wie S, haben demnach im Laufe der folgenden 24 Stunden die Sonne nach einander im Zenith und zwar nach Verlauf von je einer Stunde im Vorschreiten von 15 Grad (§ 351). Denkt man sich also von dem Meridian NSN_1 aus nach Osten und Westen die je um 15^0 in der Länge sich unterscheidenden Parallelkreise gelegt, so nehmen dieselben nach Westen hin alle diejenigen Punkte der Erde auf, in denen der Mittag später als in den Punkten NSN_1, und zwar bezüglich nach Verlauf von 1, 2, 3 . . . 12 Stunden, eintritt, während in den nach Osten gelegenen Meridianen der Reihe nach der Mittag um 1, 2, 3 . . . 12 Stunden früher eingetreten ist*). Für die Punkte BOB_1 der Schattengrenze BOB_1W findet bei der Stellung der Sonne in S **Sonnenaufgang**, für die Punkte der anderen Hälfte BWB_1 **Sonnenuntergang** statt.

Weil SC senkrecht auf der Ebene der Schattengrenze BOB_1W und NC senkrecht auf der Ebene des Aequators $AOQW$, so ist der Durchschnitt beider Ebenen, OW, senkrecht auf der Ebene SCN, der anfänglichen Meridianebene, folglich ist für die Punkte des durch W gehenden Meridians die Vormittagszeit 6 Uhr (**Morgen**) und für die Punkte des durch O gehenden Meridians die Nachmittagszeit 6 Uhr (**Abend**). Ebenso lässt sich durch eine einfache Rechnung die Zeit des Sonnen-Auf- und -Unterganges für jeden Punkt der Schattengrenze BWB_1 bestimmen.

Bei der in Fig. 305 gewählten Stellung der Sonne nördlich vom Aequator ist für alle Punkte der Nordhälfte der Erde der Tagbogen der Sonne grösser als 180^0, für alle Punkte der Südhälfte kleiner als 180^0, d. h. auf der nördlichen Hemisphäre sind die Tage länger, auf der südlichen kürzer als die Nächte. Das Entgegengesetzte tritt ein bei einer Stellung der Sonne südlich vom Aequator. Nur wenn die Sonne sich im Aequator selbst befindet, d. h. zur Zeit der Aequinoktien (§ 356), haben auf der ganzen Erde Tag und Nacht gleiche Länge.

§ 366. **Erwärmung der Erde durch die Sonne; die Jahreszeiten.** Die Erwärmung der Erde ist fast ausschliesslich ein Resultat

*) Eine Aenderung des Datums tritt nur bei dem 180^0 östlich (oder westlich) von Ferro gelegenen Meridian ein, der fast ganz in die Südsee, östlich von Asien und Australien fällt, so dass Schiffe, je nachdem sie diesen Meridian nach Osten oder nach Westen hin passiren, einen Tag zurück- oder einen Tag vorzudatiren haben.

der strahlenden Wärme der Sonne und findet demnach nur statt, solange sich die Sonne über dem Horizont befindet, also am Tage, ist dann aber wesentlich von der Höhe der Sonne abhängig, und zwar am stärksten am Mittag, wo die Sonne ihre grösste Höhe erreicht, am schwächsten zur Zeit des Sonnenauf- und -unterganges. In der Nacht erleidet die Erde nur einen Wärmeverlust durch die Ausstrahlung in den Weltenraum.

Die Erde wird durch die parallel einfallenden Sonnenstrahlen (§ 365) jederzeit (Fig. 306) von einem ganzen Strahlencylinder DBB_1D_1 getroffen. Denkt man sich nunmehr in s, dem Schnittpunkt der Axe dieses Cylinders mit der Erdfläche, die Tangentialebene an die letztere gelegt, so erleiden gleiche Flächenstücke dieser

Fig. 306.

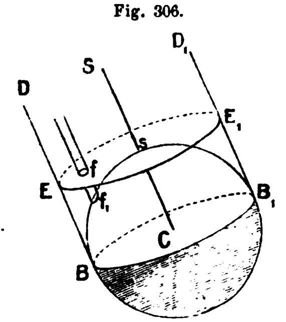
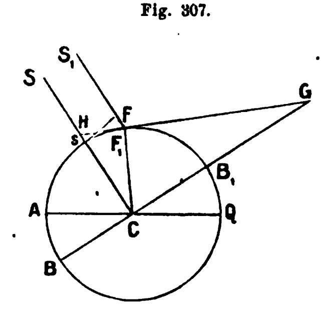


Fig. 307.



Ebene durch die Sonne gleiche Erleuchtung und gleiche Erwärmung. Es seien auf dem Durchschnittskreis EE_1 der Tangentialebene mit dem Strahlencylinder Flächenstücke f von gleichem Inhalt verzeichnet und die auf dieselben auffallenden Strahlencylinder bis zur Erdoberfläche erweitert, so erhalten auch die durch sie auf der Erde begrenzten Flächenstücke f_1, obschon im Allgemeinen von verschiedener Grösse, gleichviel Licht und Wärme, wenn von der verschiedenen Wirkung der Licht- und Wärmestrahlen bei verschiedenen Entfernungen der einzelnen Punkte der Erde von der Sonne abgesehen wird. Nunmehr mögen die Flächenstücke f so klein angenommen werden, dass die zugehörigen Flächenstücke f_1 als eben anzusehen sind, so findet zwischen f und f_1, wenn α der Winkel ist der Tangentialebenen in s und F_1 (Fig. 307), in welcher f und f_1 bezüglich durch F und F_1 ersetzt sind), die bekannte Beziehung statt $f = f_1 \cos\alpha$, woraus sich

$$f_1 = \frac{f}{\cos\alpha}$$

ergiebt. Der Winkel α ist $= F_1GC = F_1Cs$. Wenn man also die Wärmemenge, welche das Flächenstück f der Tangentialebene, die von den Sonnenstrahlen senkrecht getroffen wird, in einer Sekunde von der Sonne erhält, durch W bezeichnet, so erhält das Flächenstück $f_1 = \frac{f}{\cos\alpha}$, welches um den Bogen $sF_1 = \alpha$ von s entfernt ist, die gleich grosse Wärmemenge, folglich ein Flächenstück f in der gleichen Entfernung die Wärmemenge $W\cos\alpha$, oder wenn man durch β den Winkel S_1F_1H bezeichnet, unter welchem die Sonnenstrahlen das Flächenstück f_1 erreichen und welcher den Winkel α zu 90^0 ergänzt, d. h. wenn β der Höhenwinkel der Sonne ist, so erhält f_1 in einer Sekunde die Wärmemenge

$$W\sin\beta,$$

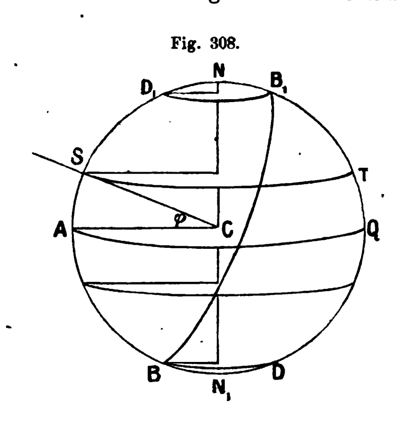
also: gleiche Flächenstücke auf der Erde erhalten bei gleichem Einfallswinkel der Sonnenstrahlen in gleicher Zeit gleichviel Wärme von der Sonne; und

bei verschiedenen Einfallswinkeln sind die gleichen Flächenstücken auf der Erde ertheilten Wärmemengen proportional dem Sinus des Höhenwinkels der Sonne.

Während sich die Erde um ihre Axe NN_1 dreht (Fig. 308) d. h. im Zeitraum eines vollen Tages, beschreibt der Punkt S, für den sich die Sonne im Zenith befindet und dessen Breite etwa φ sein möge, den Par-

allelkreis ST, haben also nach und nach alle Punkte der Breite φ am Mittag die stärkste Erwärmung. Dem entsprechend empfängt auch die nördliche Hälfte der Erde, welcher der Parallelkreis ST angehört, innerhalb 24 Stunden mehr Licht und Wärme von der Sonne, als die Südhälfte, welche um mehr als die Breite φ vom Zenithstande der Sonne entfernt ist. Durch den Punkt B_1, für den um Mitternacht die Sonne nicht unterging (§ 365), wird bei der Umdrehung der Erde der Parallelkreis B_1D_1 beschrieben, für welchen das Gleiche stattfindet, so dass also für die ganze Zone B_1ND_1 die Sonne nicht unter den Horizont sinkt, während auf der entgegengesetzten Zone BN_1D in 24 Stunden die Nacht nicht aufhört. Die gleichen Erscheinungen treten ein, abgesehen von der Parallelverschiebung der Kreise ST, B_1D_1 und BD, so lange sich die Sonne nördlich vom Aequator befindet. Im Ganzen empfängt alsdann der Norden mehr Licht und Wärme von der Sonne, als der Süden, und es herrscht in Folge dessen nördlich vom Aequator, wo die Tagbogen der Sonne mehr als 180° betragen, die warme Jahreszeit, der Sommer, dagegen südlich vom Aequator, wo die Tage kürzer sind als die Nächte, die kalte Jahreszeit, der Winter. In vollkommen entgegengesetzter Art macht sich der Einfluss der Sonne auf die Erde geltend, so lange sie ihre Stellung südlich vom Aequator behauptet, indem dadurch auf der Nordhälfte der Erde der Winter, auf der Südhälfte der Sommer bedingt wird. Nur beim Uebergange der Sonne vom Nordhimmel zum Südhimmel und umgekehrt, d. h. wenn sich die Sonne im Aequator befindet, also zur Zeit der Aequinoktien, vertheilen sich Licht und Wärme gleichmässig auf beide Hälften der Erde, beginnt also mit dem Frühling für die eine Erdhälfte die warme, für die andere Hälfte mit dem Herbst die kalte Jahreszeit.

Fig. 308.

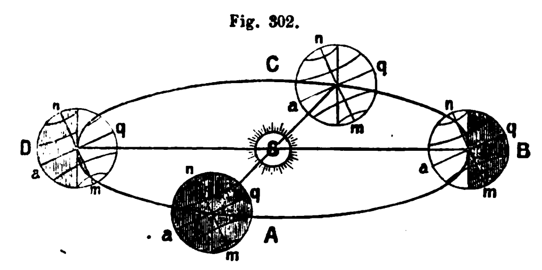


Die Sonne geht am 21. März und am 23. September durch den Aequator, während sie am 21. Juni und am 21. December ihren weitesten Abstand, nämlich 23½ Grad, bezüglich nördlich und südlich vom Aequator erreicht. Vom Frühlingsäquinoktium an also nehmen im Norden die Tage zu, bis sie am 21. Juni ihre grösste Länge erreichen. Alsdann kehrt die Sonne wieder zum Aequator zurück, — daher der Name Sonnenwende oder Solstitium, — nehmen also die Nächte im Norden zu, bis mit der Herbst-Tagundnachtgleiche der Norden die längeren Nächte, der Süden die längeren Tage bekommt. Vom 21. December an endlich, d. h. mit der Wintersonnenwende des Nordens, wo im Norden der kürzeste, im Süden der längste Tag eingetreten ist, gleichen sich allmählich mit der Rückkehr der Sonne zum Aequator Tag und Nacht in ihrer Zeitdauer, und demnach auch die Jahreszeiten in ihrem Gegensatz, wieder aus. Auf der Nordhälfte der Erde dauert gegenwärtig der Frühling 92 Tage $21^h\ 6'$, der Sommer 93 Tage $13^h\ 52'$, der Herbst 89 Tage $17^h\ 8'$, der Winter 89 Tage $1^h\ 31'$.

Zur Veranschaulichung der gewonnenen Resultate dient auch die Fig. 302, in welcher der Jahresumlauf der Erde um die Sonne in perspektivischer Lage dargestellt ist. A, B, C, D sind die vier Stellungen der Erde am Beginn der einzelnen Jahreszeiten, nn_1 die unveränderte Stellung

der Erdaxe, um welche die tägliche Umdrehung der Erde stattfindet. Am 21. März (A) und am 23. September (C) hat die Sonne ihre Stellung im Aequator, d. h. im Zenith über dem Erdäquator; die Projektion der Erdaxe auf die Ekliptik wird eine Tangente der Erdbahn. Licht und Wärme vertheilen sich gleichmässig über die ganze Erde hin. Der Erleuchtungskreis geht durch die beiden Pole n und m der Erde und steht demnach senkrecht auf dem Aequator. Beide Erdhälften befinden sich in der Zwischenzeit zwischen Sommer und Winter und zwar in A die Nordhälfte im Frühling, die Südhälfte im Herbst, dagegen in C die Nordhälfte im Herbst, die Südhälfte im Frühling. Am 21. Juni (B) wendet die Erde der Sonne ihre nördliche, am 21. December (D) ihre südliche Hemisphäre zu: in beiden Stellungen haben die Projektionen der Erdaxe auf die Ekliptik die Richtung eines Radius der Erdbahn. In der Stellung B hat der Breitenkreis $23^1/_2{}^0$ die Sonne um Mittag im Zenith und erstreckt sich der Erleuchtungskreis bis zur Breite $66^1/_2{}^0$. Die Nordhälfte der Erde hat längere Tage und kürzere Nächte als die Südhälfte; auf der ersteren herrscht also die wärmere, auf der letzteren die kältere Jahreszeit. Umgekehrt verhält es sich bei der Stellung D am 21. December, wo im Norden der Winter, im Süden der Sommer beginnt.

Fig. 302.



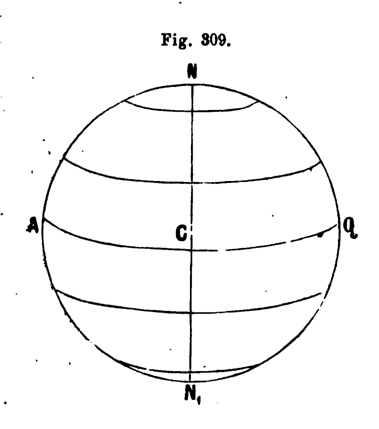
§ 367. **Die Wendekreise und Polarkreise.** Zwischen den Gegensätzen, welche der Norden und der Süden der Erde in Beziehung auf die Jahreszeiten darstellen, nämlich dass gleichzeitig mit dem nördlichen Sommer der südliche Winter eintritt, zu seinem Höhenpunkte wächst und wieder endigt und umgekehrt, bildet die Aequatorialgegend insofern die Vermittelung, als hier, wo die Unterschiede in der Dauer des Tages und der Nacht fortfallen, auch nicht mehr ein halbjähriger Sommer und ein halbjähriger Winter eintritt. Weil nämlich am Aequator die Sonne zur Zeit der Aequinoktien um Mittag im Zenith steht, dagegen zur Zeit der Sonnenwende die grösste Abweichung ($23^1/_2{}^0$) vom Aequator, also die Höhe $66^1/_2{}^0$ besitzt, so sind hier der 21. März und der 23. September die heissesten, der 21. Juni und der 21. December dagegen die am Wenigsten heissen Tage. An Stelle des Sommers und Winters treten in den Aequatorialgegenden die Regenzeiten (§ 253). Vom Aequator aber bis zur Breite der Sonnenwende nähern sich einander mehr und mehr diejenigen beiden Tage des Jahres, an denen die Sonne um Mittag im Zenith steht, und macht sich darum durch Concentration der Wärme allmählich mehr ein heisser Hochsommer geltend. Man nennt die Parallelkreise in der Breite $23^1/_2{}^0$ auf beiden Seiten des Aequators, oberhalb deren die Sonnenwende stattfindet, also die Sonne einmal im Jahre im Zenith steht, die Wendekreise (circuli tropici), und zwar, entsprechend der Stellung der Sonne in der Ekliptik zur Zeit der Sommer- und der Wintersonnenwende, den nördlichen den Wendekreis des Krebses, den südlichen den Wendekreis des Steinbocks. Ebenso bezeichnet man mit besonderen Namen, nämlich der Polarkreise, diejenigen Parallelkreise, durch welche die nördlichsten und südlichsten Theile

der Erde abgegrenzt werden, an denen die Sonne mindestens einmal im Jahre nicht auf- und nicht untergeht, und unterscheidet den nördlichen und den südlichen Polarkreis. Beiden kommt eine Breite von $66^1/_2{}^0$ zu (§ 365).

Der Unterschied der Jahreszeiten ist durch die Schiefe der Ekliptik bedingt. Fiele die Ekliptik mit dem Aequator zusammen, d. h. hätte die Erdaxe zur Ebene ihrer Bahn um die Sonne eine senkrechte Lage, so würde der Tagbogen der Sonne das ganze Jahr unverändert 180° betragen, Tag und Nacht also würden auf der ganzen Erde von gleicher Dauer sein und ebenso würde überall die Sonne täglich im Ostpunkte aufgehen und im Westpunkte untergehen und um Mittag dieselbe Höhe, das Complement der geographischen Breite, erreichen. Demnach würde sowohl die Beleuchtung als die Erwärmung der Erde durch die Sonne während des ganzen Jahres keine Aenderung erfahren. Die Aequatorialgegenden würden unerträglich von der Hitze, die Polargegenden von der Kälte zu leiden haben. — Wenn dagegen die Schiefe der Ekliptik 90° betrüge, d. h. der Aequator der Erde auf der Ebene ihrer Bahn senkrecht stände, oder die Erdaxe in die Ebene ihrer Bahn fiele, so würde an den Polen der heisseste Hochsommer herrschen, weil die Sonne zur Sommersonnenwende den ganzen Tag über im Zenith stehen würde; am Aequator dagegen würde die Sonne zur Zeit der Solstitien den ganzen Tag über bezüglich am Nord- oder am Südpunkte fest stehen, so dass also wie zur Zeit der Nachtgleichen zweimal im Jahre Sommer, so auch zweimal im Jahre Winter sein würde.

§ 368. Die fünf Zonen. Nach der verschiedenen Erwärmung durch die Sonne unterscheidet man auf der Erde fünf durch Parallelkreise gegen einander abgegrenzte Zonen. Die grösste Erwärmung im Laufe des Jahres erfolgt zwischen den Wendekreisen (§ 367), wo die Sonne mindestens einmal im Jahre im Zenith steht und ihre Mittagshöhe am Aequator nicht unter $66^1/_2{}^0$, an den Wendekreisen nicht unter 43° sinkt. Man nennt darum den Aequatorialgürtel zwischen den Wendekreisen, der also eine Breite von 47° besitzt, die heisse Zone, bisweilen auch den Tropengürtel. Im Gegensatz hierzu heissen die durch die Polarkreise abgegrenzten, die beiden Pole bis zur Breite $66^1/_2{}^0$ umgebenden Theile der Erdoberfläche, auf denen die Sonne mindestens einmal im Jahre (im Sommer) nicht untergeht und (im Winter) nicht aufgeht und auch am längsten Tage die Mittagshöhe 47° (an den Polen nur $23^1/_2{}^0$) nicht übersteigt, die kalten Zonen, oder die nördliche und die südliche Polarzone. Die Sonne geht in einzelnen Gegenden der kalten Zone im Hochsommer mehrere Tage, ja Wochen oder Monate nicht unter, ihre Strahlen jedoch treffen die Erde unter einem so spitzen Winkel, dass sie nur eine geringe Wärmewirkung äussern (§ 366), während in den langen, ebenfalls selbst Monate hindurch andauernden Winternächten der Erdoberfläche durch Ausstrahlung in den Weltenraum sehr viel Wärme verloren geht.

Fig. 309.



Zwischen der kalten und heissen Zone, also eingeschlossen von den Breitegraden $66^1/_2{}^0$ und $23^1/_2{}^0$, liegen auf beiden Erdhälften die gemässigten Zonen. In ihnen erreicht selbst um Mittag die Sonne niemals das Zenith des Beobachters; es wechseln innerhalb jeder 24 Stunden Tag und Nacht mit um so grösserem Spielraum in der Verschiedenheit ihrer Länge, je grösser

die geographische Breite eines Ortes ist. Sommer und Winter sind durch die länger andauernden vermittelnden Jahreszeiten Frühling und Herbst getrennt.

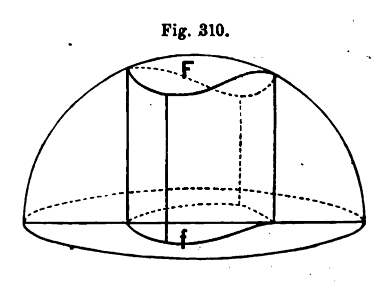
Von den 9,3 Millionen Quadratmeilen, welche die Erdoberfläche beträgt, kommen etwa 3,7 Millionen auf die heisse Zone, 4,8 Millionen auf die beiden gemässigten und 0,8 Millionen auf die beiden kalten Zonen. — Während an den Wendekreisen der längste Tag und demnach auch die längste Nacht 13 Stunden 28 Minuten betragen, nimmt von den Polarkreisen, d. h. von der Breite 66½° an, die Dauer des längsten Tages schnell zu, so dass dieselbe von der Breite 67° 18′ an schon mehr als einen Monat beträgt. Es ist dabei vorausgesetzt, dass Anfang und Ende des Tages von dem Hindurchgehen des Mittelpunktes der Sonne durch den Horizont ausgerechnet werden, während in Wirklichkeit die Sonnenstrahlen noch von bedeutender Leuchtkraft sind, wenn bereits mehr als die Hälfte der Sonnenscheibe sich unterhalb des Horizontes befindet; ausserdem wird auch die Sonnenscheibe selbst durch die in der Nähe des Horizontes vorzugsweise stark wirkende atmosphärische Strahlenbrechung (§ 353) gehoben, so dass für alle Punkte der Erde die Tageslänge einen Zuwachs erhält, der in den höheren Breiten mehrere Stunden betragen kann. — Die Temperaturdifferenz im Sommer und Winter wird mit abnehmender geographischer Breite geringer: so beträgt der Unterschied zwischen der mittleren Temperatur des heissesten und des kältesten Monats für

Jakutsk	Breite	62° 2′	63,5° C.
München	„	48° 9′	19,5° C.
Palermo	„	38° 7′	13,9° C.
Mexiko	„	19° 26′	7,9° C.
Quito	„	0° 14′	1,7° C.

§ 369. Kartenprojektionen. Ein genaues Bild der Oberfläche der Erde oder der Himmelskugel ist einzig auf einem Erd- oder Himmelsglobus darzustellen: durch eine ebene Zeichnung, eine Erd- oder Himmelskarte, lässt sich immer nur ein mehr oder weniger verzerrtes Bild geben, weil kein Theil einer Kugelfläche, — von der Abplattung der Erde wird ganz abgesehen, — auf eine Ebene ausgebreitet oder projicirt werden kann, ohne grössere oder geringere Ausdehnung oder Zusammenziehung einzelner Theile. Zur praktischen Anwendung bei Zeichnung von geographischen oder Sternkarten gelangen vorzugsweise drei Projektionssysteme, das orthographische, das stereographische und die Mercatorprojektion.

1. Bei der orthographischen Projektion (Fig. 310) wird jeder Punkt der Halbkugel auf ihre Grundebene senkrecht projicirt, so dass durch die Karte die Halbkugel dargestellt wird, wie sie einem in sehr grosser (unendlicher) Entfernung über der Grundebene befindlichen Auge erscheinen würde. Es werden dabei nur die mittleren Theile der Halbkugel in ziemlich unveränderter Form abgebildet, die seitlich gelegenen aber erleiden grosse Verzerrungen, so dass sich die orthographische Projektion nur zur Darstellung kleiner Theile der Kugel eignet.

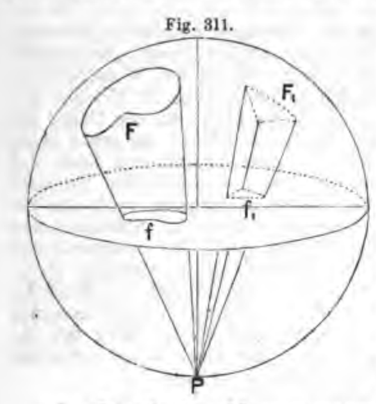
Fig. 310.



2. Die stereographische Projektion ist von diesem Mangel im Ganzen frei. Um eine Figur F (Fig. 311) von einer Halbkugel auf deren Grundebene zu übertragen, denkt man sich die Halbkugel zur vollen Kugel erweitert und den tiefsten Punkt P der Erweiterung, d. i. den unteren Pol der Grundebene, mit sämmtlichen Punkten von F verbunden, so sind die Schnitt-

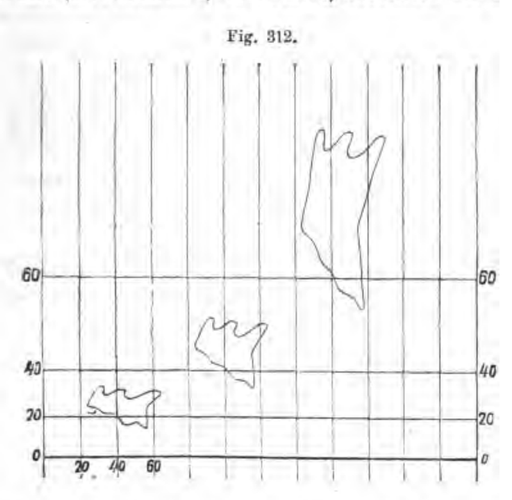
punkte der Verbindungslinien ebensoviel Punkte der zu entwerfenden Karte. Diese selbst stellt also das Bild der Figur F dar, wie diese einem in P befindlichen Auge erscheint. Als Vortheile der stereographischen Projektion sind hervorzuheben, dass im Allgemeinen Kreise der Halbkugel auch Kreise in der Zeichnung werden und dass sehr kleine Dreiecke der Halbkugel in ähnliche Dreiecke auf die Zeichnung übertragen werden, so dass die gezeichnete Figur der zu projicirenden in den kleinsten Theilen ähnlich ist. Während bei der orthographischen Projektion die seitlichen Figuren sich in der Zeichnung sehr verengt darstellten, erscheinen dieselben bei der stereographischen dagegen sehr erweitert.

Fig. 311.



3. Durch die Mercatorprojektion (Gerhard Mercator, † 1594), erfährt die Kugel eine Darstellung, wie sie von keinem Punkte aus gesehen werden kann. An Stelle der Parallelkreise und der Meridiane treten zwei Systeme paralleler, einander senkrecht durchschneidender gerader Linien. Man legt (zu angenäherter Construktion) etwa den Aequator als eine gerade Linie (Abscissenaxe) zu Grunde, errichtet auf ihm in gleichen Abständen die Meridiane als Lothe (Ordinaten) und trägt die Parallelkreise als Linien parallel zum Aequator ein in Abständen von diesem, welche gleich sind den Tangenten der zugehörigen Breite an einem Kreise, dessen Umfang dem Aequator gleich ist. Oder man denkt sich an die darzustellende Kugel, — und um eine ganze Kugelfläche darzustellen, ist die Mercatorprojektion vorzugsweise geeignet, — eine Cylinderfläche gelegt, welche die Kugel im Aequator berührt, und den Mittelpunkt der Kugel mit den Punkten der zu projicirenden Figur F verbunden, so durchschneiden die Verbindungslinien, über die Kugelfläche hinaus verlängert, die Cylinderfläche in ebensoviel Punkten einer neuen Figur, welche auf die Ebene ausgebreitet die Mercatorprojektion darstellt. Auf der Karte erscheinen dabei die Polargegenden sehr ausgedehnt (Fig. 312).

Fig. 312.



Ausser bei Darstellung der ganzen Erdoberfläche wird die Mercatorprojektion auch bei Schiffskarten den übrigen Projektionsmethoden vorgezogen, weil die Linie, in welcher sich ein Schiff in demselben Windstriche bewegt, die sogenannte loxodromische Linie, mit allen Meridianen denselben Winkel bildet, also bei der Mercatorprojektion eine gerade Linie wird. Die meiste Anwendung findet im Uebrigen die stereographische Projektion.

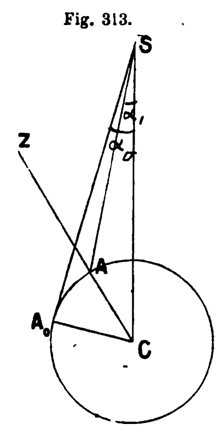
Vierter Abschnitt.

Das Sonnensystem.

A. Die Sonne.

§ 370. Abstand der Sonne von der Erde, Grösse der Sonne. Die Sonne erscheint, von der Erde aus gesehen, als eine in blendendem Licht strahlende, kreisförmige Scheibe, deren mittlerer Durchmesser (§ 362) 32′ 2,5″ beträgt. Aus der Ortsveränderung gewisser dunkler Flecken auf ihr, von denen in § 372 genauer die Rede sein wird, lässt sich auf eine Axenumdrehung der Sonne schliessen; weil aber trotzdem die Sonne unveränderlich die Kreisform zeigt, so muss sie die Gestalt einer Kugel ohne merkliche Abplattung besitzen. Um aus ihrem scheinbaren Durchmesser auf ihre Grösse schliessen zu können, muss ihre Entfernung von der Erde bekannt sein. Diese aber selbst ergiebt sich (angenähert) aus der Grösse der Erde und dem Winkel, unter welchem die Erde von der Sonne aus gesehen erscheint.

Fig. 313.



Man nennt den Winkel $ASC = \alpha_1$ (Fig. 313), welchen die Verbindungslinien eines Punktes S am Himmel, z. B. des Mittelpunktes der Sonne, mit einem Punkte A der Erde und mit deren Mittelpunkte C bilden, die Parallaxe des Punktes S, und wenn Winkel SA_0C ein Rechter ist, was eintritt, wenn SA_0 eine Tangente der Erdkugel wird, so dass S im Horizonte des Punktes A_0 liegt, Winkel A_0SC die Horizontalparallaxe. Demnach ist die Horizontalparallaxe α_0 eines Gestirns S der Winkel, unter welchem der Radius der Erde von S aus gesehen erscheint. In den Dreiecken SAC und SA_0C ergiebt sich

$$\frac{AC}{SC} = \frac{\sin ASC}{\sin SAC} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin ZAS}$$

und

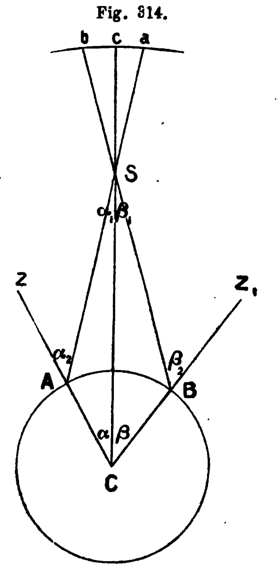
$$\frac{A_0C}{SC} = \sin A_0SC = \sin \alpha_0,$$

folglich

$$1. \qquad \sin \alpha_0 = \frac{\sin \alpha_1}{\sin ZAS},$$

wo Winkel ZAS die Zenithdistanz des Gestirnes im Beobachtungspunkte A ist.

Fig. 314.



Aus den Parallaxen α_1 und β_1 eines Gestirns S für zwei Stationen A und B desselben Meridians die Horizontalparallaxe des Gestirns zu berechnen. Von A und B aus gesehen projicirt sich S auf die Himmelskugel bezüglich in den Punkten a und b (Fig. 314); demnach erscheint S von A und B aus um den Bogen ab auf der Himmelskugel verschoben. In A und B sei gleichzeitig, etwa um Mitternacht, die Höhe des Gestirns S beobachtet worden (§ 353), (die Sonnenhöhe etwa um Mittag), und demnach die Zenithdistanzen α_2 und β_2 gefunden worden. Nunmehr ist

$$\alpha_1 = \alpha_2 - \alpha \text{ und } \beta_1 = \beta_2 - \beta,$$

folglich

$$\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_2 + \beta_2 - (\alpha + \beta),$$

wo $\alpha + \beta$ aus der geographischen Breite der Orte A und B leicht zu bestimmen ist, z. B. wenn diese Orte auf verschiedenen Hemisphären liegen, gleich

der Summe ihrer Breiten, also bekannt ist. Darum ist auch $\alpha_1 + \beta_1$ als bekannt anzusehen. Es ergiebt sich aber

$$\frac{CA}{CS} = \frac{CB}{CS} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha + \alpha_1)} =$$

$$\frac{\sin \beta_1}{\sin(\beta + \beta_1)} = \frac{\sin \alpha_1 + \sin \beta_1}{\sin(\alpha + \alpha_1) + \sin(\beta + \beta_1)},$$

und angenähert, weil α_1 und β_1 für die Gestirne, auch für die Sonne, sehr kleine Winkel sind, also $\sin \alpha_1$ und $\sin \beta_1$ sich durch α_1 und β_1 ersetzen lassen und $\alpha + \alpha_1 = \alpha_2$, $\beta + \beta_1 = \beta_2$ sind:

$$2. \quad \frac{CA}{CS} = \frac{\alpha_1 + \beta_1}{\sin \alpha_2 + \sin \beta_2} = \sin \alpha_0 \quad \text{(Gl. 1).}$$

Liegen die Stationen A und B nicht genau auf demselben Meridian, so kann man doch leicht die Zenithdistanzen α_2 und β_2 von S mit Berücksichtigung ihrer Veränderung in Folge der Längendifferenz beider Orte auf dieselbe Zeit reduciren.

Durch ein derartiges Verfahren ist die Horizontalparallaxe der Sonne angenähert gefunden und später durch andere indirekte Methoden (§ 376) auf den Werth 8,6″ genauer bestimmt worden. Die Entfernung der Erde von der Sonne ergiebt sich jetzt, indem man den Erdradius durch den Sinus der Horizontalparallaxe 8,6″ dividirt, d. h. mit 23984 multiplicirt. Die Entfernung wird demnach 20 613 000 geogr. Ml. oder 152 957 000 Km. Hieraus ergiebt sich weiter der Halbmesser der Sonne durch Multiplication mit sin 16′ 1,25″, also gleich 96137 Ml.

Der Halbmesser der Sonne ist fast doppelt so gross, ihre Entfernung von der Erde fast 400mal so gross als die Entfernung des Mondes von der Erde (§ 381).

Die Masse der Sonne ist das 355000fache der Erdmasse (§ 387), und darum liegt der Schwerpunkt von Sonne und Erde, um welchen sie sich bewegen, noch innerhalb der ersteren, nämlich nur etwa 59 geogr. Ml. vom Mittelpunkt derselben entfernt. Das Volumen der Sonne ist fast 1,4 Millionen mal grösser als das der Erde und ihre mittlere Dichtigkeit darum nur 0,254 oder weniger mehr als ein Viertel der Dichtigkeit der Erde, folglich da sich die letztere aus den Beobachtungen von Reich und Cavendish (§ 58) gleich 5,6 ergeben hat, ist die Sonne durchschnittlich nur 1,4 so dicht als das Wasser.

Der Werth der Horizontalparallaxe der Sonne 8,6″ ist wahrscheinlich noch um einige Zehntel Sekunden zu klein (§ 380) und die Entfernung der Sonne von der Erde darum vielleicht nicht ganz 20 Mill. Meilen: auch die übrigen Angaben über ihre Grösse, Masse und Dichtigkeit sind dann entsprechend zu reduciren. Im Ganzen jedoch kommen sie der Wahrheit nahe. Die Entfernung der Sonne ist so gross, dass eine Kanonenkugel etwa 10 Jahre brauchen würde, um die Sonne mit gleich bleibender Geschwindigkeit (500^m) zu erreichen, das Licht 8 Min., obschon es 50000 Meilen in der Sekunde zurücklegt. Die Sonne ist 6 Mill. mal grösser als der Mond: denkt man sich die Sonne in zwei Hälften getheilt und in jeder Häfte eine möglichst grosse Hohlkugel, so würde in einer solchen Hohlkugel, die Erde in deren Mitte angenommen, der Mond nahezu frei seinen Umlauf um die Erde machen können, obschon er 50000 Meilen von der Erde entfernt ist. In ihrem Volumen übertrifft die Sonne die Planeten in so hohem Grade, dass alle Planetenkugeln zusammengenommen noch nicht den 560sten Theil der Sonnenkugel an Raum einnehmen. Ein frei fallender Körper würde auf der Sonne eine 28 mal grössere Beschleunigung erhalten als auf der Erde, also innerhalb der ersten Sekunde die Geschwindigkeit 274^m erlangen; ebenso würde auch das Gewicht eines Körpers an der Sonnenoberfläche 28 mal grösser sein als das eines Körpers von gleicher Masse auf der Erde.

§ 371. **Physische Beschaffenheit der Sonne.** Die Erscheinungen, welche sich bei sorgfältigen, jahrelang fortgesetzten Beobachtungen auf der Oberfläche der Sonne kundgegeben haben, sind in neuerer Zeit die Quelle reicher Entdeckungen geworden. Die Sonne ist für die Erde und

ihre Bewohner die vorzüglichste Licht- und Wärmequelle. Die Intensität des Sonnenlichtes ist (§ 132) gleich der von 60 000 Stearinkerzen in 1 M. Entfernung und 600 000 mal stärker als die des Vollmondes. Die Wärmestrahlen, welche die Erde von der Sonne erhält, und ohne welche organisches Leben auf der Erde nicht möglich sein würde, sind hinreichend, um jährlich eine die Erde in der Dicke von 30^{m} umgebende Eisschicht zu schmelzen (§ 240), und doch gelangt von den Strahlen der Sonne nur der 2160 Millionste Theil auf die Erde. Die prismatische Zerlegung des Sonnenlichtes hat jedes Bedenken beseitigt in Betreff der Annahme, dass die Sonne ein feurig flüssiger Körper ist, oder wenigstens dass ihre Oberfläche sich als eine feurige Dampfatmosphäre darstellt. Ja seitdem von Kirchhoff der Zusammenhang nachgewiesen ist zwischen den beim Verbrennen gewisser Metalle im Spektrum sich zeigenden hellen Linien und den dem Sonnenspektrum charakteristischen dunklen Fraunhoferschen Linien, gilt es als eine feststehende Thatsache, dass in der den lichtaussendenden Sonnenkörper umhüllenden glühenden Dampfschicht Natrium, Eisen, Calcium, Mangan, Nickel in gasförmigen Zustande enthalten sind.

Von Frankland ist beobachtet worden, dass Wasserstoff in Sauerstoff bei hohem Druck brennend mit hellem Licht leuchtet und ein continuirliches Spektrum liefert, während das Wasserstoffspektrum unter gewöhnlichen Umständen aus drei scharf begrenzten hellen Linien besteht (§ 149). Demnach hat Zöllner als wahrscheinlich dargestellt, dass die sichtbare Oberfläche der Sonnenscheibe durch eine Wasserstoffatmosphäre gebildet wird, deren Spektrum durch gesteigerten Druck continuirlich geworden ist.

Weitere Entdeckungen haben sich an eine während der kurzen Dauer einer totalen Sonnenfinsterniss (§ 383) hervortretende Erscheinung angeschlossen. Nämlich die die Sonne ganz verdeckende dunkle Mondscheibe erscheint alsdann von einem hellen Strahlenkranze (corona) umgeben, und ausserdem zeigen sich an einzelnen Stellen Hervorragungen (Protuberanzen) von eigenthümlichem matterem, rosenfarbenem Lichte, welche sich Tausende von Meilen über die Oberfläche der Sonne hinaus erstrecken. (Vergl. Fig. 315, in welcher die totale Sonnenfinsterniss vom 28. Juli 1851 dargestellt ist.) Bald nach der totalen Sonnenfinsterniss vom 18. Aug. 1868 gelang es dem französischen Physiker Janssen, die Protuberanzen auch an der nicht verdunkelten Sonne aufzufinden, und seitdem hat man dieses Phänomen, welches sich in ebenso häufigem Wechsel von Form und Grösse, sowie an den verschiedensten Stellen der Sonnenoberfläche wiederholt, beobachtet. Durch die Spektralanalyse hat sich herausgestellt, dass sich in den Protuberanzen Eruptionen von glühenden Gasen, vorzugsweise von Wasserstoffgas, darstellen, ja dass die ganze Sonne von einer glühenden Hülle solcher Gase, welche Chromo-

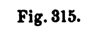


Fig. 315.



sphäre genannt wird, umgeben ist. Nach Berechnungen von Zöllner ergiebt sich als die mittlere Temperatur der Sonnenatmosphäre 27000° C. und als die Temperatur im Innern der Sonne etwa 70000° C., ferner dass im Inneren der Räume, aus denen die Protuberanzen hervorbrechen, ein Druck von über 4 Mill. Atmosphären herrscht.

Gleiche Ansprüche mit Janssen hat auf die Priorität der Entdeckung, dass sich die Protuberanzen jederzeit beobachten lassen, der englische Physiker Lockyer, der die Grundidee dazu schon 1866 gefasst hatte, und dessen Bericht über eine am 22. Oct. 1868 gelungene Beobachtung gleichzeitig mit dem aus Guntoor eingetroffenen Janssen'schen Bericht in Paris zur Veröffentlichung gelangte. Man hat Protuberanzen beobachtet, welche sich bis 4 Min. über den Sonnenrand hinaus, also bis zu einer Höhe von 24000 geogr. Meilen erstreckt haben, und dabei brauchte eine solche Flammenwelle, um bis zur Höhe von 2 Min. aufzuwirbeln, nur 2 bis 3 Sekunden Zeit.

Man hat die Frage aufgeworfen, ob die Sonne auf irgend eine Weise Ersatz erfährt für den ungeheuren Verlust an Wärme, den sie fortdauernd durch ihre Ausstrahlung in den Weltenraum erleidet, da doch ihre Wärmewirkung auf die Erde seit Jahrhunderten ungeändert geblieben ist, und glaubt diesen Ersatz zu finden in der Entwickelung neuer Wärme, welche durch das Hineinfallen von Meteormassen in den Sonnenkörper bedingt ist. Derartige Massen (§ 393) erreichen der Berechnung nach die Sonne mit einer Geschwindigkeit von 60—80 Meilen; mit dem Verlust dieser ungeheuren Geschwindigkeit beim Eintreten in die Sonne wird lebendige Kraft frei, welche in Wärme übergeführt der stürzenden Masse eine Temperaturerhöhung von etwa 50 Mill. Graden C. oder der millionfachen Masse die Erhöhung von etwa 50° C. ertheilt, die specifische Wärme der Masse gleich der des Wassers vorausgesetzt, während die des Eisens z. B. in der That nur $^1/_9$ so gross ist. Ausserdem hat Helmholtz darauf hingewiesen, dass wenn die Sonnenoberfläche durch ihre Wärmeausstrahlung wirklich erkaltet, sich der Sonnenkörper von Aussen her zusammenzieht und demnach auf die inneren Theile ein erhöhter Druck ausgeübt wird, der eine erneute Wärmeentwickelung zur Folge hat: es genüge eine Zusammenziehung des Sonnenkörpers um wenige Meter im Durchmesser während eines Jahres, um den gesammten Wärmeverbrauch innerhalb dieser Zeit zu decken. Wenn aber in der That der Sonnendurchmesser innerhalb der letzten zwei Jahrhunderte, seitdem er genauer beobachtet worden ist, sogar um 100 geogr. Meilen abgenommen haben sollte, so würde sich ihr scheinbarer Durchmesser doch nur um eine Sekunde vermindert haben, d. h. um eine Grösse, über welche die besten Beobachtungsinstrumente noch jetzt im Zweifel lassen.

§ 372. Sonnenflecken, Rotationszeit der Sonne. Bald nach Erfindung des Fernrohrs sind auf der Sonnenscheibe (von Fabricius schon 1611) dunklere Flecken bemerkt worden, welche, im Allgemeinen von sehr veränderlicher Natur, eine fortschreitende Bewegung von Ost nach West zeigen, zum Theil auch, nachdem sie am Westrande verschwunden sind, von Neuem als am Ostrande wiederkehrend beobachtet werden. Man hat daraus einen Schluss auf die regelmässige Umdrehung der Sonne um eine in ihrer Richtung unveränderliche Axe gemacht, und die Dauer dieser Umdrehung ist neuerdings von Spoerer auf 25 Tage 5 St. 58', sowie die Neigung des Sonnenäquators und der Ekliptik zu 6° 57' bestimmt worden. Grössere Sonnenflecken, die selbst dem blossen Auge sichtbar sind, übertreffen an Ausdehnung die Oberfläche der Erde; nur wenige überdauern eine oder mehrere Umdrehungen der Sonne, sie verschwinden nach und nach spurlos und werden durch andere neu entstehende wieder ersetzt. Bisweilen ist die Sonne ganz fleckenfrei. Man hat für die Zu- und Abnahme in ihrer Zahl und Grösse eine Periodicität von 11,1 Jahren beobachtet, nämlich für die Zunahme durchschnittlich 3,7 Jahre, für die Abnahme 7,4 Jahre (vergl. § 303). In der Nähe der Sonnenflecken zeigen sich oft Stellen, die durch ein helleres Licht vor den übrigen Theilen der Sonnenoberfläche hervortreten und

Sonnenfackeln genannt werden. Dieselben sind gewöhnlich von beträchtlichen Protuberanzen begleitet und vielleicht mit diesen zu identificiren, so dass die Protuberanzen am Sonnenrande erscheinende Fackeln sind.

In Fig. 316 ist die Sonne dargestellt, wie sie sich dem bewaffneten Auge am 22. Sept. 1870 gezeigt hat: das allmähliche Vorrücken der Fleckengruppe auf der linken Seite ist in den Figuren 316a—c zur Anschauung gebracht.

Fig. 316.



22. Sept. 1870.

Fig. 316a.



19. Sept.

Fig. 316b.



20. Sept.

Fig. 316c.



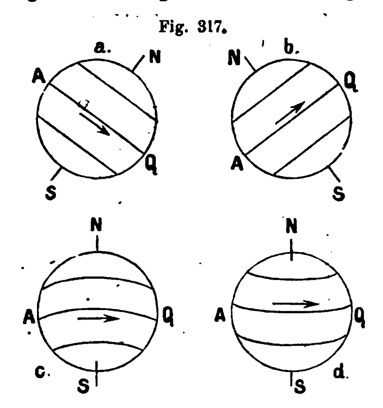
21. Sept.

Die Sonnenflecken sind keineswegs ganz dunkel; vielmehr hat Zöllner gefunden, dass sie noch 4000 mal soviel Licht ausstrahlen als gleich grosse Flächen des Vollmondes. Um ihre wahre Farbe zu erkennen, erzeugte Busolt mittelst eines sechsfüssigen Fernrohrs ein Sonnenbild auf einer weissen Fläche; er fand auf diese Weise die Sonnenscheibe selbst farblos, aber durchweg hellviolett gesprenkelt und die Flecken von dunkelvioletter Farbe. Bei genauer Beobachtung zeigen die Sonnenflecken einen dunkleren Kern, der von einem weniger dunklen Hof, der sogenannten Penumbra, umgeben ist. Nach Zöllner sind die Sonnenflecken Schlackenmassen zu vergleichen, welche auf der feurig flüssigen Sonnenoberfläche schwimmen. Ueber ihnen bilden sich dann wegen der durch sie verminderten Ausstrahlung der Wärme wolkenartige Verdichtungen der Sonnenatmosphäre, durch welche hindurch die Schlackeninseln als Kerne erscheinen; die Wolken selbst stellen sich als Penumbra für einen oder mehrere Kerne dar. Nach Lockyer ist die Sonnenkugel von einer Atmosphäre umgeben, in der sich die schwereren Gase unten,

die leichteren oben befinden. Durch die an der Oberfläche erfolgende Abkühlung sinken die kälteren Massen nach unten und erzeugen so die Sonnenflecken. Gleichzeitig erfolgen Strömungen heisser Massen nach Oben, die zum Theil die äussere Hülle durchbrechen und in Form von Protuberanzen emporgeschleudert werden.

Weil die Sonnenflecken eine eigene Bewegung zeigen, die vorzugsweise in der Nähe des Sonnenäquators als übereinstimmend und in höheren heliographischen Breiten entgegengesetzt der Rotationsbewegung beobachtet wird, und vermöge deren sich im Allgemeinen die Sonnenflecken vom Aequator entfernen, so ist die genauere Bestimmung der Umdrehungszeit der Sonne um ihre Axe sehr schwierig und in der That auch erst aus langjährigen Beobachtungen hervorgegangen. Im Allgemeinen vergehen etwa 27 Tage zwischen den auf einander folgenden Zeiten des Hervortretens eines länger andauernden Sonnenfleckens am Ostrande, oder seines Verschwindens am Westrande der Sonne: weil nun während dieser Zeit die Erde selbst um ungefähr 27° in der Ekliptik vorgerückt ist, muss die Sonne selbst 27° mehr als eine volle Umdrehung gemacht haben. Man erhält also die wahre Umdrehungszeit der Sonne angenähert aus der Proportion

Fig. 317.



$$x : 27 \text{ Tge} = 360^0 : 387^0$$

woraus

$$x = 25 \text{ Tge.}$$

Die Unveränderlichkeit der Axenrichtung der Sonne ergiebt sich aus den verschiedenen Formen, in denen sich die scheinbaren Bahnen der Sonnenflecken darstellen, wie aus den Figuren 317 hervorgeht. Am 4. Juni (a) und am 6. December (b) befindet sich die Erde in den Schnittpunkten der Aequatorialebene der Sonne mit der Erdbahn, am 5. März (c) und am 3. September (d) in der Projektionsebene der Sonnenaxe auf die Ekliptik.

B. Die Planeten.

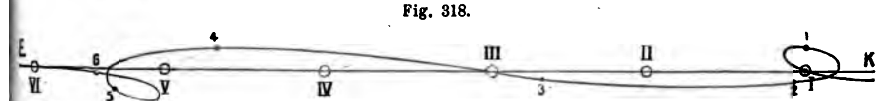
§ 373. Scheinbare Bewegung der Planeten. Die Planeten zeichnen sich unter den Gestirnen durch ihr ruhiges, zum Theil auch matteres Licht aus und dadurch, dass sie, wenigstens alle, die mit blossem Auge sichtbar sind, sich in guten Fernröhren scheibenförmig zeigen, zum Theil auch mit Phasen, welche denen des Mondes gleichen; ferner verändern sie, in auf einanderfolgenden Nächten beobachtet, mehr oder weniger schnell ihre Lage zu den anderen Gestirnen. Als hell leuchtend sind zu bezeichnen die Planeten Venus, Mars, Jupiter und in matterem Lichte Saturn, dem unbewaffneten Auge, aber nur selten, sichtbar Merkur, teleskopisch (nahezu) Uranus, Neptun, Ceres, Pallas und die übrigen sogenannten Asteroiden.

Die scheinbare Bewegung der Planeten ist weit unregelmässiger als die der Sonne und des Mondes. Im Allgemeinen findet sie zwar ebenfalls in der Hauptrichtung von Westen nach Osten statt und, abgesehen von der Bewegung der Asteroiden, in nahen Grenzen auf beiden Seiten der Ekliptik; während jedoch die scheinbare Bewegung der Sonne und die wirkliche Bewegung des Mondes ziemlich gleichförmig ist, bewegen sich die Planeten bald ungemein rasch, bald langsamer bis zum Stillstande, so dass sie ihre Stelle am Fixsternhimmel eine Zeit lang gar nicht zu verändern scheinen, fernerhin bewegen sie sich selbst rückwärts, also von Osten nach Westen, mit wachsender Geschwindigkeit, welche sich wieder verringert, bis ein neuer Stillstand eintritt zur Vermittelung ihres Ueberganges

in die anfängliche Richtung von W. nach O. Die vorwärts schreitende, rechtläufige (direkte) Bewegung überwiegt dabei weit die rückläufige (retrograde). Regelmässig scheinen bei dieser Bewegung nur die Durchgänge durch die Ekliptik zu sein, welche auch hier als Knoten der Bahn (vergl. § 356) bezeichnet werden. Die Zeit nämlich zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen durch denselben Knoten, den anfsteigenden (☊) oder den absteigenden (☋), ist immer dieselbe, der Planet mag sich rechtläufig oder rückläufig, beschleunigt oder verzögert bewegen. Gleichzeitig mit ihrer Unregelmässigkeit in der Bewegung lässt sich auch eine grosse Verschiedenheit in ihrem scheinbaren Durchmesser beobachten, welcher z. B. beim Mars (§ 380) zwischen 4″ und 22″ schwankt; es findet sich dabei das Gesetz bestätigt, dass die Planeten bei der schnellsten rechtläufigen Bewegung am kleinsten, bei der schnellsten rückläufigen Bewegung am grössten erscheinen.

In Fig. 318 ist die scheinbare Bewegung eines Planeten 1, 2, 3, . . (des Merkur vom 1. März (1) bis 1. August (6) 1875 von Monat zu Monat) zugleich mit der der Sonne I, II, III, . . dargestellt. Die Ekliptik *EK* ist als Fundamentallinie gerad-

Fig. 318.



linig angenommen, und auf ihr bewegt sich die Sonne nahezu mit gleichförmiger Geschwindigkeit, während der Planet in seinem scheinbaren Lauf 1, 2, 3 . ., da er die Strecken 12, 23, 34, 45 . . bezüglich in gleichen Zeiten zurücklegt, eine sehr ungleichförmige Geschwindigkeit besitzt. Von 2 bis 4, sowie von jenseits 5 und über 6 hinaus, bewegt sich der Planet in gleicher Richtung mit der Sonne, also rechtläufig und schneller wie diese, dagegen in den Schleifen, in der Nähe von 1 und 5, der Richtung der Sonne entgegengesetzt von Osten nach Westen, also rückläufig, mit Stillstandspunkten zwischen 1 und 2 und zwischen 5 und 6, in denen er die Sonne mit gleicher Geschwindigkeit (§ 376) zu begleiten scheint. Zugleich ist er zwischen 3 und 4 von der Westseite der Sonne auf deren Ostseite übergegangen und zwischen 5 und 6 wieder auf die Westseite zurückgekehrt. In den Stellungen 1 und 5 zeigt der Planet seinen grössten, in der Stellung zwischen 3 und 4 seinen kleinsten Durchmesser.

§ 374. Centralbewegung um die Sonne. Die Planeten haben eine ähnliche Beziehung wie die Erde zur Sonne als ihrem Centrum der Bewegung und ihrer gemeinschaftlichen Licht- und Wärmequelle. So unregelmässig ihre Bewegung von der Erde aus erscheint (§ 373), so zeigt sich in allem Wechsel der Geschwindigkeit und Richtung vollkommene Regelmässigkeit, wenn ihre Bewegung auf die Sonne bezogen wird. Die Planeten bewegen sich sämmtlich in der Nähe der Ekliptik, von welcher sie, abgesehen von einzelnen Asteroiden, nur wenige Grade abweichen, Merkur und Venus sind sogar als unwandelbare Begleiter der Sonne zu bezeichnen, indem ihre Entfernung von der Sonne stets viel kleiner, als die der Erde ist. Alle Planeten nähern sich der Sonne in rechtläufiger Bewegung (§ 373), also von Westen, verschwinden dann in den Strahlen der Sonne, um später der Sonne voraus, also nach Osten hin, wieder zum Vorschein zu kommen. Ihre Parallaxe (§ 370) ist alsdann um Vieles kleiner als die der Sonne: sie sind darum rechtläufig hinter der Sonne herumgegangen, haben sich mit ihr in der (oberen) Conjunktion befunden. Die beiden Planeten Merkur und Venus wechseln auch während ihrer rückläufigen Bewegung ihre Stellung zur Sonne von Osten nach Westen,

und wie sich aus ihrer alsdann grösseren Parallaxe schliessen, oder auch bisweilen an ihrem wirklichen Vorübergange vor der Sonnenscheibe, ihrem Durchgange durch die Sonne (§ 376), beobachten lässt, mit einer indessen erfolgten Stellung zwischen Sonne und Erde, welche als untere Conjunktion bezeichnet wird. Diese beiden Planeten heissen darum die unteren Planeten. Die übrigen Planeten, welche im Verlauf ihrer rückläufigen Bewegung um Mitternacht culminiren, so dass sie von der Erde aus sich auf der der Sonne entgegengesetzten Seite, in Opposition zur Sonne befinden, heissen dagegen die oberen Planeten. Ihre Stillstandspunkte erreichen sämmtliche Planeten in bestimmten Winkelabständen von der Sonne (§ 376).

Alle Planeten leuchten mit palarisirtem Licht (§ 182), d. h. wie Körper, welche nur die von einem anderen Körper empfangenen Lichtstrahlen reflektiren, und dass ihre gemeinschaftliche Lichtquelle die Sonne ist, ergiebt sich einmal daraus, dass ihr Licht mit wachsender Entfernung von dieser immer matter wird, so dass schon der Uranus zu den teleskopischen Planeten gezählt wird, dann aber auch besonders aus ihrem Spektrum (§ 150) und weil sich an einzelnen von ihnen, im Besonderen an den unteren Planeten und am Mars, Phasen beobachten lassen, wie am Monde, und welche in genaue Uebereinstimmung zu ihrer jedesmaligen Stellung zur Sonne zu bringen sind. (§ 376).

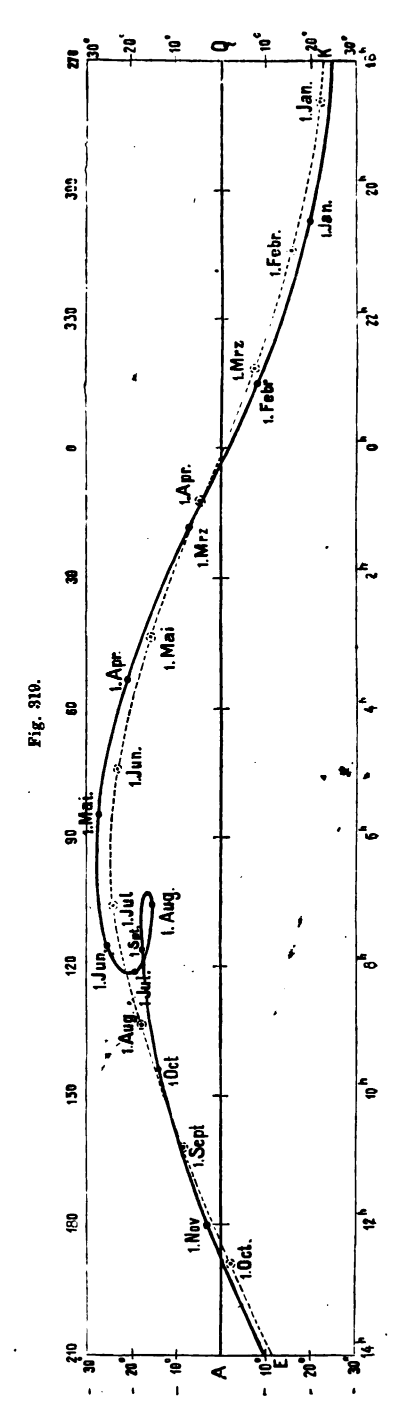
Durch ein gutes Fernrohr beobachtet, erscheinen die Planeten zum Theil als glänzende Scheiben, an denen sich bei fortgesetzter Beobachtung Veränderungen zeigen, welche auf ihre Kugelform und eine Axenumdrehung schliessen lassen. Ihre Abstände von der Erde sind viel grösser, als die des Mondes, durch den sie bedeckt (occultirt) werden können, meist auch grösser als die Entfernung der Sonne: auch verändern sich diese Abstände fortwährend, mit periodischer Zu- und Abnahme, und scheinbar ohne Zusammenhang mit ihrer Bewegung relativ zur Erde, dagegen in vollkommener Uebereinstimmung mit ihren jeweiligen Winkelabständen von der Sonne. Auch die gleichen Zeitintervalle zwischen ihren Durchgängen durch die Ekliptik (§ 373) gestatten sofort eine einfache Erklärung, sobald für die Planeten eine elliptische Bahn um die Sonne angenommen wird, deren Ebene die Ekliptik in einer festen Linie, der Knotenlinie, durchschneidet.

§ 375. Die unteren Planeten. Merkur und Venus sind in ihrer Bewegung am Himmel dadurch charakterisirt, dass ihre Abweichung von der Sonne eine bestimmte Grenze innehält, welche für den Merkur 29°, für die Venus 47° nicht überschreitet: jenachdem sie dabei ihre Stellung westlich oder östlich von der Sonne einnehmen, erscheinen sie als Morgen- oder Abendsterne. Der Merkur bleibt dabei wegen seiner grossen Nähe an der Sonne meist in ihren Strahlen verborgen und ist darum dem unbewaffneten Auge nur äusserst selten und immer nur sehr kurze Zeit sichtbar. Im Uebrigen stimmt seine Bewegung um die Sonne mit der der Venus, welche ausschliesslich als Morgen- und Abendstern benannt wird, überein.

In umstehender Figur 319 ist der scheinbare Gang der Venus von Anfang Januar bis Mitte November 1876 dargestellt und zugleich für jeden Monatsanfang die Stellung der Sonne in der Ekliptik zur Vergleichung verzeichnet. Die Venus befindet sich bald südlich, bald nördlich von der Ekliptik. Sie legt bis Mitte Juni fast den halben Aequator (genauer 170 Grad) in der Richtung von Westen nach Osten zurück, geht dann vom 21. Juni bis zum 5. August rückwärts, so dass sich ihre Rektascension um 18° verringert, und nachdem sie so in ihrer Bahn eine Schleife gemacht hat, wendet sie sich von Neuem nach Osten hin, der ihr indessen vorausgeeilten Sonne zu. Die erste Hälfte des Jahres (bis zum 14. Juli) ist sie Abendstern, die übrige Zeit Morgenstern; am 5. Mai hat sie ihre grösste östliche und am 23. September ihre grösste westliche Abweichung von der Sonne (bezüglich 45° 32′ und 46° 8′); endlich sei

noch hinzugefügt, dass sie ihren grössten Glanz als Abendstern am 8. Juni, als Morgenstern am 18. August zeigt.

Zur Erklärung dieser scheinbar unregelmässigen Bewegung beziehe man die Bahn der Venus auf die Ekliptik. Die Venus hat zuletzt am 9. November 1875 im absteigenden Knoten (§ 373) die Ekliptik durchschnitten, befindet sich also Anfang Januar 1876 nothwendig südlich derselben, am 1. März geht sie dann aufsteigend, am 21. Juni wieder absteigend und endlich am 11. Oktober von Neuem aufsteigend durch die Ekliptik. Die Zwischenzeit zwischen je zwei dieser aufsteigenden und absteigenden Knoten beträgt genau 224,7 Tage (vergl. § 378). Die gleiche Zeit verfliesst zwischen dem 5. Januar und dem 17. August, wo die Venus ihre grösste südliche, und zwischen dem 26. April und dem 6. December, wo sie ihre grösste nördliche heliocentrische Breite (von je 3° 23, 5′) erreicht. Die Venus bewegt sich also in einer Bahn, welche in regelmässigen Zeitintervallen die der Erde durchschneidet und zu dieser eine bestimmte Neigung beibehält.

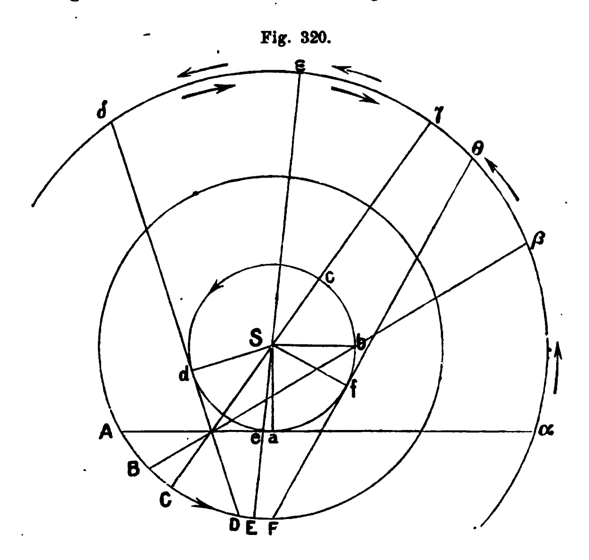

Fig. 319.

Zur weiteren Erläuterung der Rechtläufigkeit und Rückläufigkeit in der Bewegung der Venus wird die Fig. 320 dienen, in welcher die gleichzeitige Bewegung der Erde und eines inneren Planeten um die Sonne dargestellt ist, unter der Annahme, dass beide Bewegungen in concentrischen Kreisen der Ekliptik stattfinden. Zugleich sind auf einem dritten concentrischen Kreise die Oerter verzeichnet, in denen der Planet einem Beobachter auf der Erde erscheint: es sind dabei durch die entsprechenden grossen und kleinen lateinischen und die griechischen Buchstaben zusammengehörige Stellungen der Erde und des Planeten und seines scheinbaren Ortes am Himmel angedeutet worden.

In *a* (α) befindet sich der Planet als Morgenstern in seiner weitesten westlichen Abweichung von der Sonne. Bei dem gleichzeitigen Vorrücken der Erde und des Planeten, bezüglich nach *B* und *b*, nähert sich der letztere der Sonne und setzt diese (rechtläufige) Bewegung über *c* (γ), den Punkt seiner oberen Conjunktion, fort, indem er hier auf die Ostseite der

Sonne hinübertritt, also Abendstern wird, und erreicht als solcher in d (δ) seine grösste östliche Abweichung von der Sonne. Während bis hierher durch das gleichzeitige Vorrücken von Erde und Planet eine Zunahme der scheinbaren Geschwindigkeit des letzteren am Himmel bedingt war, ist von d an das Resultat der weiteren Bewegung des Planeten eine Verringerung seiner scheinbaren Geschwindigkeit, weil nunmehr Erde und Planet sich nach derselben Seite hin bewegen, und es tritt bald ein Punkt ein, wo der Planet stillzustehen scheint (§ 376); durch diesen Stillstandspunkt hindurch wird der Planet scheinbar rückläufig, weil jetzt seine wahre Geschwindigkeit in der dem Fortschreiten der Sonne entgegengesetzten Richtung die der Erde überwiegt. Bei weiterem Vorrücken scheint er sich jetzt der Sonne rasch zu nähern, geht in c (ε) durch seine untere Conjunktion, wird alsdann von Neuem Morgenstern, und nachdem er zum zweiten Mal einen Stillstandspunkt durchmessen hat, kommt er in f (Θ) wieder in seine grösste westliche Abweichung von der Sonne. Von hier ab wiederholt sich die bisher beschriebene Bewegung, die also im Ganzen in einem periodisch sich wiederholenden Vorschreiten im Sinn der scheinbaren Jahresbewegung der Sonne um eine Bogenlänge $\alpha\delta$ und nachherigen Rückgange um den Bogen $\delta\Theta$ besteht.

Fig. 320.



Die Winkel $aAS = dDS = fFS = \alpha$ geben die grösste Abweichung des Planeten von der Sonne an. Aus ihrer genauen Beobachtung gewinnt man ein neues Mittel, angenähert den **Abstand des Planeten von der Sonne** zu berechnen. Es ergiebt sich

$$aS = AS \cdot \sin\ \alpha,$$

also wenn man die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne gleich 20 Millionen Meilen annimmt, für den Merkur, d. h. $\alpha = 29^0$, $aS = 9\,096\,000$ Meilen und für die Venus, d. h. $\alpha = 47^0$, $aS = 14\,853\,000$ Meilen. In der That ist die mittlere Entfernung des Merkur von der Sonne 8 Millionen Meilen, die der Venus 15 Millionen Meilen.

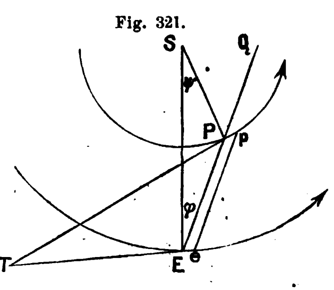
§ 376. **Umlaufszeiten, Stillstandspunkte, Phasen, Durchgänge der unteren Planeten.** Unter der **siderischen Umlaufszeit** (vergl. § 358) eines Planeten versteht man die Zeit zwischen je zwei auf einander folgenden Durchgängen durch denselben Knoten. Diese Durchgangszeiten sind unabhängig von der gegenseitigen Neigung der Ebene der Planetenbahn zur Ekliptik, weil sie weder verkürzt noch verlängert durch

die Perspektive in Punkten der Ekliptik stattfinden, und mit beträchtlicher Genauigkeit zu beobachten. Die siderischen Umlaufszeiten des Merkur und der Venus betragen bezüglich angenähert 88 Tage und $224^2/_3$ Tage (genauer § 378). Diese Umlaufszeiten sind sehr verschieden von den synodischen Umlaufszeiten, d. h. von den Zeiten zwischen den auf einander folgenden grössten östlichen oder westlichen Abweichungen oder gleichartigen (oberen oder unteren) Conjunktionen, welche für den Merkur und die Venus bezüglich 116 und 584 Tage dauern. Demnach sind auch die Geschwindigkeiten der drei Planeten Merkur, Venus und Erde sehr verschieden, nämlich in einer Stunde bezüglich 176000, 128700 und 109500 Km., während ihre Winkelgeschwindigkeiten sich bezüglich wie 25 : 10 : 6 verhalten. Bei der unteren Conjunktion also, in *E, e* (Fig. 320), lassen die unteren Planeten die Erde hinter sich, wird also, von dieser aus beobachtet, ihre Bewegung rückläufig sein (§ 375).

Um den Augenblick zu bestimmen, wo der Planet durch die Ekliptik geht, hat man zu der Zeit, wo er sich in ihrer Nähe befindet, täglich seine Rektascension und Deklination (§ 354) zu beobachten und daraus durch Rechnung die Länge und Breite des Planeten abzuleiten (§ 357). Ergeben sich dabei zwei Zeiten, an denen er auf entgegengesetzten Seiten der Ekliptik gestanden hat, so wird aus ihnen und der täglichen Aenderung der Breite, welche ziemlich gleichförmig stattfindet, durch eine einfache Proportion die Zeit berechnet, wo die Breite verschwindet, also der Planet durch die Ekliptik geht. Bei den unteren Planeten, besonders bei dem Merkur, ist die Neigung der Bahn zur Ekliptik (§ 378) gross genug, um dieses Verfahren zu rechtfertigen. — Dass die synodischen Umlaufszeiten der Planeten viel länger als die siderischen Umlaufszeiten, ergiebt sich leicht aus Fig. 320. Während nämlich der Planet von der ersten grössten westlichen Abweichung in *a* bis zur nächsten in *f* gelangt, hat er ausser dem vollen Umlauf *abcda* noch den Bogen *af* zurückgelegt. Die tropische Umlaufszeit der Planeten ist wie bei der Erde die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen durch den Aequinoktialpunkt (§ 358); dieselbe ist für die unteren Planeten nur wenig, bezüglich um 1 Minute und 8 Minuten, kürzer als die siderische Umlaufszeit.

Bestimmung der Stillstandspunkte. In den Punkten *d* und *f* (Fig. 320), bezüglich der grössten östlichen und westlichen Abweichung des Planeten, ist seine scheinbare Bewegung rechtläufig, nämlich das Resultat der alleinigen Bewegung der Erde, in dem dazwischenliegenden Punkte *e* der unteren Conjunktion rückläufig: darum müssen nothwendig zwischen *d* und *c*, sowie *e* und *f* Stillstandspunkte eintreten. Ist *P* (Fig. 321) ein solcher Punkt, so wird, wenn *Pp* und *Ee* gleichzeitig zurückgelegte Bahnelemente des Planeten *P* und der Erde *E* sind, $PE \parallel pe$ sein.

Fig. 321.



Werden durch *V* und *v* bezüglich die Geschwindigkeiten und durch *R* und *r* die Radien der als kreisförmig vorausgesetzten Bahnen von *E* und *P* bezeichnet so ergiebt sich

$$\frac{V}{v}=\frac{Ee}{Pp}=\frac{ET}{PT}=\frac{\sin TPE}{\sin TEP}=\frac{\cos SPQ}{\cos SEP}=\frac{\cos(\varphi+\psi)}{\cos\varphi};$$

und

$$\frac{R}{r}=\frac{\sin(\varphi+\psi)}{\sin\varphi};$$

es seien die als bekannt vorauszusetzenden Verhältnisse der Radien $\frac{R}{r}=m$ und $\frac{V}{v}=n$, so hat man zur Bestimmung der Winkel φ und ψ die beiden Gleichungen

$$\sin(\varphi + \psi) = m \sin\varphi \text{ und } \cos(\varphi + \psi) = n \cos\varphi,$$

aus denen sich sofort durch Elimination des Winkels ψ ergiebt

$$1 = m^2 \sin\varphi^2 + n^2 \cos\varphi^2,$$

$$\text{d. h. } \sin\varphi^2 = \frac{1-n^2}{m^2-n^2},$$

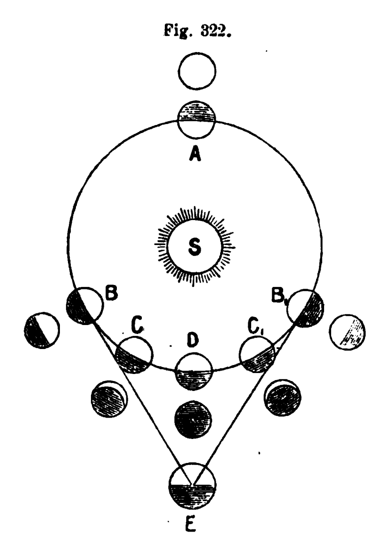
oder auch

$$\cos\psi = \frac{1+mn}{m+n}.$$

Für Merkur und Erde ist für mittlere Werthe $m = 1{,}5$, $n = 0{,}625$, folglich $\cos\psi = 0{,}82$, $\sin\varphi = \sqrt{0{,}3276}$, d. h. $\psi = 34^0\ 55'$ und $\varphi = 18^0\ 49'$. In der That, d. h. wenn man nicht, wie bei der obigen Herleitung, die Bahn der Planeten als kreisförmig annimmt, liegen die Stillstandspunkte des Merkur zwischen 15° und 20°, die der Venus in nahezu 29° Abweichung von der Sonne. — Der Merkur ist ungefähr 22 Tage rückläufig, die Venus etwa 42 Tage.

Die Phasen der unteren Planeten sind sofort aus der beistehenden Figur 322 zu entnehmen. Die Planeten erscheinen voll bei ihrer oberen Conjunktion (in *A*), zur Hälfte erleuchtet bei ihrer grössten Abweichung von der Sonne (in *B*), sichelförmig bei einer Stellung wie in *C*, endlich ganz verdunkelt bei ihrer unteren Conjunktion (in *D*). Zu bemerken ist dabei die eigenthümliche Veränderlichkeit der Venus in Bezug ihrer Helligkeit, welche zugleich von ihrer scheinbaren Grösse abhängig ist und darum ihr Maximum während ihrer rechtläufigen Bewegung für die Abweichung 40° von der Sonne erreicht.

Fig. 322.



Die Durchgänge der Venus finden selten statt, nämlich in den ungleichen, aber regelmässig wiederkehrenden Zwischenräumen von 8 Jahren, $105\frac{1}{2}$ Jahren, dann wieder 8 und $121\frac{1}{2}$ Jahren, so dass im Ganzen alle 243 Jahre vier Durchgänge stattfinden. Der letzte Durchgang hat vom 8. zum 9. December 1874 stattgefunden, nach einer $105\frac{1}{2}$jährigen Pause, und der nächste ist vom 6. zum 7. December 1882 zu erwarten. Diese Durchgänge sind von hoher Bedeutung, weil mit ihrer Beobachtung das genaueste Mittel zur Bestimmung der Entfernung der Sonne gewonnen wird. Die Durchgänge des Merkur treten häufiger ein, nämlich gewöhnlich alle 13, 13, 13, 7 Jahre, eigentlich jedoch mit einer Periode von 217 Jahren; die nächstdem zu erwartenden, in Deutschland sichtbaren Durchgänge des Merkur finden am 6. Mai 1878 und am 10. November 1894 statt. Dieselben sind, wegen der grösseren Nähe des Merkur an der Sonne, zur Bestimmung der Sonnenparallaxe von geringerer Bedeutung.

Aus den Durchgängen der Venus im Juni der Jahre 1761 und 1769, zu deren Beobachtung zuerst Expeditionen ausgerüstet worden sind, nachdem Halley schon 1677 auf ihre Wichtigkeit für astronomische Zwecke aufmerksam gemacht hatte, hat Encke für die Sonnenparallaxe den Werth 8,57" berechnet, aus dem für die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne 20 682 000 geographische Meilen folgt; für den Venusdurchgang vom 8. December 1874 waren mehr als 60 Stationen über Asien und Neuholland, sowie den grossen und den indischen Ocean hin, unter denen

fünf vom deutschen Reiche, eingerichtet. Die Beobachtungen, zu denen das erste Mal auch die Photographie dienstbar gemacht worden ist, sind grossentheils wohl gelungen: von dem noch zu errechnenden Resultat erwartet man eine Erhöhung der Sonnenparallaxe.

§ 377. Die oberen Planeten. Die Bahnen derselben umschliessen die der Erde, was einmal daraus folgt, dass die oberen Planeten sich auch in Opposition zur Sonne befinden, d. h. um Mitternacht culminiren können, dann auch daraus, dass sie niemals auch nur halbmondförmig erscheinen, ja grösstentheils überhaupt Phasen an sich nicht beobachten lassen. Nur beim Mars ist noch im Fall seiner grössten Abweichung von der Sonne, wenn er sich in Quadratur mit derselben befindet, (ihre Längendifferenz 90^0 beträgt), der Schatten einigermassen sichtbar. Um die Umlaufszeit der oberen Planeten zu bestimmen, ist die Methode der Beobachtung ihrer Durchgänge durch die Ekliptik (§ 376) darum nicht zweckentsprechend, weil die Bahnen dieser Planeten, der grösseren wenigstens, sämmtlich eine sehr geringe Neigung gegen die Ekliptik haben (§ 378). Zu einem genaueren Resultate gelangt man, indem man durch Beobachtungen in auf einanderfolgenden Nächten den Augenblick der Opposition zur Sonne zu bestimmen sucht, d. h. wenn der Längenunterschied zwischen Sonne und Planet 180^0 beträgt. Die Zeitdifferenz zwischen zwei auf einanderfolgenden Oppositionen würde genau die synodische Periode (§ 376) des Planeten sein, wenn die Bahn der Erde und des Planeten concentrische Kreise und ihre Bewegungen gleichförmig wären. Um nunmehr eine mittlere synodische Periode zu erhalten, nimmt man das Mittel aus einer grossen Anzahl unter den verschiedensten Umständen beobachteter Oppositionen. Man kann dabei auf Beobachtungen seit nahezu 2000 Jahren Bezug nehmen, weil die Alten die Oppositionen der ihnen bekannten Planeten mit grosser Sorgfalt beobachtet und mit ausreichender Genauigkeit registrirt haben. Aus der synodischen Periode ergiebt sich dann die siderische durch eine einfache Berechnung.

Die siderische Periode, d. i. die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen durch die Ekliptik, ist auch bei den oberen Planeten kleiner als die synodische Periode, weil die Erde, während der Planet von einer Opposition zur nächsten gelangt, selbst einen gewissen, durch die Beobachtung der neuen Opposition festzustellenden Bogen α der Ekliptik in gleicher Richtung zurückgelegt hat. Aus einem Beispiel wird hervorgehen, wie man aus der synodischen Periode die siderische berechnen kann (Fig. 323). Der Mars hat eine mittlere synodische Periode von 780 Tagen und zeigt von einer Opposition zur anderen einen Längenunterschied von ungefähr 48^0 44′ oder in Theilen der Ekliptik ausgedrückt αE, wo $\alpha = \frac{731}{5400}$; in derselben Zeit hat die Erde zweimal ihren Umlauf um die Sonne und den gleichen Bogen αE, im Ganzen also $2E + \alpha E = (2 + \alpha) E$ zurückgelegt. Bezeichnet man also die Winkelgeschwindigkeiten der Erde und des Mars bezüglich durch ε und μ, so ergiebt sich:

$$\mu : \varepsilon = 1 + \alpha : 2 + \alpha.$$

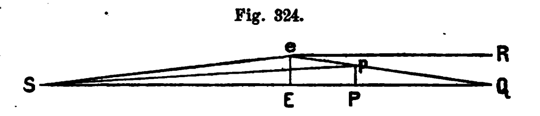
Nunmehr verhalten sich die siderischen Perioden zweier Planeten, die Zeiten, in denen sie gleiche Räume, die Ekliptik, zurücklegen, umgekehrt wie ihre Ge-

Fig. 323.

schwindigkeiten, also wird, weil das siderische Jahr der Erde 365,256 Tage enthält (§ 358), die siderische Periode des Mars $= \frac{2+\alpha}{1+\alpha} . 365,256 = 686,963$ Tagen.

Die oberen Planeten sind in ihrer scheinbaren Bewegung am Himmel um die Zeit ihrer Opposition rückläufig. Ihre Winkelgeschwindigkeit während dieser Zeit lässt sich leicht durch wiederholte Beobachtung von Tage zu Tage feststellen, und wenn man dann ihre siderische Periode als bekannt annehmen kann, so lässt sich ein Schluss machen auf ihre Entfernung von der Sonne, verglichen mit der der Erde. In der That, ist Ee (Fig. 324) ein Element der Erdbahn und Pp das entsprechende Element der Bahn eines oberen Planeten um die Zeit seiner Opposition, so dass die Sonne S, E und P in einer geraden Linie liegen, so sind die Winkel ESe und PSp gegeben. Ist $eR \parallel SQ$, so ist $\sphericalangle eQS = QeR$ die Rückläufigkeitsgeschwindigkeit des Planeten, also ebenfalls bekannt; weil nunmehr auch Ee bekannt ist, lässt sich aus dem rechtwinkligen $\triangle eEQ$ leicht EQ finden, folglich auch durch Hinzufügung von ES die Seite SQ und demnach im $\triangle SQp$ die Seite Sp, d. h. die Entfernung des Planeten von der Sonne. Auch hier wird sich ein einigermassen sicheres Resultat erst aus wiederholten Beobachtungen von Oppositionen errechnen lassen.

Fig. 324.



Die Bestimmung der Massen der Planeten s. § 387.

§ 378. In der folgenden Tafel sind für die Planeten zusammengestellt:
(A) Mittlerer Abstand von der Sonne,
(B) Mittlere siderische Periode in mittleren Sonnentagen,
(C) Durchmesser in Kilometern,
(D) Excentricität in Theilen der grossen Halbaxe der Bahn,
(E) Neigung der Bahn gegen die Ekliptik,
(F) Dauer der Rotation in Sternzeit:

	A	B	C	D	E	F
Merkur ☿	0,3871	87,969	5050	0,2055	7° 0′ 9″	24ʰ 5′
Venus ♀	0,7233	224,701	12550	0,0069	3° 23′ 28″	23ʰ 21′ 22″
Erde ♁	1	365,256	12755	0,0168		23ʰ 56′ 4″
Mars ♂	1,5237	686,980	6600	0,0933	1° 51′ 6″	24ʰ 37′ 23″
⚶ Vesta	2,3611	1325,147		0,0896	7° 8′ 30″	
⚵ Juno	2,6708	1594,296		0,2549	13° 3′ 22″	
⚳ Ceres	2,7681	1682,125		0,0767	10° 37′ 4″	
⚴ Pallas	2,7729	1686,510		0,2398	34° 37′ 33″	
Jupiter ♃	5,2028	4332,585	140000	0,0482	1° 18′ 51″	9ʰ 55′ 27″
Saturn ♄	9,5388	10759,220	127400	0,0562	2° 29′ 36″	10ʰ 29′ 17″
Uranus ♅	19,1824	30686,821	55500	0,0467	0° 46′ 28″	9ʰ 30′ (?)
Neptun ♆	30,0368	60126,710	66800	0,0087	1° 46′ 59″	

Zur Erläuterung der in der Columne D zusammengestellten Excentricitäten diene folgende Bemerkung. Ist a die halbe grosse, b die halbe kleine Axe der Planetenbahn und e die Excentricität, d. i. die Entfernung des Mittelpunktes der Bahn von einem Brennpunkte, so ergiebt sich aus den Eigenschaften der Ellipse die Gleichung

$$a^2 - b^2 = e^2,$$

folglich

$$b^2 = a^2 - e^2 = a^2 \left(1 - \left(\frac{e}{a}\right)^2\right),$$

und wenn man $\frac{e}{a} = \varepsilon$ setzt;

$$b^2 = a^2 (1 - \varepsilon^2);$$

in der Columne D sind die Werthe von $\varepsilon = \frac{e}{a}$ gegeben, es ist also beispielsweise für den Merkur $\varepsilon = 0{,}2056$, $a = 0{,}3871$, folglich $b = a\sqrt{1-\varepsilon^2} = 0{,}3788$.

Ganz ohne Gesetz und Ordnung, wenigstens in den beiden ersten Columnen, ist diese Zusammenstellung nicht; jedoch war es dem Scharfsinn Keppler's vorbehalten, den inneren Zusammenhang dieser Elemente dahin zu bestimmen, dass die Quadrate der Umlaufszeiten (B) sich wie die Cuben der mittleren Abstände von der Sonne (A) verhalten.

Keppler fand dieses Gesetz aus der genauen Vergleichung der Elemente des Mars, nach den sehr genauen Berechnungen von Tycho de Brahe, mit denen der Erde. In der That ist

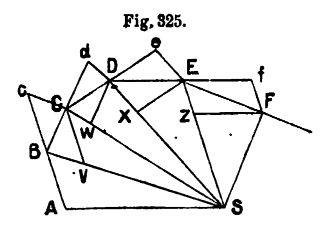
$$\log B♂ = 2{,}8369439,\ \log B♁ = 2{,}5625977;$$
$$\text{doppelte Differenz} = 0{,}5486924;$$
$$\log A♂ = 0{,}1828974,\ \log A♁ = 0;$$
$$\text{dreifache Differenz} = 0{,}5486922.$$

§ 379. Die Keppler'schen Gesetze. (Joh. Keppler, geboren 17. Dec. 1571 zu Magstatt bei Weil in Württemberg, gest. 5. Nov. 1630 zu Regensburg.)

Das erste Gesetz. Die Planeten bewegen sich um die Sonne in ebenen Curven, so dass ihre Verbindungslinien mit der Sonne, die Radii vectores, in gleichen Zeiten gleiche Flächen beschreiben (Flächensatz).

Dieses Gesetz (Radius vector verrit aream [Keppler]) ist eine unmittelbare Folge davon, dass die Planeten in ihrer Bahn durch eine Centralkraft gelenkt werden, deren Sitz der Mittelpunkt der Sonne ist. Unter der Voraussetzung, dass die Centralkraft stossweise und in gleichen Zeitmomenten wirkt, seien (Fig. 325) $ASB, BSC, CSD\ldots$ die in den einzelnen Momenten beschriebenen Flächenräume, so hat man:

Fig. 325.



$$\triangle\ ASB = BSC\ (= BSc);$$
$$\triangle\ BSC = CSD\ (= CSd);$$
$$\triangle\ CSD = DSE\ (= DSe)\ \text{u. s. w.}$$

Das zweite Gesetz. Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkte sich die Sonne befindet. Dasselbe ist eine Folgerung der besonderen Wirkung der Gravitation (§ 387), nämlich dass die Massenanziehungen sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten. (Sect. III der Philosophiae naturalis principia mathematica von Newton.)

Das dritte Gesetz. Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich wie die Cuben ihrer Entfernungen von der Sonne (§ 378). Aus diesem Gesetze geht hervor, dass die Anziehung der Sonne auf alle Planeten dieselbe ist; denn nimmt man zur Vereinfachung etwa an, dass sich die Planeten in concentrischen Kreisen um die Sonne bewegen und bezeichnet man für zwei Planeten durch p und p_1 die Beschleunigungen der Centralkräfte, durch r und r_1 die Entfernungen von der Sonne, durch T und T_1 die Umlaufszeiten, so hat man (§ 55):

$$p = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \text{ und } p_1 = \frac{v_1{}^2}{r_1} = \frac{4\pi^2 r_1}{T_1{}^2};$$

wenn jetzt das Attraktionsgesetz dargestellt wird durch die Gleichungen

$$p = \frac{A}{r^2} \text{ und } p_1 = \frac{A_1}{r_1^{\,2}},$$

so hat man

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{A} \text{ und } \frac{T_1^{\,2}}{r_1^{\,3}} = \frac{4\pi^2}{A_1};$$

wenn also durch Beobachtung festgestellt ist, dass $\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_1^{\,2}}{r_1^{\,3}}$ (§ 378), so ist $A = A_1$.

Die ältesten Astronomen gründeten ihre Weltbetrachtung auf die Annahme, dass die Erde in der Mitte des Weltenraumes eine feste Stellung einnehme und die Bewegung der sämmtlichen Himmelskörper in Kreisen stattfinde. Um die Mitte des zweiten Jahrhunderts unserer Zeitrechnung suchte Ptolemaeus das Unregelmässige in der Planetenbewegung zu erklären durch die Einführung concentrischer Kreise oder Sphären, in denen sich der Mond, die Sonne und die Planeten — die Sonne auf einer Sphäre zwischen Venus und Mars —, selbständig bewegen und weiterhin die Fixsterne befestigt sein sollten, während die Erde in ihrem Mittelpunkte still stehe: alle diese Sphären seien durch eine äusserste Sphäre, das Primum mobile, umschlossen, durch welche die inneren Sphären gemeinschaftlich an jedem Tage von Ost nach West um die Erde herumgeführt werden. Die Ungleichheit in der Geschwindigkeit der Himmelskörper wurde auf die Annahme einer excentrischen Kreisbewegung zurückgeführt, und die bald rechtläufige, bald rückläufige Bewegung der Planeten dadurch erklärt, dass sich die Planeten nicht unmittelbar in Kreisen um die Erde bewegen, wie Mond und Sonne, sondern in Epicykloiden, d. h. in Kreisen um Mittelpunkte, welche selbst wieder einen Kreis um die Erde beschreiben. Dass dabei die beiden unteren Planeten fortdauernd in der Nähe der Sonne bleiben, wurde dahin erläutert, dass die Mittelpunkte der ihnen zugehörigen Kreise die Verbindungslinie des Mittelpunktes der Sonne mit dem der Erde nicht verlassen. Erst im Copernikanischen System wurde die Sonne als der Centralkörper des Planetensystems festgestellt und dadurch, dass die Erde in die Reihe der Planeten eingefügt wurde, eine Erklärung der Ungleichheiten in der Planetenbewegung gegeben. Die Form concentrischer Kreise jedoch behielt Copernikus noch für die Planetenbahnen fest. Tycho de Brahe, ein Gegner des Copernikanischen Systems, suchte die Hauptaufgabe der Wissenschaft in möglichst genauen Beobachtungen, die er vorzugsweise in bisher unübertroffener Ausdauer auf den Mars concentrirte. Aus den Resultaten dieser Beobachtungen leitete Keppler seine Gesetze der Planetenbewegung her, und Newton endlich führte diese Gesetze auf sein Princip der allgemeinen Gravitation zurück.

§ 380. Physische Beschreibung der Planeten. Ein hauptsächlicher Unterschied der Planeten wird durch die verschiedene Intensität ihrer Beleuchtung durch die Sonne bedingt; so ist die Wirkung des Sonnenlichtes auf dem Merkur nahezu siebenmal so gross als auf der Erde, auf dieser 900mal grösser als auf dem Neptun. Ebenso wirkt die Schwerkraft auf dem Jupiter $2^1/_2$ mal mehr als auf der Erde, auf dem Mars nur halb so sehr u. s. w.

Vom Merkur ist wegen seiner hellen Beleuchtung durch die Sonne wenig mehr zu sehen, als dass er rund ist und deutliche Phasen zeigt; sein scheinbarer Durchmesser variirt zwischen 5″ und 12″.

Auch bei der Venus glänzt der erleuchtete Theil zu hell, um Genaueres erkennen zu lassen, obschon dieser Planet von allen der Erde am Nächsten kommt, bis auf $5^1/_4$ Mill. Meilen, und sein scheinbarer Durchmesser bis zu 62″ wächst. Das blendende Licht der Venussichel verliert sich allmählich zum nicht erleuchteten Theile hin, woraus man auf eine Atmosphäre der Venus einen Schluss gemacht hat: wahrscheinlich erscheint die Venus oft auch von einer Wolkenschicht umhüllt.

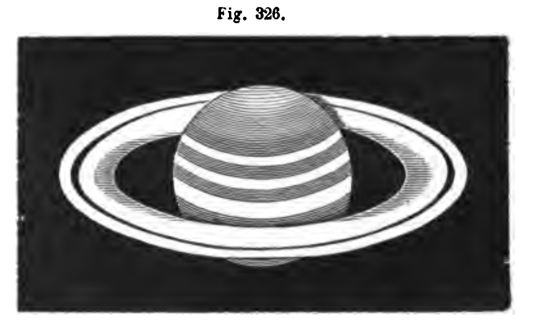
Auf dem **Mars**, welcher sich dem blossen Auge durch sein entschieden rothes Licht kenntlich macht, sieht man mit dem Fernrohr deutlich unterschieden, was Festland und Meer sein mag. Das erstere charakterisirt sich durch eine röthliche, das letztere durch eine grünliche Färbung. An den Polen erscheint der Mars schwach abgeplattet; auch zeigen sich dort zwei weissliche Flecken, wie Schnee glänzend, welche abwechselnd an Grösse ab- und zunehmen. Sein scheinbarer Durchmesser schwankt zwischen 4″ und 22″.

Die Parallaxe des Mars ist ungefähr 25″. Newcomb in Washington hat aus mehrfachen Beobachtungen der im Jahre 1862 unter besonders günstigen Umständen eingetretenen Opposition des Mars den Werth 8,85″ für die Sonnenparallaxe gefunden und daraus die Entfernung der Sonne auf 20 035 000 Mln. bestimmt.

Der **Jupiter**, 1300mal so gross als die Erde, ist durch seine vier Monde charakterisirt (§ 386), welche sich um ihn in derselben Richtung bewegen wie der Mond um die Erde. Er zeigt eine starke Abplattung, insofern sein Polardurchmesser um $^1/_{14}$ kleiner ist als der Aequatorialdurchmesser. Auf seiner Scheibe lassen sich gewisse dunklere Streifen beobachten, auch dunklere veränderliche Flecken, aus deren Beobachtung sich die Umdrehungszeit 9 St. 56 Min. um eine zur Richtung der Streifen senkrechte Axe ergiebt. Vielleicht existiren die Streifen in der Atmosphäre des Jupiter als Theile eines klaren Himmels, durch welche man den Kernkörper selbst hindurchsieht, und giebt es auf dem Jupiter ähnliche atmosphärische Strömungen, wie die Passatwinde. Der scheinbare Durchmesser des Jupiter variirt zwischen 30″ und 49″.

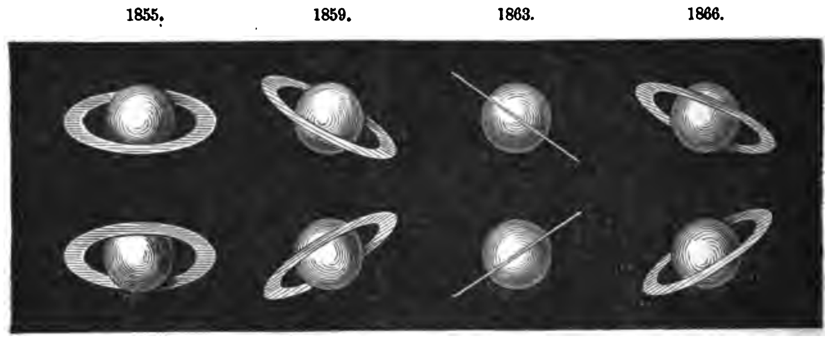
Am Auffallendsten ist die Erscheinung des **Saturn** (Fig. 326), der etwa 1000mal so gross ist als die Erde, und dessen mittlerer Durchmesser 18″ gross erscheint; nämlich ausser acht Monden, von denen die meisten aber nur mit ausgezeichneten Teleskopen sichtbar sind, zeigt er einen concentrisch getheilten flachen Ring, dessen äusserster Durchmesser über 38000 geogr. Meilen beträgt, während der Aequatorialdurchmesser des Saturn nur wenig über 17000 Meilen gross ist; die Dicke des Ringes beläuft sich nicht über 54 Meilen. Der Ring wirft Schatten auf den Saturn und dieser auf den Ring. Ausserdem lassen sich auch auf dem Saturn Streifen beobachten, welche einander und der Aequatorialebene parallel verlaufen und auf eine Axenumdrehung des Saturn in 10 St. 29 Min. schliessen lassen. Die Drehungsaxe und ebenso der Ring behalten fortdauernd nahezu dieselbe Richtung im Weltenraum; die Neigung des letzteren gegen die Ekliptik beträgt etwa 28° 11′ und schneidet dieselbe in einer Linie, welche mit der Aequinoktiallinie (1874) den Winkel 167° 49″ bildet (die Länge des Knotens wächst jährlich um 46,5″). Ferner geht die Ebene des Ringes durch die Sonne, so dass diese nur die Kante beleuchtet, wenn der Saturn in Opposition steht.

Fig. 326.



Alsdann ist die günstigste Zeit zur Beobachtung des Saturn, weil der Ring nur als eine glänzende Linie erscheint. Auf gleiche Weise verschwindet der Ring für die Erde, so oft der Saturn einen Knoten passirt; zu anderen Zeiten wird man den Ring bald von der Nordseite, bald von der Südseite sehen (Fig. 327). Entsprechend der siderischen Umlaufszeit

Fig. 327.



des Saturn beträgt auch die periodische Wiederkehr der verschiedenen Ringgestalten etwa 30 Jahre. Das Gleichgewicht des Ringes wird erhalten durch seine Rotation in seiner Ebene in etwa 10 St. 32 Min., welche Zeit nach dem Gravitationsgesetz (§ 379) der Umlaufszeit eines Mondes in der mittleren Entfernung der Breite des Ringes vom Saturn gleichkommt. Wahrscheinlich hat der Ring mehr als eine concentrische Theilung.

Der Uranus ist nur teleskopisch zu beobachten; er zeigt weder einen Ring, noch Streifen oder Flecken, hat etwa 4″ im Durchmesser und ist 82mal so gross wie die Erde. Begleitet ist er von vier (sechs?) Monden, welche sich rückläufig bewegen, und deren Bahnen fast rechtwinklig die Bahn des Uranus durchschneiden.

Der Neptun ist zu weit entfernt und seit seiner Entdeckung (1846) zu ungünstig für Beobachtungen gelegen, so dass eigentliche Resultate derselben noch zu erwarten sind. Er besitzt mindestens einen Mond.

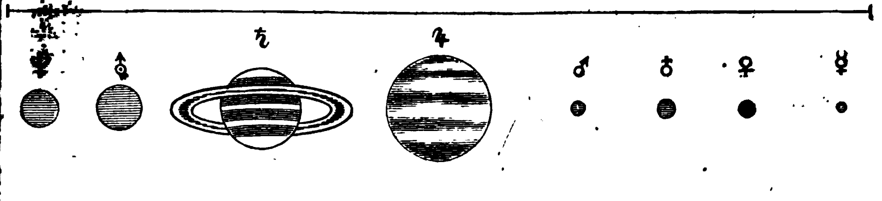
Die Asteroiden. Die grössere Lücke zwischen Mars und Jupiter wird durch eine grosse Menge kleiner Planeten ausgefüllt, von denen bisher weit über hundert beobachtet worden sind. Alle sind teleskopisch und nur an Vesta und Pallas ist eine Scheibe entdeckt worden. Aus photometrischen Vergleichungen dürfte den grösseren Asteroiden ein Durchmesser zukommen, der für Ceres auf 343, für Vesta auf 318, für Pallas auf 266, für Juno auf 189 Km. sich belaufen kann. Ihre Bahnen sind stark excentrisch, auch stark gegen die Ekliptik geneigt. Man hat die Hypothese aufgestellt, dass die Asteroiden die Trümmer eines grösseren Planeten sind.

Von den grösseren Planeten ist Uranus 1781 von W. Herschel entdeckt worden, Neptun durch Berechnung von Unregelmässigkeiten im Gange des Uranus von Leverrier 1846 an einer bestimmten Stelle am Himmel vermuthet und von Galle aufgefunden worden. Von den Asteroiden sind Ceres 1801 von Piazzi in Palermo, Juno 1804 von Harding in Göttingen, Pallas und Vesta 1802 und 1807 von Olbers in Bremen entdeckt worden, weiter nach einem längeren Zwischenraum Astraea 1845, Hebe 1847 von Hencke in Driesen u. s. w., am 4. Jan. 1876 der 158. der Gruppe zwischen Mars und Jupiter.

Unter den Absorptionsstreifen des Sonnenspektrums (§ 371) gehört ein Theil der Erdatmosphäre zu, und es hat sich nachweisen lassen, dass mehrere dieser atmosphärischen Linien vom Wasserdampf der Luft herrühren, während andere auf ein zusammengesetztes permanentes Gas, vielleicht Kohlensäure, hindeuten. Im Spektrum der Venus erscheinen die Fraunhofer'schen Linien unverändert, in dem des Mars dagegen und des Jupiter zeigen sich die Absorptionsstreifen der Erdatmosphäre sehr verstärkt, so dass beiden Planeten vielleicht eine Atmosphäre, ähnlich der der Erde, zukommt; ausserdem aber enthält das Spektrum des Mars noch starke Absorptionsstreifen im Blau und das des Jupiter im Roth. Das Spektrum des Saturn ist dem des Jupiter sehr ähnlich; auch in den Spektren des Uranus und des Neptun finden sich starke Streifen und mögen immerhin die vier äussersten Planeten noch schwach selbständig leuchten.

Die Fig. 328 soll zur Verdeutlichung der gegenseitigen Beziehungen der Grösse der Planeten, der Dimensionen der Sonne und der Bahn des Mondes um die Erde dienen.

Fig. 328.



C. Die Nebenplaneten.

a. Der Mond.

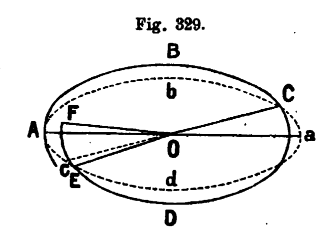
§ 381. Bahn und Grösse des Mondes. Die Bewegung des Mondes am Fixsternhimmel findet, übereinstimmend mit der scheinbaren Jahresbewegung der Sonne, in einer der scheinbaren täglichen Bewegung der Gestirne entgegengesetzten Richtung statt, jedoch mit grösserer Schnelligkeit und zwar mit einer mittleren siderischen Periode von 27 Tagen 7 St. 43′ 11,5″ für den ganzen Umlauf um die Erde. Der Mond beschreibt dabei mit nicht ganz gleichförmiger Geschwindigkeit eine nahezu kreisförmige Bahn, wie daraus hervorgeht, dass der scheinbare Durchmesser des Vollmondes kaum veränderlich ist. Den Abstand des Mondes von der Erde findet man, wie den der Sonne (§ 370), durch Berechnung der Horizontalparallaxe, deren mittlerer Werth sich gleich 57′ 19,9″ ergiebt, oder durch sogenannte Occultationen, von denen später (§ 383) die Rede sein wird. Die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde ergiebt sich aus seiner Parallaxe als das 59,965fache des Erdradius, d. h. gleich 382 422 Km. (51 500 geogr. Mln.), ist also nur wenig grösser als die Hälfte des Sonnenhalbmessers.

Der mittlere Durchmesser des Mondes, vom Mittelpunkt der Erde aus gesehen, beträgt 31′ 5″; er variirt zwischen 29′ und 34′: sein wahrer Durchmesser ist darum das 0,2729fache des Erddurchmessers, d. h. gleich 3481 Km. (468 geogr. Mln.), sein Inhalt also 0,0203 oder $^1/_{49}$ des Inhaltes der Erde.

Die Bahn des Mondes ist eine Ellipse, deren Excentricität 0,05484 der grossen Halbaxe beträgt (§ 378), und hat zur Ekliptik eine Neigung von

5^0 8′ 48″; diejenigen Punkte, in denen der Mond der Erde am nächsten kommt oder von ihr am weitesten entfernt ist, heissen Perigaeum, bezüglich Apogaeum, ihre Verbindungslinie die Linie der Apsiden. Die Knoten der Mondbahn weichen von Monat zu Monat auf der Ekliptik zurück und zwar täglich um 3′ 10,64″, in einem Jahre etwas über 19^0; die Periode dieser rückläufigen Bewegung der Knoten ist ungefähr 18,6 Jahre.

Fig. 329.



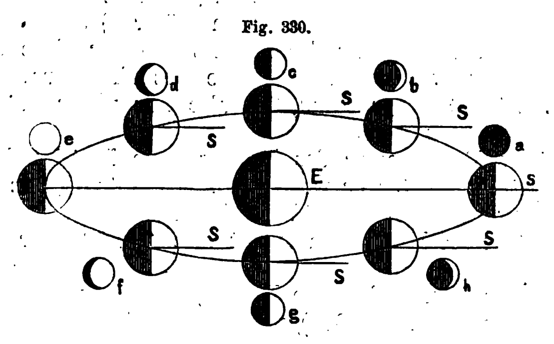
In Fig. 329 bedeutet *Abad* die Ekliptik und *ABCDEF* einen, eine ganze siderische Umlaufszeit umfassenden Theil der Mondbahn, und zwar *A* den aufsteigenden Knoten: läge die Bahn in einer Ebene, welche durch *E* ginge, so würde *a* der niedersteigende Knoten sein. Dieser Knoten tritt aber bereits im Punkte *C* ein, so dass $\measuredangle AOC < 2R$ ist, und ebenso ist der Winkel bis zum nächsten aufsteigenden Knoten $COE < 2R$, und demnach wird der siderische Umlauf von *A* aus erst in *F*, nördlich von der Ekliptik, abgeschlossen sein. Bei dieser Bewegung kann der Mond allmählich jeden Punkt des Himmels bedecken, welcher innerhalb einer Zone von 10^0 18′ Breite liegt, die Ekliptik als Mittellinie gerechnet. Trotzdem ist seine veränderte Stellung bei einem Umlauf nur wenig bemerklich; denn wenn der Mond, wie zwischen *A* und *F*, die ganze Ekliptik in der Länge durchmessen hat, so beträgt sein Breitenunterschied durchschnittlich doch nur 8′.

Auch die grosse Axe der elliptischen Mondbahn, die Apsidenlinie, ändert ihre Richtung im Raume alljährlich um etwa 41^0, bei jedem Umlauf um die Erde um ungefähr 3^0, und zwar schreitet das Perigaeum rechtläufig vor und macht einen ganzen Umlauf am Himmel in 8 Jahren 310 Tagen und 14 St. mittlerer Sonnenzeit.

Gleichzeitig rücken also auch die Axen der elliptischen Mondbahn in ihrer Ebene immer weiter vor und zeigt diese Ebene im Ganzen eine schwankende Bewegung, so dass die Berechnung der jedesmaligen Stellung des Mondes nicht einfach ist.

§ 382. Die Mondphasen; synodische Periode des Mondes. Der Mond erhält sein Licht von der Sonne und, weil seine Entfernung von dieser 400mal so gross ist als von der Erde, in fast paralleler Richtung der Strahlen, so dass er stets zur Hälfte von der Sonne beleuchtet erscheint. Je nach seiner verschiedenen Stellung zur Erde bietet er dieser einen mehr oder weniger beleuchteten Theil seiner Oberfläche dar und zeigt er darum verschiedene Phasen, die ohne besondere Erläuterung aus der Fig. 330 klar werden, in der die Mondbahn in perspektivischer Ansicht dargestellt ist.

Fig. 330.



Die **Mondmonate** werden durch die regelmässig wiederkehrenden Mondphasen bestimmt; sie dauern von Neumond zu Neumond, d. h. von jeder Conjunktion des Mondes mit der Sonne bis zur nächstfolgenden. Diese **synodische Periode** des Mondes (vergl. § 376) ist wegen der scheinbaren Bewegung der Sonne grösser als die siderische (§ 381), nämlich 29 Tge. 12^h 44′ 2,9″. Man findet aus ihr durch dasselbe Verfahren die siderische Periode, wie früher (§ 377) aus der synodischen Umlaufszeit eines oberen Planeten die siderische Umlaufszeit und umgekehrt.

Während nämlich der Mond seinen synodischen Umlauf vollendet, ist die Sonne scheinbar um 29° 6′ 20,34″ vorgerückt oder hat dieselbe das αfache der Ekliptik zurückgelegt, wo $\alpha = 0{,}080849$ ist: man hat demnach, wenn σ die scheinbare Geschwindigkeit der Sonne, μ die des Mondes bedeutet:

$$\sigma : \mu = \alpha : 1 + \alpha,$$

woraus $\mu = \frac{1+\alpha}{\alpha}\sigma = \frac{1{,}080849}{0{,}080849}\sigma$ sich ergiebt. Wenn man also durch σ das mittlere Vorrücken der Sonne an einem Tage 0°,98565 einsetzt, so rückt der Mond täglich um die mittlere Länge 13°,177 vor, demnach während eines synodischen Umlaufs 389°,1214, also um 29°,1214 über 360°. Daraus ergiebt sich, dass die siderische Periode des Mondes um $\frac{29{,}1214}{13{,}177} = 2{,}21$ Tge. = 2 Tge. 5^h 2,4′ kleiner ist als die synodische.

§ 383. **Occultation der Gestirne; Sonnenfinsterniss.** Eine **Occultation** eines Sternes tritt ein, sobald der Mond zwischen den Stern und die Erde tritt. Eigenthümlich ist dabei das plötzliche Verschwinden oder Wiedererscheinen des Gestirns, je nachdem dasselbe von dem Monde verdeckt wird oder die Bedeckung aufhört.

Derartige Sternbedeckungen sind von Bedeutung für die Längenbestimmung eines Ortes, sowie für die Bestimmung der Parallaxe des Mondes, und werden aus diesem Grunde für die Hauptsternwarten die Occultationen der helleren Fixsterne auf Jahre vorausberechnet.

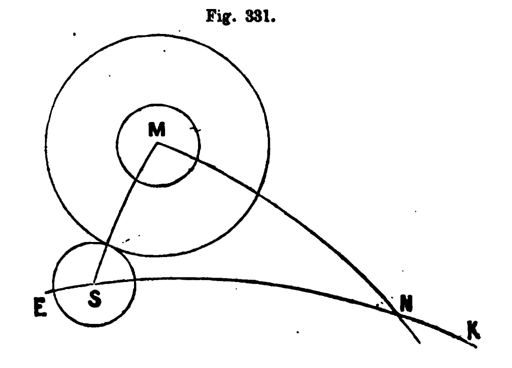
Eine Occultation der Sonne durch den Mond, auch wenn sie nur theilweise stattfindet, wird als **Sonnenfinsterniss** bezeichnet. Eine solche tritt demnach ein, sobald im Moment der grössten Nähe von Mond und Sonne der vom Mittelpunkt der Erde aus berechnete, sogenannte **geocentrische Abstand** ihrer Mittelpunkte kleiner ist als die Summe ihrer Radien und der Horizontalparallaxe des Mondes, welche Summe höchstens den Werth 1° 34′ 27″ erreicht. Die parallaktische Zugabe ist durch die Grösse der Erde bedingt.

Im sphärischen Dreieck *SNM* (Fig. 331) sei *S* der Mittelpunkt der Sonne, *M* der des Mondes, *SN* die Ekliptik, *MN* ein Theil der Mondbahn, *N* der Knoten. Für den kleinsten Abstand *MS* des Mondes von der Sonne ist bei der Berührung der um die Horizontalparallaxe des Mondes erweiterten Scheibe des Mondes mit der Sonnenscheibe Winkel *SMN* ein rechter, folglich *SN* leicht zu berechnen; wenn $SM = 1^\circ\, 34'\, 27''$ und $\angle MNS = 5^\circ\, 8'\, 48''$ (§ 381) gegeben sind:

$$\sin SN = \frac{\sin SM}{\sin SNM},$$

d. i. $SN = 17^\circ\, 50'$.

Fig. 331.



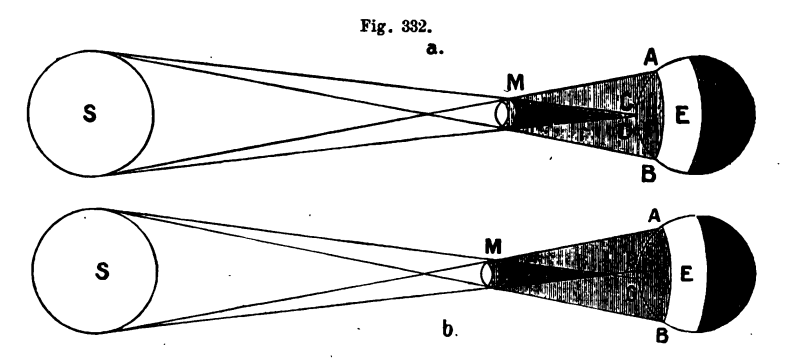
Wenn also im Augenblick des Neumondes der Knoten des Mondes dem Mittelpunkt der Sonne näher liegt als 17° 50′, so kann

auf eine irgendwo auf der Erde zu beobachtende Sonnenfinsterniss geschlossen werden. Man hat also die Sonnen- und Mondtafeln zu Rathe zu ziehen, um die Lage des Knotens und die genauen (scheinbaren) Halbmesser der Sonne und des Mondes kennen zu lernen, ferner die Localparallaxe und die Vergrösserung des Monddurchmessers, wie sie durch die nähere Stellung des Beobachters, verglichen mit der im Mittelpunkt der Erde, bedingt wird.

Die Sonnenfinsterniss wird central genannt für diejenigen Orte der Erde, an denen während der Finsterniss die Mittelpunkte von Mond und Sonne sich einen Augenblick decken, ringförmig, wenn die Mondscheibe von der Sonnenscheibe umhüllt wird, total, wenn die letztere von der ersteren ganz bedeckt wird, partial für alle Orte, für welche ein seitlicher Theil der Sonnenscheibe unverdeckt bleibt, d. h. welche nur im Halbschatten des Mondes liegen.

Die Figuren 332 a und b werden dazu dienen, eine totale und eine ringförmige Sonnenfinsterniss zu verdeutlichen: auf der Mittelzone *CD* ist die Finsterniss be-

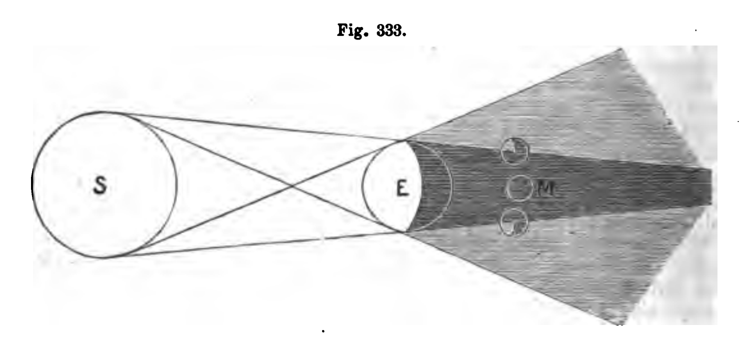
Fig. 332.



züglich total (a) oder ringförmig (b), auf der Aussenzone, begrenzt durch die Kreise *AB* und *CD*, partial, im gemeinsamen Mittelpunkte dieser Kreise central. Die grösste Ausdehnung wird eine totale Sonnenfinsterniss erreichen, wenn sich die Erde *E* im Aphel, der Mond *M* im Perigaeum befindet, eine ringförmige Sonnenfinsterniss, wenn sich die Erde im Perihel, der Mond im Apogaeum befindet. Ueber die Lichterscheinungen bei totalen Sonnenfinsternissen s. § 371.

§ 384. Mondfinsterniss. Periodicität der Finsternisse. Wie bei der Stellung von Sonne, Mond und Erde im Falle der Conjunktion (Fig. 332) eine Sonnenfinsterniss eintreten kann, so ermöglicht sich bei der Stellung dieser drei Körper in der Reihenfolge Sonne, Erde, Mond, d. h. im Falle der Opposition (Fig. 333) eine Mondfinsterniss, ein theilweiser

Fig. 333.



oder totaler Durchgang des Mondes durch den Schatten der Erde. Dabei ist der Eintritt des Mondes in den Halbschatten der Erde für das unbewaffnete Auge eines Beobachters nicht zu unterscheiden; dagegen ist die Erde so gross, dass ihr Schattenkegel weit über den Mond hinausreichen kann, so dass hier eine gegenseitige Stellung wie in Fig. 332 b, durch welche eine ringförmige Sonnenfinsterniss bedingt war, nicht möglich ist. Auch die Mondfinsternisse werden in totale und partielle unterschieden.

Eigenthümlicher Weise betragen 223 mittlere synodische Umläufe des Mondes (§ 382) 6585,32 Tage und 19 volle Umläufe des Knotens (§ 381) 6585,78 Tage; der Unterschied also der mittleren Lage des Knotens beim Beginn und nach Verlauf von 223 Mondumläufen ist fast unmerklich, und darum ist diese Zeit eine Periode für alle Verfinsterungen, d. h. sowohl die Sonnen- als die Mondfinsternisse kehren periodisch in 18 Jahren und 10 Tagen wieder. Man rechnet auf diese Zeit 29 Mond- und 41 Sonnenfinsternisse. Diese Periode ist bereits den Chaldäern bekannt gewesen.

Bei einer totalen Mondfinsterniss treten interessante Lichterscheinungen an der verdunkelten Scheibe des Mondes hervor; dieselbe zeigt nämlich ein bläulichgrünliches Licht, welches bei schneller Veränderung durch die Zwischenfarben des Spektrums Gelb und Orange zu glühendem Roth übergeht, so dass man mit dem Fernrohr selbst Flecken auf der Mondscheibe erkennen kann. Als Grund dieser Erscheinungen ist die Brechung der Sonnenstrahlen in der Erdatmosphäre anzusehen, und die Erscheinungen treten um so glänzender auf, bei je hellerem Wetter die Mondfinsterniss verläuft.

Anfang, Dauer und Grösse einer Mondfinsterniss sind leichter zu berechnen, als bei einer Sonnenfinsterniss, weil sie unabhängig sind von der Lage des Beobachtungsortes auf der Erde. Die Spitze des Kernschattenkegels liegt immer in der Ekliptik und man braucht nur die Lage des Mondes zur Zeit des Vollmondes aus den Mondtafeln zu entnehmen und dann zu berechnen, in welchem Moment der Abstand des Mittelpunktes des Mondes von der Axe des Schattenkegels gleich ist der Summe der Halbmesser des Mondes und des Halbschattens, sowie des Mondes und des Kernschattens, um Beginn und Ende der Mondfinsterniss festzustellen. Eine Mondfinsterniss, d. h. ein Eintreten des Mondes in den Kernschatten, findet nicht statt, wenn zur Zeit des Vollmondes der Abstand des Mittelpunktes der Sonne von einem Knoten der Mondbahn grösser ist als $11^0\ 21'$.

§ 385. **Physische Beschaffenheit des Mondes, Axenumdrehung, Libration.** Der Mond gewährt dem Beschauer, abgesehen von der Veränderlichkeit seiner Beleuchtung durch die Sonne, durch die seine verschiedenen Phasen veranlasst werden, immer fast genau denselben Anblick. Im Besonderen zeigt er Flecken, welche stets dieselbe Stelle behaupten und sich teleskopisch als Berge und Thäler darstellen, deren Schatten einzig nach dem Stande der sie beleuchtenden Sonne sich verlängern oder verkürzen. Man hat wiederholt photographische Ansichten des Mondes aufgenommen und seit Jahren, bei übrigens gleichen Phasen, keine Veränderung bemerkt. Weil demnach der Mond stets dieselbe Seite der Erde zukehrt, muss er sich in derselben Zeit einmal um seine Axe drehen, als er seinen Umlauf um die Erde vollendet.

Bei genauerer Bestimmung hat sich ergeben, dass die Umdrehung in einer Ebene erfolgt, welche unter dem Winkel $1^0\ 30'\ 11''$ gegen die Ekliptik geneigt ist, und in einer Zeit, welche mit der siderischen Umlaufszeit (§ 381) übereinkommt. Während aber die Bewegung des Mondes um die Erde nicht gleichförmig ist, ergiebt sich bei seiner Axenumdrehung eine unveränderliche Winkelgeschwindigkeit: darum schwanken die Schnittpunkte der Centrale von Erde und Mond mit der Oberfläche des letzteren einigermassen auf dieser hin und her, und weil ausserdem die Umdrehungs-

axe des Mondes nicht ganz senkrecht auf seiner Bahn steht, so kommen ab und zu auch die Pole des Mondes ein Wenig zum Vorschein. Diese Erscheinung heisst Libration des Mondes.

Die convexe äussere Grenze des beleuchteten Mondes ist kreisrund und fast glatt, die Schattengrenze aber sehr rauh, weil die in ihrer Nähe gelegenen Erhebungen der Mondoberfläche, die zum Theil als einzelne Berge, zum Theil als ganze Gebirge, besonders Ringgebirge mit kraterförmigen Vertiefungen, erscheinen und eine Höhe bis über 7200m (23000 par.') erreichen, also höher wie der Chimborazo sind, in Folge der für sie untergehenden Sonne lange Schatten werfen. Beim Vollmond ist kein Schatten. zu sehen. Auf der uns zugewandten Seite besitzt der Mond keine Spur von Wolken noch von einer Atmosphäre, wie aus den plötzlichen Occultationen der Gestirne (§ 383), den Lichterscheinungen bei einer totalen Sonnenfinsterniss (§ 371) und den vollkommen schwarzen Schatten der Mondberge zu schliessen ist und sich auch durch Spektraluntersuchungen bestätigt hat. In Folge dessen muss die Oberfläche des Mondes vorzugsweise stark von der Sonne erwärmt werden; trotzdem ist die eigene Wärme des Mondes sehr gering, weil auch die Wärmeausstrahlung in den Weltenraum kein Hinderniss erfährt. Eigenes Licht besitzt der Mond nicht; der matte Lichtschein, durch welchen sich der dunkle Theil des Mondes, nahe vor oder nach dem Neumonde, noch sichtbar macht, ist nur eine Folge der Reflexion des Lichtes der Erde, die alsdann dem Monde in voller Beleuchtung entgegensteht.

Es existiren genaue Mondkarten schon von Hevel und Cassini, neuerdings von Beer und Mädler und in grossem Massstabe ausgeführte Karten einzelner Mondlandschaften von Schmidt in Athen. Letzterer hat die Beobachtung gemacht, dass seit 1866 an einer bestimmten Stelle des Mondes ein Krater seine Gestalt verändert hat. Nach einer Untersuchung von Huggins zeigten die Sterne Sirius, Arcturus u. a. mehr Einfluss auf einen empfindlichen Thermomultiplikator als der Vollmond, bei dem sich nur ein unsicherer Ausschlag der Magnetnadel ergab.

b. Die Trabanten der übrigen Planeten.

§ 386. Die Monde des Jupiter, des Saturn, des Uranus. Dieselben entsprechen in ihren Bewegungen den Keppler'schen Gesetzen und stellen insofern mit ihrem Centralkörper im Kleinen ein Abbild des Sonnensystems dar, im Besonderen die vier Monde des Jupiter, welche sich schon durch Fernröhre von mässiger Vergrösserung beobachten lassen. Sie bewegen sich von West nach Ost, also rechtläufig, in Ebenen, welche nahezu mit der des Aequators des Jupiter zusammenfallen, der selbst nur um 3° 5′ 30″ gegen die Ebene der Jupitersbahn geneigt ist, und die demnach auch wenig von der Ekliptik verschieden sind. Darum scheinen sie sich nahezu geradlinig zu bewegen. Sie haben derartige Abstände vom Jupiter, dass die drei inneren bei jedem Umlauf um diesen total verfinstert werden, und diese regelmässig wiederkehrenden Verfinsterungen haben (Olaf Römer 1675) auf die Entdeckung der Geschwindigkeit des Lichtes geführt (§ 133) und lassen sich zur Bestimmung der geographischen Länge verwerthen.

In Jupitershalbmessern ausgedrückt sind die Abstände seiner Satelliten vom Jupiter:

6,05; 9,62; 15,35; 27;

ihre Umlaufszeiten in Tagen:

1,769; 3,551; 7,155; 16,689;

ihre Durchmesser in Kilometern:

3925; 3525; 5758; 4927.

Während von den acht Saturnsmonden die Bahnen der inneren fast in die Ebene des Ringes fallen, ist die des siebenten um 21° (Mädler) gegen diese geneigt. Die Umlaufsperiode des dritten Saturnstrabanten ist doppelt so gross als die des ersten, und ebenso die des vierten das Doppelte der Periode des zweiten, ja sogar 494 Umläufe des ersten Mondes,

340 des zweiten, 247 des dritten, 170 des vierten betragen sämmtlich 465 Tage 18 St. Von den vier mit Sicherheit (1874—1875 von Newcomb in Washington) beobachteten Monden des Uranus ist zu bemerken, dass ihre Bahnebenen fast senkrecht zur Ekliptik stehen (78° 58′) und ihre Bewegung rückläufig ist; ihre Umlaufszeiten betragen $2^1/_2$, 4, 9, $13^1/_2$ Tage. Sie gelten als besonders schwierige Objekte für die Beobachtung. Ein Trabant des Neptun ist bereits 1847 von Lassell aufgefunden worden.

Im August 1877 sind von Hall in Washington zwei Satelliten des Mars entdeckt worden, bezüglich in den Entfernungen 80 Sec. und 50 Sec. von ihrem Centralkörper, ihrer Helligkeit nach Sternen der 13ten Grösse zu vergleichen (§ 397), so dass zu ihrer Entdeckung ein Fernrohr von 66 Cm. Objektivöffnung erforderlich gewesen ist.

§ 387. Gravitationsgesetz. Masse der Himmelskörper. Durch die genauere Bestimmung der Bewegung des Mondes um die Erde und der Dimensionen des Erdkörpers selbst ist Newton zur Feststellung eines Gesetzes gelangt, welches nicht allein die elliptische Mondbahn und die Bewegung aller Satelliten um ihren Centralplaneten, sowie die der Planeten selbst um die Sonne als die Wirkungen einer und derselben Naturkraft darstellt, sondern auch weit über die Grenzen des Sonnensystems hinaus die Bahnen der Kometen (§ 390) und der Doppelsterne (§ 403) regelt, und welches ebenso zur Erklärung der Gesetze der Bewegung und des Gleichgewichtes aller Körper überhaupt dient. Dieses Gesetz, bekannt unter dem Namen des Gesetzes der allgemeinen Massenanziehung oder Gravitation, lautet (§ 58):

Alle Theile der Materie ziehen einander an mit einer Kraft, welche den anziehenden Massen direkt, den Quadraten der Entfernung umgekehrt proportional ist.

Newton hat ferner bewiesen, dass, wenn die anziehenden Körper Kugeln sind von gleichmässiger Dichtigkeit, oder welche aus concentrischen Schichten von gleicher Dichtigkeit bestehen (Princip. lib. I, propos. 75. 76), die Anziehung dieselbe ist, als wenn ihre ganze Masse im Mittelpunkt vereinigt wäre, und dadurch die unmittelbare Anwendung des Gravitationsgesetzes auf die Himmelskörper ermöglicht. Eine solche wurde denn auch in der Zurückführung der Bewegung der Planeten und Satelliten um ihren Centralkörper auf das gleiche Anziehungsgesetz gemacht und ebenso in der Bestimmung der Masse der Himmelskörper und der Fallbeschleunigung auf ihrer Oberfläche.

Bezeichnet man die Massen zweier als kugelförmig angenommener Himmelskörper durch m und m_1, die Entfernung ihrer Mittelpunkte durch r, so ist ihre gegenseitige Anziehung, dem Gravitationsgesetz entsprechend,

$$f\,\frac{m m_1}{r^2},$$

wo f ein constanter Faktor ist; die Anziehung, welche ein Himmelskörper, wie die Erde, auf einen Körper an ihrer Oberfläche ausübt, ist, weil die Masse des Körpers gegen die des Himmelskörpers verschwindet, unabhängig von der Masse des Körpers und proportional seiner Fallbeschleunigung. Wird diese durch γ bezeichnet, der Radius des betreffenden Himmelskörpers durch ϱ und seine Masse durch m, so hat man also

$$\gamma = h \,.\, \frac{m}{\varrho^2},$$

wo h wiederum einen constanten Werth besitzt. Newton hat gezeigt, dass diese Beschleunigung sich bis auf die Bewegung der Himmelskörper um ihren Centralkörper ausdehnt, so dass sich also, wenn M die Masse der Sonne, R die Ent-

fernung ihres Mittelpunktes von dem eines Planeten und G die Fallbeschleunigung in Folge der Anziehung der Sonne bedeuten, ergiebt

$$G = h \cdot \frac{M}{R^2},$$

und ebenso, wenn m die Masse eines anderen Centralkörpers, r die Entfernung seines Mittelpunktes von dem eines Trabanten, unter Vernachlässigung der Masse des letzteren, und g die Beschleunigung des Falles auf ersterem bezeichnen:

$$g = h \cdot \frac{m}{r^2}.$$

Anderseits ergiebt sich aus den Umlaufszeiten T und t, bezüglich des Planeten um die Sonne und des Trabanten um seinen Centralplaneten (§ 55):

$$G = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \text{ und } g = \frac{4\pi^2 r}{t^2},$$

folglich

$$\frac{M}{m} = \frac{R^3 t^2}{r^3 T^2}.$$

Ist $M = m$, findet also die Bewegung um denselben Centralkörper statt, so wird $R^3 t^2 = r^3 T^2$, d. h. $T^2 : t^2 = R^3 : r^3$, entsprechend dem dritten Keppler'schen Gesetz (§ 379). Um nunmehr das Massenverhältniss der Sonne und der Erde zu bestimmen, vergleiche man die siderische Umlaufszeit der Erde, 365,2564 Tage (§ 358), mit der des Mondes 27,32166 Tage (§ 381), und die Entfernungen der Sonne und des Mondes von der Erde, welche bezüglich das 23984- und 59,965fache des Erdradius betragen: man erhält daraus

$$M = 358000 \cdot m;$$

als genauerer Werth ergiebt sich, wenn man die Masse der Erde nicht gegen die der Sonne und die Masse des Mondes nicht gegen die der Erde vernachlässigt, $M = 355000\, m$. Ebenso lässt sich aus der Vergleichung der Umlaufszeit des äussersten Jupiterstrabanten (§ 386) mit der des Mondes die Masse des Jupiter bestimmen, bezogen auf die der Erde, $= 376\, m$ und als genauerer Werth $= 340\, m$; ferner die Masse des Saturn $= 102\, m$ und die Masse des Uranus $= 14{,}5\, m$.

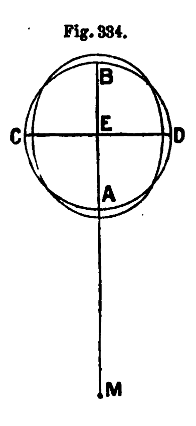
Die Masse derjenigen Planeten, welche keine Satelliten haben, ist durch die Störungen bestimmt worden, welche sie in ihrer Bewegung durch die anderen Planeten erleiden oder selbst auf diese ausüben, die des Mondes unter Anderem durch die Erscheinung der Ebbe und Fluth (§ 388), endlich die Dichtigkeit der Erde selbst durch Versuche mittelst der Drehwage (§ 58). Als Mittelwerth derselben hat sich 5,6 ergeben, und daraus sind, weil die Dichtigkeit proportional der Masse und umgekehrt proportional dem Volumen ist, hergeleitet worden die Werthe für die mittlere Dichtigkeit der Sonne = 1,4, des Merkur = 6,7, der Venus = 5,0, des Mars = 5,3, des Jupiter = 1,25, des Saturn = 0,72, des Uranus = 0,92.

Isaak Newton (geb. 25. Dec. 1642, gest. 20. März 1727) versuchte bereits in den Jahren 1665 und 1666 die Grösse der Anziehungskraft der Erde auf den Mond aus den damals bekannten Dimensionen der Erde zu bestimmen. Er fand dieselbe um ein Sechstheil grösser, als sie sich aus der Umlaufsbewegung des Mondes ergiebt. Im Jahre 1682, wo er mit den Ergebnissen der indessen erfolgten genaueren Gradmessung von Picard (§ 350) bekannt wurde, nahm er seine Berechnung wieder auf und fand diese nunmehr in vollkommener Uebereinstimmung mit seinem Gravitationsgesetz. Das Manuscript seines berühmten Werkes „Philosophiae naturalis principia mathematica" überreichte er der königlichen Societät am 28. April 1686. In diesem Werke führte er auch die Präcession der Nachtgleichen (§ 358) auf die ungleiche Anziehung zurück, welche Sonne und Mond auf die Erde vermöge der Abplattung der letzteren ausüben, und stellte er ebenso als eine Folge dieser Anziehung die Erscheinung der Fluth und Ebbe dar.

§ 388. Ebbe und Fluth. In eigenthümlichem Zusammenhange mit der Umlaufsbewegung des Mondes um die Erde und der scheinbaren jährlichen Bewegung der Sonne stehen die regelmässigen, periodisch wiederkehrenden Schwankungen in der Höhe des Meeresniveaus, welche täglich

zweimal erfolgen und in einem abwechselnden Emporsteigen und Sinken der Meeresoberfläche bestehen, Erscheinungen, welche unter dem Namen von **Fluth** und **Ebbe** bekannt sind. Die genauere Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Fluthen beträgt $12^h\ 25'\ 14''$, also eine halbe synodische Periode des Mondes (§ 382), und es zeigt sich bei sorgfältigerer Beobachtung, dass der Mond bei seiner Bewegung um die Erde von einer doppelten Fluthwelle des Meeres begleitet wird, von denen die eine sich auf der dem Monde zugekehrten, die zweite auf der ihm abgewandten Seite der Erde erhebt. Eine zweite doppelte Fluthwelle, jedoch von viel geringerer Höhe, folgt in gleichzeitiger Conjunktion und Opposition der Sonne mit einer Periode, die mit dem tropischen Sonnenjahr (§ 358) übereinkommt. Die Erhebung dieser Fluthen ist ausserdem abhängig von dem jedesmaligen Abstande des Mondes und der Sonne von der Erde, also bezüglich am grössten zur Zeit des Perigaeums und des Perihels. Durch Vereinigung beider Fluthwellen, also während des Neumondes und während des Vollmondes, steigt das Meer in der **Springfluth** am höchsten empor, dagegen tritt während des ersten und letzten Mondviertels die Fluth nur in geringerer Höhe auf. Sechs Stunden nach der Fluth tritt die Ebbe ein.

Fig. 334.



In Fig. 334 bedeutet der Kreis *ADBC* einen durch den Mittelpunkt *M* des Mondes gelegten Centralschnitt der Erde. Die Anziehung des Mondes wirkt am Stärksten auf den ihm zunächst liegenden Punkt *A*, für den er im Zenith steht, am Wenigsten auf den entgegengesetzten Punkt *B* der Erde, mit mittlerer Intensität aber auf alle in gleichem Abstande von *A* und *B* gelegenen Punkte, wie *C* und *D*. In Folge dieser verschieden starken Anziehung wird die bewegliche Wasserhülle der Erde, das Meer, in *A* emporgehoben, während in *B*, weil der mittlere Erdkörper selbst der stärkeren Anziehung des Mondes Folge leistet, das Meer zurückbleibt, so dass also zugleich in *A* und *B* eine Fluthwelle entsteht; in der mittleren Region *CD* dagegen tritt vielmehr, in Folge des Emporsteigens der Wasserwellen in *A* und *B*, eine Erniedrigung des Meeresniveaus, die Ebbe, ein.

Aenderungen in dem regelmässigen Verlauf von Fluth und Ebbe werden, abgesehen von dem Einfluss der Stürme, besonders durch die Trägheit des aufsteigenden Wassers und durch die zufälligen Configurationen des festen Landes bedingt, so dass die Zeit des Eintretens der Fluth oft selbst für benachbarte Häfen sehr verschieden sein kann; dieselbe bleibt aber für einen und denselben Hafen ebenso constant, wie auf der hohen See. Von der letzten Culmination des Mondes an gerechnet, tritt z. B. die Fluth ein in Hamburg nach 5 Stunden, in Amsterdam nach 3 Stunden, in Ostende nach 20 Minuten, in Calais nach 11 Stunden 45 Minuten, in London nach 2 Stunden 45', in Cherbourg nach 7 Stunden 45', in Lissabon nach 4 Stunden u. s. w. In den französischen Häfen erreichen die Fluthen ihre grösste Erhebung erst $1\frac{1}{2}$ Tage nach dem Mondwechsel. Zur Bestimmung der jedesmaligen Höhe der Fluth hat **Laplace** (geb. 1749, † 1827), dem wir überhaupt die eingehendsten Untersuchungen über Ebbe und Fluth verdanken, leicht zu handhabende Formeln gegeben. — Aus der Stellung des Mondes in der Nähe der Ekliptik und demnach auch des Aequators lässt sich erklären, dass die Fluthen in den Tropenländern höher sein müssen, als in grösseren geographischen Breiten. In Ostindien und an den Küsten des tropischen Amerika erreicht darum die Fluth eine grosse Höhe. Oft machen sich aber auch Localursachen geltend, so dass z. B. im Hafen von St. Malo die Fluth oft bis zu 16^m emporsteigt. Dagegen ist in der Nordsee die Bewegung des Meeres in Folge von Fluth und Ebbe geringer und an der nördlichen Küste von Norwegen ganz unbemerkbar, ebenso in kleineren oder ringsum eingeschlossenen Meeren.

D. Die Kometen.

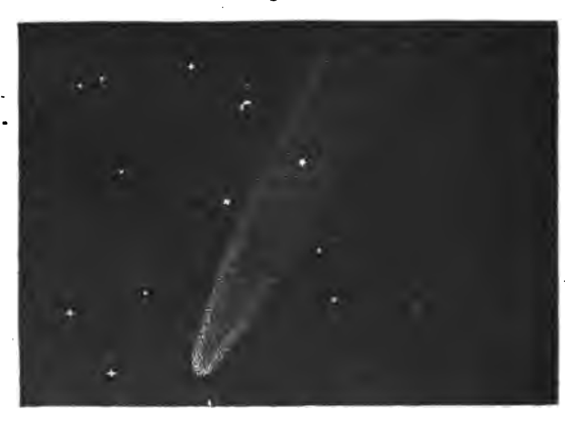
§ 389. Erscheinungsform der Kometen. Als charakteristisch für die Kometen (κομήτης, Haarstern) sind hervorzuheben ihre ausserordentliche Erscheinung am Himmel, ihr schneller und der Bewegung der übrigen Himmelskörper scheinbar nicht entsprechender Verlauf, ihre zum Theil als ungeheuer gross zu erachtende Ausdehnung und die bisweilen schnellen Veränderungen, welche an ihnen zu beobachten sind. Ihrer eigentlichen Natur nach sind sie meist noch als räthselhaft zu bezeichnen, und erst neuerdings ist für sie ein theilweiser Zusammenhang mit den Sternschnuppenschwärmen (§ 395) dargethan worden und verdankt man der Spektralanalyse Einzelnes zur Aufklärung ihrer Natur.

Die Kometen bestehen meist aus einer grossen mehr oder weniger leuchtenden, nicht scharf begrenzten nebelhaften Lichtmasse, dem Kopf, von dem aus sich, — jedoch nur bei den helleren Kometen, während die teleskopischen nur als eine rundliche Nebelhülle erscheinen, — in der Regel ein schwächer leuchtender, mehr oder weniger langer, gegen das Ende sich verbreiternder Schweif, in der Richtung des über den Kopf hinaus verlängerten, von der Sonne aus gezogenen Radius vector, erstreckt. Abweichungen von dieser Regel zeigen die mehrfach geschweiften Kometen und Kometen, deren Schweif der Bewegungsrichtung entgegengesetzt gekrümmt ist.

Ihre grösste Ausdehnung scheinen die Schweife kurz nach ihrem Durchgange durch das Perihel zu besitzen; besonders lang war der Schweif des Kometen von 1843, der sich am Himmel über 65° erstreckte, nämlich 30 Mill. Meilen. Ob die Veränderungen, welche die Schweife oft darbieten, immer innere sind, oder auf Rotationen zurückzuführen, ist eine noch zu entscheidende Frage. Der Komet von 1744 zeigte sechs durchschnittlich 4 Grad breite, 30 bis 45 Grad lange Schweife, die durch vollkommen nebelfreie Räume getrennt waren; der Komet von 1824 hatte zwei Schweife, die einen Winkel von 160° zeigten.

Der Kopf eines Kometen, die Nebelhülle mit dem Kern, besteht im Allgemeinen aus einer parabolisch geformten Nebelmasse von sehr veränderlicher Grösse: beim Encke'schen Kometen (§ 392) z. B. ist in der Entfernung 1,7 r von der Sonne, wo r die Entfernung der Erde von der Sonne bedeutet, der Durchmesser des Kometen gleich 25000 Meilen,

Fig. 335.



für 0,9*r* gleich 16000 Meilen, für 0,5*r* gleich 9000 Meilen beobachtet worden. Die Nebelhülle besteht meist aus einer Anzahl heller Zonen mit dunkleren Zwischenräumen; auch der Kern ist meist im Umriss unbestimmt, nur selten scheibenförmig. Selbst Sterne von sehr geringer Helligkeit bleiben nahe beim Kern und selbst wenn sie innerhalb desselben stehen, sichtbar, während sie schon hinter mässigem Rauche verschwinden. In Fig. 335 ist der Komet von 1819 dargestellt, der nicht sowohl durch seine Grösse, als durch seine deutliche Sichtbarkeit für das unbewaffnete Auge ausgezeichnet war.

Das Spektrum des Brorsen'schen Kometen von 1868 zeigte drei Streifen, deren mittelster am hellsten war. Dieser Beobachtung zu Folge dürfte der Komet aus glühenden, also selbstleuchtenden Gasmassen bestehen, und haben nur einzelne Theile desselben, vorzugsweise der Schweif, reflektirtes Sonnenlicht gezeigt. Das Spektrum des Kometen II vom Jahre 1868 fand Huggins nahe übereinstimmend mit dem des Kohlenwasserstoffs, das sich ergiebt, wenn man den Induktionsfunken durch ölbildendes Gas schlagen lässt.

Die Zahl der astronomisch beobachteten Kometen ist ziemlich gross (600—700); derartige Beobachtungen sind in alten Zeiten freilich nur höchst mangelhaft ausgeführt worden, datiren jedoch wegen der Bedeutung, welche der Aberglaube den Kometen beilegte, bis mehrere Jahrhunderte vor unserer Zeitrechnung zurück.

§ 390. **Bewegung der Kometen.** Die scheinbare Bewegung der Kometen ist höchst mannigfach: oft sind sie nur wenige Tage sichtbar, oft Monate lang, bald bewegen sie sich sehr langsam, bald ungemein schnell, so dass beispielsweise der Komet von 1472 an einem Tage einen Bogen von 40° am Himmel beschrieb. Einige Kometen sind rechtläufig, andere rückläufig, auch schneiden sie im Allgemeinen die Ekliptik unter sehr verschiedenen Winkeln. Bei genauerer Untersuchung jedoch gehorchen sie alle dem Newton'schen Attraktionsgesetz (§ 387), indem sie Kegelschnitte beschreiben, in deren einem Brennpunkte sich die Sonne befindet. Ihre Elemente jedoch (§ 378) ergeben zum Theil eine elliptische, zum Theil eine hyperbolische, meist eine parabolische Bahn, welche dem Flächensatz (§ 379) entsprechend in der Nähe der Sonne mit grösserer Geschwindigkeit zurückgelegt wird.

Schiaparelli in Mailand hat für den im August sichtbaren Sternschnuppenschwarm (§ 395) eine parabolische Bahn gefunden, welche merkwürdig mit der des dritten Kometen von 1862 übereinstimmt, nämlich

	Sternschnuppen vom 10. August.	III. Komet 1862.
Durchgang durch das Perihel	Juli 23,62' mittl. Zeit von Mailand	Aug. 22,9.
Länge des Perihels	343° 38'	344° 41'
Länge des aufsteigenden Knotens	138° 16'	137° 27'
Neigung zur Ekliptik	63° 3'	66° 25'
Periheldistanz	0,9643	0,9626
Umlaufszeit	105 Jahre (?)	123,4 Jahre (?)
Bewegung	rückläufig	rückläufig.

Ebenso fand später Leverrier für den Novemberschwarm bei Annahme einer 33jährigen Umlaufszeit eine Uebereinstimmung mit dem I. Komet von 1866. Vielleicht hat man sich die Kometen zum Theil vorzustellen als dichte Sternschnuppenschwärme und das Phänomen eines Sternschnuppenregens giebt dann ein Bild, wie sich das Zusammentreffen der Erde mit einem Kometen gestaltet.

§ 391. **Masse der Kometen.** Bei der grossen räumlichen Ausdehnung der Kometen ist ihre Masse als sehr gering zu erachten und darum von keinem messbaren Einfluss auf die Planetenbewegung. Dagegen

sind die Kometen in ihrer eigenen Bewegung sehr dem störenden Einfluss der grösseren Planeten unterworfen. In der Nähe der Sonne finden zum Theil Ausscheidungen statt und entwickeln sich besonders die Schweife ausserordentlich. Jedenfalls sind die Kometen fortlaufenden Veränderungen unterworfen, sie zeigen zum Theil, wie der Donati'sche Komet von 1858, gasförmige Strömungserscheinungen am Kopfe; ja sie theilen sich sogar vollständig, und am Biela'schen Kometen ist selbst beobachtet worden, dass er zuerst in zwei getrennte Kometen zerfiel und endlich sich in einen Sternschnuppenschwarm auflöste (§ 392).

Der Einfluss der grösseren Planeten auf die Kometen ist so bedeutend, dass Kirkwood die Ansicht aufgestellt hat, die Kometen, welche sich gegenwärtig in elliptischen Bahnen bewegen, verdankten diese Periodicität einer Störung durch Planeten, so dass also den Kometen ein kosmischer Ursprung zugeschrieben werden müsste. In der That haben 70 Procent dieser Kometen eine direkte Bewegung; bei 12 derselben fallen die Aphelien nahezu mit der Entfernung des Jupiter von der Sonne zusammen, bei zwei mit der des Saturn, bei drei mit der des Uranus, und bei sechs mit der des Neptun.

§ 392. **Beschreibung einzelner Kometen.** Nur eine kleine Anzahl von Kometen ist wissenschaftlich untersucht, in ihrer Bahn bestimmt und dadurch der Himmelskunde gewonnen worden. Man unterscheidet Kometen, deren periodische Wiederkehr durch Beobachtung festgestellt ist, die sich also in elliptischen Bahnen um die Sonne bewegen, und andere, deren Bahn als parabolisch oder selbst als hyperbolisch zu betrachten ist. Zu den ersteren gehört als vorzugsweise interessant

1) Der Halley'sche Komet, der erste Komet, dessen Wiederkehr vorherbestimmt worden ist und zwar von Halley (geb. 1656, † 1742) bei Vergleichung der Elemente der Kometen von 1682, 1607 und 1531. Halley stellte seine Rückkehr auf Ende 1758 oder Anfang 1759 in Aussicht, und in der That wurde, zum Triumph der Wissenschaft, der Komet den 25. December 1758 wiedergesehen, von Neuem auch 1835. Seine mittlere Umlaufszeit ist 76 Jahre 2 Monate: 1835 erschien er als Stern erster Grösse, mit einem 20° langen Schweife. In seinem Perihel ist er nur halbsoweit von der Sonne entfernt als die Erde, dagegen im Aphel nahezu doppelt soweit als der Uranus; sein grösster Abstand von der Sonne nämlich beträgt $35{,}4r$, sein kleinster $0{,}6r$, wenn r den Radius der Erdbahn bezeichnet. Seine Bewegung ist rückläufig.

2) Der Encke'sche Komet. Die Umlaufszeit dieses bereits 1786 beobachteten, nur teleskopischen Kometen wurde von Encke auf 3, 3 Jahre bestimmt. Sein Aphelium liegt noch diesseits der Jupitersbahn. Man hat an ihm eine allmähliche Verkürzung der Umlaufszeit wahrgenommen, die sich in neun Umlaufsperioden fast auf einen Tag beläuft und nach Olbers durch den Widerstand eines den Weltraum erfüllenden Mediums zu erklären wäre. Neuerdings jedoch ist die Genauigkeit dieser Beobachtung angezweifelt worden.

3) Der Biela'sche Komet ist ebenfalls nicht mit blossem Auge sichtbar. Seine Periodicität wurde von Biela zu Josephstadt erkannt und seine Umlaufszeit auf 6, 7 Jahre bestimmt. 1845 hat man seine Theilung in zwei Kometen beobachtet, welche beide 1852, jedoch bereits 350000 Meilen von einander entfernt, wiederkehrten; 1859 konnten sie ihrer Lage wegen nicht beobachtet werden; 1865/66 sind sie vergeblich gesucht worden.

Endlich am 27. November 1872, wo die Erde einen derselben passirte, ereignete sich ein glänzender Sternschnuppenfall.

Veranlasst durch ein Telegramm von Klinkerfues in Göttingen, welcher aus diesem Sternschnuppenfall den Schluss machte, dass der Biela'sche Komet gleichzeitig auf der Südhälfte der Erde bei dem Stern Θ Centauri aufgefunden werden möchte, beobachtete in der That Pogson, Direktor der Sternwarte in Madras, Anfang December den Kometen an der betreffenden Stelle des Himmels.

Der grosse Komet von 1843 hatte eine Schweiflänge von 60°. Kopf und Kern waren von ausgezeichnetem Glanze. Er war selbst am Tage sichtbar, wie der Mond bei Tage als eine weisse Wolke: ausgezeichnet war dieser Komet durch sein geringes Perihel, nämlich nur $^1/_7$ des Sonnenradius, so dass also im Perihel der scheinbare Durchmesser der Sonne für ihn 121° betrug, also der Komet unter eine 47000 mal grössere Licht- und Wärmewirkung der Sonne gelangte als die Erde, allerdings mit der grossen Geschwindigkeit von 78 Meilen in einer Sekunde; seine Periode ist 376 Jahre.

Für den Kometen I 1850 hat man eine Umlaufszeit von 28800 Jahren berechnet; der Donati'sche Komet von 1858 und der von 1861 ergeben parabolische Elemente; zu denen mit hyperbolischer Bahn gehört der Komet VI von 1863. Die Bahn des Coggia'schen Kometen von 1874 ist von Tietjen als elliptisch gefunden worden, seine Umlaufszeit etwa 9000 Jahre; in der Zeit vom 3. bis zum 5. Juli wuchs seine Schweiflänge von 1 Million bis über 5 Millionen Meilen.

E. Die Meteorite.

§ 393. Meteorsteine oder Aërolithe. Zu den Meteoriten werden gerechnet die mit Getöse zerplatzenden und auf die Erde herabstürzenden Meteorsteine, die Feuerkugeln, welche sich langsamer am Himmel bewegen, und die mit fixsternartigem Glanze nur einen kurzen Moment leuchtenden, meist in parabolischen Curven sich bewegenden Sternschnuppen. Ueber die ersteren hat man darum die meiste Kunde gewinnen können, weil sie als Mineralien sich chemisch genau untersuchen lassen; sie sind kosmischen Ursprungs, sehr verschieden in ihrer chemischen Zusammensetzung, bestehen jedoch, soviele bisher gefunden worden sind, aus Grundstoffen, welche sich auch sonst auf der Erde vorfinden: trotzdem sind sie als ganz verschieden von tellurischen Gebilden zu erachten.

Die Meteorsteine enthalten meist einen starken Procentsatz Kieselsäure und Magnesia, sowie Eisenoxyd und selbst metallisches Eisen, Nickeloxyd, Thonerde u. s. w. Nach ihrem grösseren oder geringeren Eisengehalt unterscheidet man Eisenmeteorite und Steinmeteorite. In der Regel sind sie überzogen von einer meist schwarzen Rinde und im Innern oft von weisslicher Farbe und von feinen Adern durchsetzt.

Sie sind zum Theil als geschweifte Feuerkugeln beobachtet worden, welche mit Getöse zerspringen und mit ihren Bruchstücken weite Strecken bedecken. So sammelte man 1860 bei New-Concord (Ohio) 30 Bruchstücke eines mit mehrfacher Detonation zerplatzten Meteorits, im Gesammtgewicht von 350 Kgr., das grösste Stück 51,5 Kgr. schwer und fand als Bestandtheile: Kieselsäure 51,25, Eisenoxydul 25,2, Magnesia 8,87, Thonerde 5,325, Calciumoxyd 0,785, Eisen 8,8, Nickel 2,36, Schwefel 1,18, Spuren von Chrom und Phosphor, Wasser 0,035.

Man hat geglaubt die beiden Ambose, von denen Jupiter (Ilias, XV, 19) spricht, als Meteorite deuten zu dürfen. Der schwarze Stein in der Kaaba zu Mekka ist nach der Untersuchung von Burton ein Meteorstein, von wahrscheinlich sehr hohem

Alter. Im Jahre 1492 fiel ein grosser Meteorstein zu Ensisheim, vom dem ein Fragment in der Kirche aufgehängt ist; 1511 fielen, nach Cardani's Mittheilung, während einer Sonnenfinsterniss zu Croma gegen 1200 Steine, von denen einer 130 Kgr. wog; 1870 sind von Nordenskjold in Grönland grosse Eisenmeteorite gefunden worden, von 25000, 10000, 5000 Kgr. Gewicht. Man hat Verzeichnisse von über 300 Meteoriten mit Angabe des Datums ihres Falles angefertigt.

Haidinger hat über die Licht-, Wärme- und Schallerscheinungen beim Fallen von Meteorsteinen folgende Theorie aufgestellt: Durch ein Bruchstück oder eine Gruppe von Bruchstücken wird die Atmosphäre der Erde mit einer kosmischen Geschwindigkeit (bis mehrere Meilen in einer Sekunde) getroffen, welcher dieselbe selbst in grosser Höhe einen bedeutenden Widerstand entgegensetzt. Während sich in Folge desselben die Geschwindigkeit verringert, werden durch das Zusammendrücken der Luft Wärme und Licht entwickelt, der Meteorit rotirt und erhält eine Schmelzrinde. Die durch Pressung vor dem seine Geschwindigkeit verlierenden Meteorit erzeugte heisse Luftschicht fliesst nach allen Seiten ab und ballt sich hinter dem Meteorit zu einer Feuerkugel (§ 394) zusammen. Der Stillstand des Meteors ist das Ende seiner kosmischen Bahn, Licht- und Wärmeentwickelung hören auf; der leere Raum im Innern der Feuerkugel wird plötzlich unter gewaltiger Schallentwickelung ausgefüllt; der innere kalte Kern des Meteors gleicht sich mit der Hitze der äusseren Rinde aus; der Meteorit fällt als ein der Erde angehöriger schwerer Körper zur Erde nieder, um so wärmer, aus je besser die Wärme leitendem Material er besteht.

Die Annahme, dass die Meteorsteine Eruptionsprodukte von Mondvulkanen seien, ist kaum festzuhalten; nach Poisson nämlich gehört eine Anfangsgeschwindigkeit von über 2000^m dazu, um einen Körper aus dem Attraktionsgebiet des Mondes in das der Erde zu schleudern, und wollte man für den Meteorit eine Geschwindigkeit von 35 Km. annehmen, so würde er in elliptischer oder parabolischer Bahn die Erde umkreisen.

§ 394. Feuerkugeln. Man bezeichnet Meteore, welche specifisch vielleicht nicht von den Aërolithen verschieden sind (§ 393), als Feuerkugeln, wenn sie ohne Explosion wieder zu verschwinden scheinen; dieselben sind oft von bedeutender Grösse und zeigen nicht selten eine einen Kern umgebende Dunsthülle; ihre Farbe ist selten rein weiss, oft hellblau, röthlich, gelb oder grün. Sie ziehen bei ihrer Bewegung am Himmel meist einen mehr oder minder glänzenden Schweif hinter sich her, der meist konisch gestaltet ist, jedoch auch fächerförmig beobachtet worden ist. Ihre Höhe ist meist nach vielen Meilen zu berechnen.

Einer Feuerkugel, welche am 3. December 1861 über einen grossen Theil von Mitteldeutschland hinwegzog, legte Heis eine Lichtstärke von 68 Millionen Gasflammen bei; Halley hat eine Feuerkugel beobachtet, für welche er einen Durchmesser von 2,4 Km. und eine Höhe von 400 Km. berechnete, ebenso Petit eine von 3,5 Km. Durchmesser und 670 Km. Höhe. Man hat Feuerkugeln registrirt, deren Schweife 60 Km. lang waren und andere, deren Schweife eine ganze Stunde lang sichtbar blieben. Auch von Feuerkugeln hat man Verzeichnisse angefertigt: im Jahre 1850 allein sind deren 65 beobachtet worden, und zwar waren 4 derselben von Detonationen begleitet.

§ 395. Sternschnuppen. Wohl nur relativ in ihrer Grösse von den Feuerkugeln verschieden, erscheinen die Sternschnuppen, welche

sich als solche durch einen sehr schmalen, linienartigen Schweif charakterisiren und an Helligkeit höchstens etwa der Venus gleichkommen, sporadisch zu allen Zeiten des Jahres ziemlich zahlreich, im Maximum vielleicht gegen drei Uhr Morgens. Ihre mittlere Geschwindigkeit, verglichen mit der der Erde (§ 362) als Einheit, ist etwa 1,447; die Punkte am Himmel, von denen aus sie zu kommen scheinen, die sogenannten **Radiationspunkte** der Sternschnuppen, sind zu verschiedenen Zeiten des Jahres verschieden, ebenso die Farbe der Sternschnuppen. Ihre Höhe beträgt meist 70—80 Kilometer.

Man unterscheidet die **sporadischen** Sternschnuppen von den periodisch wiederkehrenden. **Julius Schmidt** in Athen giebt für die Häufigkeit der ersteren als Jahresmittel 4—5 stündlich an, nämlich für die Mitternachtsstunde im

Januar	3,6;	Februar	3,6;	März	2,7;	April	3,7;
Mai	3,8;	Juni	3,2;	Juli	7 ;	August	8,2;
September	6,8;	Oktober	9,1;	November	9,5;	December	7,2.

Man rechnet 75,8 Proc. der Sternschnuppen als weiss; 15,9 Proc. als gelb; 5,7 Proc. als roth; 2,6 Proc. als grün.

Die **periodische Wiederkehr** grösserer Sternschnuppenschwärme ist im Anfange dieses Jahrhunderts erkannt worden, und zwar zuerst für den Sternschnuppenfall vom 10. bis 12. August, für den Novemberschwarm wohl erst seit dem 12. bis 13. November 1833. Aus dem plötzlichen Erscheinen einer grossen Menge von Sternschnuppen, während kurz vorher oder nachher das stündliche Mittel kaum übertroffen wird, wie besonders beim Novemberphänomen, lässt sich auf eine wolkenartige Anhäufung von Sternschnuppen schliessen.

Die grösste Bedeutung hat durch **Alexander von Humboldt's** Beobachtung der Novemberfall von 1799 erlangt, der über ganz Nordamerika von den Aequatorialgegenden bis Grönland sichtbar war und einen wahren Sternschnuppenregen bildete. In ungeahnter Grossartigkeit wiederholte sich dies Phänomen im November 1833, wo auf einem Flächenraum von 4 Mill. Quadratkilometer zwischen 9 Uhr Abends und 7 Uhr Morgens etwa eine halbe Million Sternschnuppen gefallen sein mögen, die meisten mit dem Punkte 150° *AR* und +21° Decl. im Sternbild des Löwen als Radiationspunkt. In gleicher Pracht trat das Phänomen im November 1866 auf, wo in Berlin allein auf einer Zone der Himmelskugel von 30° um den Polarstern gezählt wurden

um $1^h\,30'$	jede Minute	15	Sternschnuppen
$1^h\,40'$	„ „	25	„
$1^h\,50'$	„ „	43	„
2^h	„ „	55	„
$2^h\,10'$	„ „	48	„
$2^h\,20'$	„ „	35	„
$2^h\,30'$	„ „	17	„

woraus sich als Dichtigkeitsmass des Schwarmes um $1^1/_2$, 2, $2^1/_2$ Uhr bezüglich 156, 108, 170 Km. herausstellen. Die meisten Sternschnuppen kamen wieder aus dem grossen Löwen, nahe dem Stern γ desselben, aus dem Punkte 148° Asc. Rect., +22° Decl. der Himmelskugel; die durchschnittliche Höhe ihres Aufleuchtens betrug 150 Km., des Verschwindens 80 Km. Ueber den Zusammenhang des Sternschnuppenschwarmes vom 27. November 1872 mit dem **Biela'schen** Kometen ist bereits in § 3)2 die Rede gewesen.

Die Sternschnuppen des Augustphänomens haben ihren Strahlungspunkt meist im Perseus, weshalb sie **Perseïden** genannt werden, und im Gegensatz zu ihnen heissen die Sternschnuppen des Novemberphänomens die **Leoniden**. Die Bewegung der Perseïden ist rechtläufig, die der Leoniden rückläufig; die Intensität der Erscheinung ist bei den ersteren geringeren Schwankungen unterworfen als bei den letzteren. Es scheinen also die ersteren einen nahezu gleich dichten Ring um die Sonne zu bilden, die letzteren einen mehr wolkigen. Nach **Newton** in New Haven beschreibt der Hauptschwarm der Leoniden seine Bahn um die Sonne in 354,62

Tagen, trifft also je nach etwa 33¼ Jahren in eine besonders günstige Stellung zur Erde. Die Uebereinstimmung der Elemente beider Schwärme mit denen zweier Kometen ist bereits in § 390 hervorgehoben worden.

Die Spektra der Meteorkerne zeigten schöne prismatische Farben, welche sich mit dem Schwächerwerden der Meteore verloren, die der Schweife erschienen gleichfalls continuirlich, wenn aber der Schweif zu verschwinden begann, blieb eine glänzende gelbe Linie sichtbar, welche unter den terrestrischen Flammen nur dem weissglühenden Sodium zu vergleichen war.

§ 396. Zodiakallicht. Dem Sonnensystem zugehörig, im Uebrigen jedoch ihrer Natur nach ganz räthselhaft ist eine Lichterscheinung, welche sich uns bisweilen in der mittleren nördlichen Breite an hellen Frühlingsabenden nach Sonnenuntergang, wenn die Abendröthe vorüber ist, zeigt. Es erscheint alsdann am westlichen Horizonte ein matter Lichtstreifen, kegel- oder linsenförmig sich nach dem Horizont hin erweiternd, in seiner mittleren Richtung nur wenig Grade zur Ekliptik geneigt, so dass die untergegangene Sonne in der Mitte der erweitert gedachten Linse liegen würde. Dieselbe Erscheinung lässt sich im Herbst am klaren Morgenhimmel vor Beginn der Morgendämmerung beobachten. Der Winkelabstand des Scheitels dieses Lichtkegels von der Sonne wechselt zwischen 40⁰ und 90⁰ und die Breite seiner Basis zwischen 8⁰ und 30⁰: die ganze Erscheinung gehört also der Zone des Thierkreises an und ist darum als Zodiakallicht benannt worden. Das Zodiakallicht muss sich, wenn man dasselbe in Beziehung zur Sonne setzen kann, von dieser aus bis über die Bahn des Merkur und der Venus hinaus, ja selbst bis zur Erdbahn erstrecken und kann daher wohl kaum, wie früher geschehen ist, als eine Sonnenatmosphäre angesehen werden: mit grösserer Wahrscheinlichkeit dürfte sich uns in demselben ein um die Sonne herumliegender Nebelring, ähnlich einem ringförmigen Sternschnuppenschwarm (§ 395), darstellen, der zwischen der Venus- und Marsbahn freischwebt. Heis erklärte das Zodiakallicht als einen nebelartigen Ring, der innerhalb der Mondbahn um die Erde circulire.

Die Sichtbarkeit des Zodiakallichtes scheint dadurch bedingt zu sein, dass sein Scheitel einen möglichst grossen Winkelabstand von der Sonne zeigt, dass also die grosse Axe seiner Linsenform einen möglichst grossen Winkel mit dem Horizont bildet, was auf der nördlichen Erdhälfte eintritt, wenn der Frühlingspunkt westlich, der Herbstpunkt östlich im Horizont steht. Im höheren Norden sind die Verhältnisse zur Beobachtung des Zodiakallichtes ungünstiger; dagegen nennt Humboldt dieses Licht einen beständigen Schmuck der Tropennächte. Für die südlichen Breiten lässt sich das Zodiakallicht am vortheilhaftesten zur Abendzeit im Herbst- und des Morgens im Frühlingsäquinoktium beobachten. — Nach Untersuchungen von Angström besteht das Spektrum des Zodiakallichtes aus einer einzigen hellen Linie, welche nahezu die Mitte zwischen den Fraunhofer'schen Linien D und E hält.

Fünfter Abschnitt.

Die Fixsterne.

§ 397. Eintheilung nach der Helligkeit. Der Name Fixstern zur Bezeichnung eines Gestirns, welches seinen Ort am Himmel unveränderlich festhält, ist nicht absolut zu nehmen; vielmehr ist es wahrscheinlich, dass sämmtliche Fixsterne, wenn auch nur sehr langsam und

nur bei genauen Beobachtungen merklich, ihre Stellung verändern (§ 404). Man theilt die Fixsterne, ausser nach ihrer Gruppirung in gewisse Sternbilder (§ 349), auch nach ihrem Glanze ein in Sterne erster, zweiter, dritter u. s. w. Grösse. Diese Eintheilung ist insofern ganz willkürlich, als keine feste Grenze zwischen den Gestirnen verschiedener Grösse zu ziehen ist; trotzdem sind die Astronomen in ihr übereingekommen und zählen 23 oder 24 Sterne der ersten Grösse, 50 bis 60 der zweiten, etwa 200 der dritten Grösse u. s. w. Die kleinsten Sterne, welche man noch mit blossem Auge unterscheiden kann, sind von der sechsten bis siebenten Grösse. Die teleskopischen Gestirne werden bis zur 16. Grösse unterschieden, ja es scheint für dieselben keine Grenze in Betreff der Grössenabtheilung zu geben. Die Sterne desselben Sternbildes werden, ihrer Helligkeit nach geordnet, mit den auf einanderfolgenden griechischen Buchstaben bezeichnet oder mit Zahlen versehen; die helleren haben meist auch besondere Namen erhalten. Man rechnet im Ganzen bis zur siebenten Grösse 12—15000 Fixsterne.

Zur Bestimmung der Helligkeit der Gestirne hat man verschiedene Methoden und Instrumente, unter denen ein von Zöllner construirtes sogenanntes Polarisations-Astrophotometer hervorzuheben ist. Die scheinbare Grösse (§ 400) der Fixsterne übrigens ist jedenfalls abhängig von der Entfernung, der wirklichen Grösse der Sterne und der Helligkeit der leuchtenden Oberfläche, über welche Elemente wir fast nur auf Hypothesen angewiesen sind. Nach ihrer Helligkeit geordnet sind die hauptsächlichsten

Sterne erster Grösse:

a) Nördlich: Arcturus, Capella, Wega, Procyon, α Orionis, Aldebaran, Atair.

b) Südlich: Sirius, η Argus, Canopus, α Centauri, Rigel, α Eridani, β Centauri, α Crucis, Antares, Spica.

Sterne zweiter Grösse:

a) Nördlich: Pollux, Regulus, α Cygni, Castor, ε Ursae, α Ursae, α Persei, η Ursae, γ Orionis, β Tauri, Polaris, γ Leonis, α Arietis, ζ Ursae, β Andromedae, β Aurigae, γ Andromedae.

b) Südlich: Fomalhaut, β Crucis, α Gruis, γ Crucis, ε Orionis, ε Canis, λ Scorpii, ζ Orionis, β Argus, γ Argus, ε Argus, α Trianguli, ε Sagittarii, Θ Scorpii, α Hydrae, δ Canis, α Pavonis, β Gruis, σ Sagittarii, δ Argus, β Ceti, λ Argus.

§ 398. Vertheilung der Fixsterne am Himmel; die Milchstrasse. Die Sterne der ersten drei bis vier Grössen sind ziemlich gleichmässig über das Himmelsgewölbe vertheilt, die kleineren Gestirne jedoch häufen sich, jemehr man sich der sogenannten Milchstrasse nähert, und besonders innerhalb dieser selbst. Durch das Fernrohr überzeugt man sich, dass der Glanz der Milchstrasse von einer unzählbaren Menge von Sternen der verschiedensten Grössen herrührt. Die Fixsterne häufen sich also an einzelnen Theilen des Himmels gleichsam wolkenförmig an. W. Herschel hat an einzelnen Stellen der Milchstrasse vor seinem Teleskope soviel Sterne vorüberziehen sehen, dass er auf einen Grad im Quadrat 5000 Sterne rechnete.

Die Milchstrasse hat etwa die Form eines grössten Kreises, der gegen den Aequator unter dem Winkel 63° geneigt ist und ihn in der $AR = 0^h\ 47'$ und $AR = 12^h\ 47'$ schneidet. Sie ist zum Theil in zwei Parallelströme getheilt, zwischen denen der eben erwähnte grösste Kreis liegt. An den Polen dieses Kreises befinden sich die wenigsten Gestirne, und von ihnen aus zur Milchstrasse hin ist eine allgemeine Zunahme in ihrer Anzahl zu beobachten, für welche Struve folgende Tafel aufgestellt hat:

Abst. vom nördl. galaktischen Pol.	Durchschnittszahl von Sternen in einem Felde von 15'.
0°	4,15
15°	4,68
30°	6,52
45°	10,36
60°	17,68
75°	30,3
90°	122.

Die Vertheilung der Sterne in der Milchstrasse ist sehr verschieden, sowohl was die Grösse der Gestirne als die Dichtigkeit ihrer Anhäufung anbetrifft: man trifft in ihr ganz leere Zwischenräume, wo also die Sterne sich wie auf einen dunkeln Hintergrund projiciren, andere Stellen dagegen, welche dem unbewaffneten Auge oder in schwächeren Fernröhren nur hell erscheinen, lösen sich bei stärkerer Vergrösserung in Myriaden von Gestirnen auf.

§ 399. Entfernung der Fixsterne. Um die entfernteren Punkte unseres Sonnensystems ihrem Abstande nach zu bestimmen, ist der Durchmesser der Erde als Basis (§ 370) zu klein, und muss man darum die jährliche Parallaxe statt der täglichen zu bestimmen suchen, d. h. die scheinbare Ortsveränderung der Gestirne am Himmel in Folge der verschiedenen Stellung der Erde zur Sonne. Der elliptischen Bewegung der Erde durch die Punkte a, b, c, d (Fig. 336) entspricht die scheinbare elliptische Bewegung eines Sternes P durch die Punkte a', b', c', d'; die halbe grosse Axe $m'a'$ ($= ma = \alpha$ in Bogenmass) dieser Ellipse wird die jährliche Parallaxe von P genannt. Dieselbe ist grösser für die näheren, kleiner für die entfernteren Sterne; genauer ist für

Fig. 336.

$\alpha = 1^0$ die Entfernung $57\,r$,
$\alpha = 1'$ „ „ $3438\,r$,
$\alpha = 1''$ „ „ $206265\,r$,

wenn r den Radius der Erdbahn bezeichnet. Bei den Fixsternen führte jedoch auch die Bestimmung der jährlichen Parallaxe kaum zu irgend einem positiven Resultate; die Untersuchungen waren mit Fehlern behaftet, die bei astronomischen Messungen nicht zu vermeiden sind, und es war um so bedenklicher, massgebende Resultate daraus ableiten zu wollen, weil es sich nur um Winkel von geringen Bruchtheilen einer Sekunde handelte. Man gelangte bis Anfang dieses Jahrhunderts nur zu dem negativen Resultate, dass kein Fixstern nördlicher Breite eine Parallaxe grösser als eine Sekunde lieferte. Die Entfernung der Fixsterne ergab sich darum grösser als das 206265fache der Entfernung der Erde von der Sonne, so dass das Licht, um von einem Fixstern zur Erde zu gelangen, mehr als 3 Jahre 83 Tage gebraucht.

Seitdem durch Copernikus die jährliche Bewegung der Erde festgestellt ward, hat man sich bemüht, eine Jahresparallaxe der Fixsterne zu bestimmen; Tycho de Brahe vervollkommnete die Beobachtungsmethoden, so dass seine Bestimmungen eine Genauigkeit von 1′ erreichten, jedoch ebenfalls ohne den gewünschten Erfolg; durch weitere Verfeinerung der Beobachtungsmittel auf 1″ fand Bradley 1725 eine Parallaxe der Fixsterne und zwar für alle dieselbe Parallaxe von 20,4″ und zugleich den Grund dieser eigenthümlichen Erscheinung in der Aberration des Lichtes (§ 133).

Eine wirkliche Parallaxe (1″) wurde zuerst 1832 von Henderson am Cap der guten Hoffnung für den Stern erster Grösse αCentauri gefunden und neuerdings (1860—1864) von Maclear auf den Werth 0″,88 festgestellt. Um dieselbe Zeit (1838) hat Bessel in Königsberg für den Stern 61Cygni, einen Fixstern von kaum der sechsten Grösse, der sich durch seine eigene, jährlich bis auf 5″ steigende Bewegung zwischen seinen Nachbargestirnen auszeichnet, die Parallaxe 0″,348 hergeleitet, und so lässt sich bereits folgende Tabelle zusammenstellen:

Name des Fixsterns	Grösse	jährl. Parallaxe		Entf. in Erdweiten
αCentauri	I	0,88″	(Henderson u. Maclear)	234000
61 Cygni	VI	0,348	(Bessel)	593000
34 Groombridge *)	VIII—IX	0,307	(Auwers)	672000
αLyrae	I	0,261	(Struve)	790000
Sirius	I	0,23	(Henderson)	897000
1830 Groombridge *)		0,226	(Peters)	
ιUrsae majoris	III	0,133	(Peters)	
Arcturus	I	0,127	(Peters)	
Polaris	II	0,067	(Peters)	
Capella	I	0,046	(Peters)	4484000

Zu bemerken ist dabei, dass Peters für den Stern zweiter Grösse αCygni eine Parallaxe nicht hat finden können.

§ 400. Grösse der Fixsterne. Die planetarische Scheibe, welche Fixsterne von hellem Glanze bisweilen im Fernrohr zeigen, ist eine Folge der Brechung des Lichtes, indem bei grösserer Oeffnung des Objektivs die Scheibe kleiner wird; dass aber überhaupt eine solche Scheibe nur unmessbar klein sein kann, ergiebt sich aus der augenblicklich, ohne irgend bemerkbare allmähliche Verminderung des Lichtes erfolgende Occultation der Fixsterne durch den Mond (§ 383). Wenn also von Grösse der Fixsterne gesprochen wird (§ 397), so wird dadurch nur ihr verschiedener Glanz bezeichnet. Durch photometrische Methoden hat man gefunden, dass der Stern αCentauri 27000mal weniger Licht aussendet als der Vollmond, ferner ist das Sonnenlicht 800000mal stärker als das des Vollmondes (§ 132): darum ist das Sonnenlicht 22 Mill. mal intensiver als das von αCentauri. Es ergiebt sich hieraus für diesen Stern der Glanz 2,2, wenn der der Sonne in gleicher Entfernung gleich 1 gesetzt wird.

Der Glanz des Sirius ist viermal stärker als der von αCentauri und seine Jahresparallaxe nur 0,23″ (§ 398); darum die Helligkeit des Sirius 66mal so gross als die von αCentauri und 146mal so gross als die der Sonne. Könnte man die Sonne, deren scheinbarer Durchmesser im Mittel die Grösse 32′ 3″ (§ 362) hat, in eine derartige Entfernung am Himmel versetzen, dass sie nur die Jahresparallaxe

*) Groombridge, Verzeichniss der Circumpolarsterne.

1″ zeigte, so würde ihr scheinbarer Durchmesser nur die Grösse 0″,000093 haben, also auch für die besten Fernröhre keine Grösse zeigen.

§ 401. Spektrum der Fixsterne. Nach der spektroskopischen Untersuchung von mehreren Hundert, vorzugsweise der heller leuchtenden Fixsterne, sind vier Typen von Fixsternen zu unterscheiden:

Die glänzenderen haben, wie die Sonne, Spektra mit charakteristischen dunklen Linien auf hellem Grunde; so der Sirius, der dem blossen Auge weiss oder bläulich erscheint. Man kann fast mit Sicherheit auf das Vorkommen von glühendem Wasserstoff, ebenso mit Wahrscheinlichkeit auf das von Eisen, Magnesium und Natrium in der Atmosphäre des Sirius schliessen. Aehnliches gilt für die Spektra der übrigen weiss leuchtenden Sterne, der Wega in der Leier, des Regulus, des Rigel.

Zum zweiten Typus gehören die Spektra der gelben Sterne, wie Capella, Aldebaran, Arcturus: dieselben sind reich an Absorptionsstreifen in Roth und Blau, im Uebrigen dem der Sonne ähnlich. Im Aldebaran hat Huggins ausser H, Na, Mg, Ca, Fe auch Te, Bi, Sb, Hg nachgewiesen, welche letzteren vier Metalle in der Sonnenatmosphäre nicht vorkommen.

Einen dritten Typus bilden nach Secchi die übrigen meist röthlichen helleren Fixsterne, als Repräsentant Beteigeuze (α Orionis). Ihre Spektren bestehen aus säulenartigen, hellen und dunklen Bändern, die fast wie Cannelirungen aussehen. Die Wasserstofflinien sind ebenfalls meist deutlich erkennbar, zuweilen jedoch, wie bei γ Cassiopejae, erscheinen dieselben hellleuchtend. Sie erinnern an die Sonnenflecken (§ 372), die breitere Absorptionsstreifen zeigen als das gewöhnliche Sonnenspektrum. Viele dieser Sterne, wie α Orionis, gehören zu den veränderlichen Sternen (§ 402).

Die Spektren endlich der Sterne des vierten Typus, zu denen ausschliesslich Sterne der sechsten und noch geringerer Grösse gehören, enthalten drei helle Zonen, welche durch dunkle Zwischenräume getrennt sind, und erinnern insofern an das Spektrum des Kohlenwasserstoffs.

§ 402. Veränderliche, periodische, temporäre Sterne. Gewisse Sterne charakterisiren sich durch ein mehr oder weniger regelmässiges periodisches Zu- oder Abnehmen ihres Glanzes, ja einige sind selbst vollständig erloschen oder neu erglänzt. Am Frühesten (1596 durch Fabricius) ist eine solche Veränderlichkeit an dem Sterne o im Wallfisch, genannt Mira Ceti, (AR $= 32^0$ 56′, D $= -3^0$ 40′) beobachtet worden. Derselbe erscheint etwa zwölfmal in 11 Jahren oder genauer in der Periode von 331 Tagen 15^h 7′, glänzt etwa 14 Tage, sogar gleich einem Stern zweiter Grösse, nimmt dann drei Monate lang ab, bis er dem blossen Auge fünf Monate unsichtbar bleibt, und wächst endlich die übrige Zeit seiner Periode.

Maximum und Minimum von Mira Ceti sind nicht immer gleich stark. Von October 1672 bis December 1676 soll er ganz unsichtbar gewesen sein, dagegen war er am 5. Oct. 1839 besonders glänzend.

Ein zweiter sehr merkwürdiger periodischer Stern ist β Persei, genannt Alcol: derselbe ist gewöhnlich von der zweiten Grösse und zwar während 2 Tage $13^1/_2{}^h$, nimmt dann plötzlich im Glanze ab, nämlich in $3^1/_2$ Stunden bis zur vierten Grösse, in welcher er etwa 15 Minuten bleibt, um dann wieder in $3^1/_2$ Stunden den anfänglichen Glanz zu erlangen.

Seine ganze Periode dauert 2 Tage 20^h 49′. Die Vermuthung, dass sich um ihn ein dunkler Körper bewegt, ist durch die Berechnungen von Klinkerfues bestätigt worden. Andere periodische Sterne sind δ im Cepheus, β Lyrae, η Aquilae u. s. w., hauptsächlich bemerkenswerth etwa 36, bis zu einer 18jährigen Periode.

Als temporär sind zu bezeichnen andere Gestirne, welche plötzlich am Himmel erschienen und nach längerer oder kürzerer Zeit wieder verschwunden sind, bei denen man aber eine Periode noch nicht beobachtet hat, oder die vielleicht auch erst einmal gesehen worden sind. Schon Hipparch erwähnt die Erscheinung eines solchen Sternes im Jahre 125 v. Chr.; — ein anderer erschien 389 n. Chr. nahe am Stern αAquilae, glänzte drei Wochen lang hell wie die Venus und verschwand wieder; ebenso zeigten sich temporäre Sterne in den Jahren 945, 1264, 1572 zwischen Cepheus und Cassiopeja (vielleicht derselbe Stern mit einer Periode von ungefähr 312 Jahren, so dass er nächstdem wieder zu erwarten wäre), und so sind über 20 temporäre Sterne, sämmtlich in oder nahe an der Milchstrasse beobachtet worden. Gewisse Gestirne sind ebenso als verschwunden zu bezeichnen.

Im Sternbild der nördlichen Krone zeigte sich im Mai 1866 ein sehr heller, die Fixsterne zweiter Grösse an Glanz übertreffender Stern an einer Stelle, wo in den Sternkarten ein Stern neunter bis zehnter Grösse verzeichnet ist. Noch in derselben Nacht verlor er an Helligkeit, erschien nach 4 Tagen bereits als Stern vierter Grösse und nahm weiter stetig an Glanz ab, bis er nach 8 Tagen nur noch als Stern sechster Grösse und endlich nach drei Wochen wieder von der neunten Grösse beobachtet wurde. Huggins und Miller wurden sogleich von dem Aufleuchten dieses Sternes in Kenntniss gesetzt und untersuchten denselben durch das Telespektroskop, als er noch ziemlich hell, in der vierten Grösse, leuchtete. Sie fanden in seinem Spektrum, neben den dunklen Sreifen der gewöhnlichen Fixsternspektren (§ 401), vier helle Linien, die nur von einem hell leuchtenden Gase herrühren konnten, und von denen zwei mit den charakteristischen Spektrallinien des Wasserstoffs übereinstimmten. Diese Linien wurden allmählich schwächer und verschwanden ganz, als der Stern nur noch einem der achten Grösse gleichkam. Die ganze Erscheinung würde sich erklären lassen durch das Hervorbrechen grosser Massen von Gasen, vorzugsweise von Wasserstoffgas, aus dem Innern des Gestirns, deren Entzündung und allmähliches Wiedererlöschen. — Am 24. Nov. 1876 fand J. Schmidt zu Athen einen Stern dritter und vierter Grösse an der Grenze des Schwans gegen die Eidechse hin, dessen Licht vom 27. Nov. ab rasch abnahm, so dass er schon am 15. Dec. dem unbewaffneten Auge nicht mehr sichtbar war. Die Spektraluntersuchungen haben auch hier vorzugsweise auf brennenden Wasserstoff schliessen lassen.

§ 403. Doppelsterne; Bewegung derselben. Als Doppelsterne bezeichnet man Gestirne, welche sich teleskopisch als gedoppelt zeigen, d. h. aus zwei (oder auch drei und mehreren), nahe bei einander befindlichen Einzelsternen zu bestehen scheinen. Die grosse Anzahl dieser Doppelsterne (2000 bis zur Entfernung von 32″), ihre grosse Nähe (zwanzig zwischen 0″ und 1″) und ihre zum Theil fast übereinstimmende Grösse lassen auf einen mehr als zufälligen Zusammenhang schliessen. Nach einer Berechnung von Struve ist die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{9570}$, dass irgend zwei Sterne bis zur siebenten Grösse bis 4″ einander genähert sein sollten, und doch zählt man solcher Doppelsterne über 90. Unzweifelhaft aber wird die Frage der Zusammengehörigkeit dieser Gestirne entschieden durch ihre gegenseitige Bewegung.

Die beiden Sterne von αCentauri sind von der zweiten Grösse, von denen überhaupt nur 50—60 existiren (§ 397) und haben eine so beträchtliche eigene Bewegung, dass längst der eine den anderen verlassen haben würde, wenn sie nicht zusammengehörten, während ihre Entfernung höchstens 15″ betragen hat und sie

wiederholt kaum zu trennen gewesen sind. Der Stern Mizar (ζ Ursae majoris), der mittelste im Schwanz, lässt für ein scharfes Auge in nächster Nachbarschaft (Entfernung 15′) einen kleinen Stern erkennen, Alkor oder das Reiterchen genannt: teleskopisch erscheinen beide Sterne bereits in so grosser Entfernung von einander, dass sie kaum mehr als zusammengehörig geschätzt werden; dagegen zeigt sich nunmehr der Stern Mizar selbst als Doppelstern (Abstand 12—16″).

Als mehrfache Sterne sind hervorzuheben θ Orionis, ein vierfacher hell leuchtender Stern von den Grössen 4, 6, 7, 8, der erste und letzte noch mit sehr kleinen Begleitern, ε Lyrae, ein doppelter Doppelstern, α Andromedae u. s. w. — Doppelsterne, bei denen die Begleiter sehr klein sind, sind besonders der Polarstern, α Lyrae, ι Ursae majoris u. s. w. — Doppelsterne mit allmählich steigender Entfernung ihrer Sterne: γ Coronae Borealis, γ Centauri (0″—1″) — γ Circini, δ Cygni (1″—2″) — α Piscium, β Hydrae (2″—4″) — α Crucis, α Herculis, α Geminorum (4″—8″) — β Orionis, γ Arietis (8″—12″) — α Centauri, β Cephei (12″—16″) — α Canum Ven., ζ Piscium (16″—24″) — δ Herculis, η Lyrae (24″—32″) u. s. w. — Im Anfange der 60er Jahre ist ein schon von Bessel 1846 vermutheter Begleiter des Sirius, ein sehr lichtschwacher Stern, wirklich gesehen worden.

Bei längere Zeit hindurch fortgesetzter Beobachtung der Doppelsterne hat sich vielfach eine Zusammengehörigkeit derselben aus ihrer gegenseitigen Bewegung ergeben. Nach 25jähriger Beobachtung glaubte zuerst 1803 W. Herschel aussprechen zu können, dass es Doppelsterne gebe, welche zusammen ein System bilden und als solche in ihrer Bewegung dem Gravitationsgesetz (§ 387) Folge leisten, im Besonderen die Doppelsterne Castor, γ Virginis, ξ Ursae, γ Leonis, δ Cygni u. s. w.; ja er gab bereits von einigen die periodischen Umlaufszeiten an, so von Castor 334 Jahre, von γ Leonis 1200 Jahre; — 1841 sind von Mädler über 100 Doppelsterne von gleichem Charakter aufgeführt worden.

Savary zeigte 1830 zuerst durch ausgeführte Rechnung, dass die Bewegung des Doppelsterns ξ Ursae eine elliptische ist mit der kurzen Periode von 58,25 Jahren, nach der späteren Berechnung von J. Herschel und Mädler von 61 Jahren; — α Centauri (J. Herschel) hat eine Umlaufszeit von 77 Jahren; δ Cygni von 178,7 Jahren (Hind); γ Virginis von 182,12 Jahren (J. Herschel); der Doppelstern ζ Herculis hat eine Umlaufszeit von nur 46,357 Jahren und seit der Zeit seiner Beobachtung bereits zweimal seinen Umlauf vollendet und dabei zwei Occultationen gezeigt.

Die Entdeckung der Parallaxe von α Centauri und 61 Cygni (§ 398) gestattet nunmehr auch, von den absoluten Dimensionen ihrer Bahnen zu sprechen. Die Entfernung der beiden Sterne 61 Cygni hat seit 1781 kaum um 0,5″ von ihrem mittleren Werthe 15,5″ differirt, während ihr Positionswinkel sich seitdem um 70° geändert hat; ihre Bahn scheint darum nahezu kreisförmig zu sein und die Umlaufszeit vielleicht 500 Jahre. Die Parallaxe dieses Sternes ist 0″,348 und es verhält sich

$$15{,}5 : 0{,}348 = 44{,}5 : 1,$$

d. h. die Bahn dieses Doppelsternes übertrifft in ihren Dimensionen die des Neptun um die Sonne. Die Farben der Doppelsterne sind oft Complementarfarben, roth und grün, gelb und blau u. s. w.

§ 404. Eigene Bewegung der Fixsterne. Halley hat zuerst darauf aufmerksam gemacht, dass zu den Zeiten des Hipparch, 130 v. Chr., die drei Sterne Sirius, Arcturus und Aldebaran nördlicher in der Breite gestanden haben als 1717; er rechnete nunmehr noch die Verminderung der Schiefe der Ekliptik für die Zwischenzeit von 1847 Jahren hinzu, vermöge deren diese Sterne vielmehr südlicher hätten stehen sollen, und so ergab sich für dieselben bezüglich eine Bewegung von 37′, 42′, 33′ südlich. Zur Bestätigung dieses Resultates konnte auch eine Occultation des Aldebaran durch den Mond vom Jahre 509 n. Chr. dienen, welche nach seiner nunmehrigen südlichen Stellung nicht möglich gewesen wäre. Auch der Doppelstern 61 Cygni hat in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts seine Lage

am Himmel um etwa 4′ 23″ geändert, jährlich um etwa 5″,3, ziemlich geradlinig und mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Aehnliches gilt für andere Fixsterne. Wenn auch die Sonne eine solche Eigenbewegung zeigt, so wird in Folge davon ein durchschnittliches Streben aller Sterne nach demselben Verschwindungspunkte hin, nämlich parallel der Richtung der Sonne hervortreten: in der That ist durch einen solchen Schluss W. Herschel auf die Vermuthung gebracht worden, dass sich die Sonne unter den Fixsternen auf einen Punkt hin bewegt, der nicht fern von λ Herculis liegt, im Mittel nach Beobachtungen anderer Astronomen, AR = 260°, D = + 34° 30′.

Um die etwaige Geschwindigkeit der Sonne zu finden, kann man nunmehr etwa annehmen, dass die glänzendsten Sterne auch die nächsten sind (Struve) oder diejenigen, welche die grösste eigene Bewegung zeigen (Argelander). Nach Struve's Ausführungen beträgt die jährliche Bewegung der Sonne etwa 1,623 Radien der Erdbahn, d. h. nahezu ein Viertel der Jahresbewegung der Erde. Wie weit die eigene Bewegung der Sonne von der geraden Richtung und der Gleichförmigkeit abweicht, ist erst späteren Generationen zur Entscheidung aufbewahrt, ebenso die Frage der sogenannten Centralsonne.

Neuerdings hat die Spektralanalyse das Mittel gewährt, um auch die Geschwindigkeit zu beurtheilen, mit welcher sich die Fixsterne uns nähern oder von uns entfernen. Jenachdem nämlich ein leuchtender Punkt näher kommt oder zurückweicht, gelangen von ihm in gleicher Zeit entsprechend mehr oder weniger Lichtstrahlen zu uns, und findet darum ein Verschieben seiner Spektrallinien bezüglich nach dem violetten oder rothen Ende hin statt (§ 178). Umgekehrt, wenn im Spektrum eines Sternes eine erkennbare Gruppe von Linien oder eine durch ihre Stärke charakteristische Linie nicht genau die Stellung beibehält, die sie im Sonnenspektrum hat, so ist dies als nothwendige Folge der Bewegung des Sternes zur Erde hin oder von ihr hinweg zu erachten. In der That hat Huggins 1868 gefunden, dass die F-Linie im Spektrum des Sirius ein wenig dem rothen Ende zu von der entsprechenden Linie im Wasserstoffspektrum abweicht, was einer Entfernung des Sirius von der Erde, und zwar bei genauerer Messung von etwa 66 Km. in der Sekunde, entspricht; also nachdem die eigene Bewegung der Erde in Anschlag gebracht war, ergab sich, dass der Sirius sich etwa 33 Km. in der Sekunde von der Erde entfernt. Da man nun auch die Seitenbewegung des Sirius gefunden hat, so war der Schluss gerechtfertigt, dass sich der Sirius in bestimmt angebbarer Richtung mit der Geschwindigkeit von 53 Km. in der Sekunde bewegt.

Ebenso hat Huggins gefunden, dass von der Sonne fort sich bewegen: Beteigeuze (α Orionis) mit der Geschw. 35 Km., Rigel (48 Km.), Castor (40 Km.), Regulus (22—27 Km.); dagegen auf die Sonne zu Arcturus (Geschw. 88 Km.), α Lyrae (70—86 Km.), α Cygni (62 Km.), Pollux (78 Km.). Fünf Sterne (β, γ, δ, ε, ζ) im Sternbild des grossen Bären weichen insgesammt mit der Geschwindigkeit 48 Km. von uns zurück, dagegen nähert sich α Urs. maj. mit der Geschwindigkeit 72—96 Km.

§ 405. Sternhaufen und Nebelflecken. An einzelnen Stellen des Himmels scheinen sich Sterne haufenweise zusammenzudrängen: so in der Sterngruppe der Plejaden, wo man mit blossem Auge 6—7 Sterne unterscheiden zu können glaubt, während sich im Fernrohr 50—60 helle, in sehr enge Grenzen vereinigte Sterne zeigen, abgesondert vom übrigen Himmelsraum. Das Haar der Berenice ist eine andere solche aus helleren Sternen zusammengesetzte Gruppe. Im Krebs findet sich ein

heller Fleck, der schon durch ein Fernrohr von mässiger Vergrösserung in Sterne aufzulösen ist; schwieriger gelingt das mit einem Nebelfleck im Schwertgriff des Perseus. Einige Nebelflecken sind kreisförmig und enthalten mehrere tausend Sterne, obschon ihr Durchmesser 8—10′ nicht übersteigt, so der Nebelfleck (AR = 16° 35′ 37″, Decl. = 36° 47′) zwischen η und ζ Herculis für ein gutes Fernrohr auflösbar, jedoch in hellen Nächten auch dem blossen Auge sichtbar.

Man unterscheidet Sternhaufen, auflösbare Nebelflecken, eigentliche Nebelflecken, planetarische Nebel und Nebelsterne, obschon dieselben nur relativ verschieden sein mögen, wegen ihrer Entfernung oder Anhäufung, vielleicht auch theilweise wegen des mehr oder weniger Unfertigen in ihrem kosmischen Bildungsprocesse (§ 239). In den Spektren von mehreren Nebelflecken haben sich helle Linien gezeigt und ist dadurch der Beweis geführt worden für die gasartige Beschaffenheit dieser Massen.

Elliptische Nebelflecken, charakterisirt durch eine nach Innen zunehmende Dichtigkeit, sind im Allgemeinen schwerer auflösbar in Sternhaufen als kugelförmige; ein solcher auch mit blossem Auge sichtbarer elliptischer Nebel liegt im Gürtel der Andromeda (AR = 9° 48′, Decl. = — 26° 3′). Es giebt auch ringförmige Nebel, aber nur wenige; einer derselben, ziemlich in der Mitte zwischen β und γ Lyrae gelegen, ist durch die grossen Teleskope von Lord Rosse aufgelöst worden. — Bei den planetarischen Nebeln vertheilt sich das Licht gleichmässig auf runden oder ovalen, meist scharf begrenzten Scheiben; ein solcher mit dem scheinbaren Durchmesser 2′ 40″ liegt AR = 166° 12′ 15″, Decl. = + 34° 4′. Sterne, umgeben von einer kreisförmigen Atmosphäre von schwachem Licht, werden als Nebelsterne bezeichnet, ein solcher ist 55 Andromedae (AR = 109° 47′, Decl. = 21° 15′).

Sehr ausgedehnt und unregelmässig in der Form ist der grosse Nebelfleck im Orion, welcher die Sterne Θ1 im Schwertgriff umgiebt; er besteht zum Theil aus Sternhaufen. Ebenso dehnt sich der Nebel oder die Vereinigung von Nebelflecken, in deren dichtestem Theil der Stern η der Argo steht, der sich durch seinen veränderlichen Glanz auszeichnet, über einen Quadratgrad aus.

Hervorzuheben sind noch auf der südlichen Hemisphäre die sogenannten Magellanischen Wolken, welche ihrem Lichte nach Theilen der Milchstrasse gleichen: die grösste bedeckt etwa 42, die kleinere 10 Quadratgrade. Die erstere bleibt selbst bei hellem Mondschein noch sichtbar. Bei starker Vergrösserung zeigt sich, dass sie aus langen Nebelstreifen in jedem Stadium der Auflösbarkeit bestehen, aus regelmässigen und unregelmässigen Nebeln, aus kugelförmigen Sternhaufen und anderen nebelartigen Gebilden. Man hat in der grösseren Wolke 279, in der kleineren 37 Nebel und Haufen gezählt.

Geographische Bestimmung der Lage verschiedener Sternwarten und Orte.

Name des Ortes	Geogr. Breite		Länge von Berlin + westlich — östlich		
Åbo	+ 60°	26,9'	— 0h	35m	33s
Altona	+ 53	32,8	+ 0	13	49
Amsterdam	+ 52	22,5	+ 0	34	2
Athen	+ 37	58,3	— 0	41	21
Batavia	— 6	7,6	— 6	13	38
Berlin *)	+ 52	30,3	0	0	0
Bern	+ 46	57,1	+ 0	23	49
Bilk	+ 51	12,4	+ 0	26	30
Bologna	+ 44	29,8	+ 0	8	10
Bonn	+ 50	43,7	+ 0	25	11
Bothkamp	+ 54	12,2	+ 0	13	4
Buenos Ayres	— 34	36,3	+ 4	47	12
Breslau	+ 51	6,9	— 0	14	34
Brüssel	+ 50	51,2	+ 0	36	6
Cairo	+ 32	2,0	— 1	11	26
Cambridge (Engl.)	+ 52	12,9	+ 0	53	12
Cambridge (Mass.)	+ 42	22,8	+ 5	38	6
Canton	+ 23	8,1	— 7	39	32
Chicago	+ 41	50,0	+ 6	44	1
Christiania	+ 59	54,7	+ 0	10	41
Cincinnati	+ 39	6,4	+ 6	31	34
Constantinopel	+ 41	0,3	— 1	2	22
Danzig	+ 54	21,3	— 0	21	4
Dorpat	+ 58	22,8	— 0	53	19
Dublin	+ 53	23,2	+ 1	18	57
Edinburg	+ 55	27,4	+ 1	6	18
Florenz	+ 43	46,1	+ 0	8	33
Frankfurt a. M. (Paulsthurm)	+ 50	6,8	+ 0	18	52
Genf	+ 46	12,0	+ 0	28	58
Gotha	+ 50	56,6	+ 0	10	44
Göttingen	+ 51	31,8	+ 0	13	49
Greenwich	+ 51	28,6	+ 0	53	35
Hamburg	+ 53	33,1	+ 0	13	41
St. Helena	— 15	55,0	+ 1	16	27
Helsingfors	+ 60	9,7	— 0	46	14
Jerusalem	+ 31	47,8	— 1	27	11
Ispahan	+ 32	39,6	— 3	33	23
Kiew	+ 50	27,2	— 1	8	26
Königsberg	+ 54	42,8	— 0	28	24
Kopenhagen	+ 55	41,2	+ 0	3	16
Kremsmünster	+ 48	3,4	— 0	2	57

*) Berlin liegt 2h 4m 14s östlich vom Meridian von Ferro.

Name des Ortes	Geogr. Breite		Länge von Berlin + westlich — östlich		
Leiden	+ 52°	9,3′	+ 0h	35m	39s
Leipzig	+ 51	20,1	+ 0	4	1
Lima	— 12	2,6	+ 6	2	5
Lissabon	+ 38	42,4	+ 1	30	9
Liverpool	+ 53	24,1	+ 1	5	52
London (St. Paulsk.)	+ 51	13,8	+ 0	53	59
Lübeck	+ 53	51,5	+ 0	10	49
Lund	+ 55	41,9	+ 0	0	50
Madras	+ 13	4,1	— 4	27	22
Madrid	+ 40	24,5	+ 1	8	20
Mailand	+ 45	28,0	+ 0	16	49
Mannheim	+ 49	29,2	+ 0	19	44
Marburg	+ 50	48,8	+ 0	18	30
Marseille	+ 43	17,8	+ 0	32	6
Melbourne	— 37	49,9	— 8	46	19
Mexico	+ 19	25,7	— 7	29	56
Modena	+ 44	38,9	+ 0	9	52
Moskau	+ 55	45,3	— 1	36	42
München	+ 48	8,7	+ 0	7	9
Neapel	+ 40	51,8	— 0	3	24
New-Orleans	+ 29	57,8	+ 6	54	4
Newyork	+ 40	43,8	+ 5	49	32
Oxford	+ 51	45,6	+ 0	58	37
Palermo	+ 38	6,7	+ 0	0	11
Paris	+ 48	50,2	+ 0	44	14
Peking	+ 39	54,2	— 6	52	20
Petersburg	+ 59	56,5	— 1	7	39
Philadelphia	+ 39	57,1	+ 5	54	13
Prag	+ 50	5,3	— 0	4	6
Pulkowa	+ 59	46,3	— 1	7	44
Rio Janeiro	— 22	54,4	+ 3	46	14
Rom	+ 41	53,9	+ 0	3	39
Sebastopol	+ 44	36,8	— 1	20	31
Stockholm	+ 59	20,6	— 0	18	39
Strassburg	+ 48	34,9	+ 0	22	32
Sydney	— 33	51,7	— 9	11	25
Teneriffa	— 28	27,9	+ 2	0	10
Tiflis	— 41	41,1	— 2	5	42
Turin	+ 45	4,1	+ 0	22	46
Upsala	+ 59	51,5	— 0	16	55
Venedig	+ 45	25,8	+ 0	4	10
Vorgebirge d. g. H.	— 33	56,0	— 0	20	20
Warschau	+ 52	13,1	— 0	30	32
Washington	+ 38	53,6	+ 6	1	47
Wien	+ 48	12,6	— 0	11	57
Zürich	+ 47	22,7	+ 0	19	23

Alphabetisches Sachregister.

Druckfehler.

Seite 43 Zeile 13 v. u. lies parallelen statt paralleleln.

Druck von Bär & Hermann in Leipzig.

